Zeitschrift: Divus Thomas
Band: 24 (1946)

Artikel: Der Funktionsbegriff in der Physik des 14. Jahrhunderts
Autor: Maier, Anneliese
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-762235

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 21.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Der Funktionsbegriff in der Physik des 14. Jahrhunderts

Von Dr. Anneliese MAIER, Rom

Das wichtigste methodische Hilfsmittel der modernen Physik, das allein eine exakte Naturwissenschaft möglich gemacht hat, ist der Gebrauch der mathematischen Funktion in der Beschreibung der Naturvorgänge. Darum ist, seit durch Duhems Untersuchungen die Aufmerksamkeit auf die Physik des 14. Jahrhunderts gelenkt worden war und man in ihr eine Vorbereitung oder gar Vorwegnahme der klassischen Mechanik glaubte sehen zu dürfen, oft die Frage gestellt worden, ob und wie weit die Spätscholastik auch schon mit Funktionen gearbeitet hat.

Die Antwort auf diese Frage — das ist in den Meinungsverschiedenheiten über sie oft übersehen worden — hängt zunächst und wesentlich davon ab, was man unter einer Funktion versteht. Denn der Begriff der Funktion kann mancherlei bedeuten, und seine Definition hat sich, seit er offiziell in die Mathematik eingeführt worden ist, mehrfach geändert. Daß die Spätscholastik die Funktion im Sinn der modernen Mathematik nicht gekannt hat, ist selbstverständlich ; andererseits ist es ebenso selbstverständlich, daß nicht nur sie, sondern schon Aristoteles mit dem Phänomen der funktionellen Abhängigkeit wohl vertraut war. Ohne das wäre ja eine Wissenschaft von der Bewegung im weitesten Sinn gar nicht möglich gewesen. Man wußte natürlich, daß in der Natur Abhängigkeiten bestehen, derart, daß die Änderung einer Größe durch die einer andern bedingt ist : daß etwa einer größeren Kraft eine größere Wirkung entspricht, daß bei der lokalen Bewegung der zurückgelegte Weg mit der Zeit wächst, daß ceteris paribus das Gewicht abhängt von der Größe des Körpers usw. Man wußte ferner, daß in vielen Fällen diese Abhängigkeiten eine gewisse Regelmäßigkeit aufweisen. Die Frage ist nun aber die, ob man versucht hat und wie weit es gelungen ist, diese Regelmäßigkeit als solche zu erfassen. Denn das Wesen der mathematischen Funktion — wie man sie auch im einzelnen definieren mag — besteht jedenfalls darin, daß sie eine

Rechenregel darstellt, durch die das Abhängigkeitsverhältnis von zwei (oder mehreren) veränderlichen Größen zum Ausdruck gebracht wird [1].

Für die Neuzeit gibt es zwei Möglichkeiten, eine Funktion auszudrücken : durch eine in mathematischen Symbolen geschriebene Funktionsgleichung oder durch eine Kurve in einem Koordinatensystem. Diese beiden Möglichkeiten hat das 14. Jahrhundert zweifellos nicht gekannt. Die Funktionsgleichung im strengen Sinn — man versteht unter ihr eine Gleichung zwischen veränderlichen Größen, während die gewöhnliche algebraische Gleichung Beziehungen zwischen festen (bekannten und unbekannten) Werten ausspricht — ist erst gegen Ende des 17. Jahrhunderts aufgekommen ; auch Galilei hat sie noch nicht gekannt. Und ähnlich steht es mit der koordinatenmäßigen Darstellung von Funktionen. Man hat im Anschluß an Duhem in Nicolaus von Oresmes graphischen Symbolen einen ersten Anfang der analytischen Geometrie sehen wollen, aber zu Unrecht. Wir haben an anderer Stelle [2] ausführlich davon gehandelt und wollen hier nicht darauf zurückkommen. Oresmes Methode der graphischen Darstellung setzt zweifellos ein Wissen um funktionelle Abhängigkeiten voraus — ein Wissen, das, wie wir sehen werden, auch in andern Zusammenhängen bei ihm begegnet und das um die Mitte des 14. Jahrhunderts nichts Besonderes war —, aber sie soll diese Abhängigkeiten nicht zum Ausdruck bringen. Und darauf kommt es an. Oresme hat mit seinen geometrischen Symbolen etwas ganz anderes gewollt.

Die Spätscholastik muß also, wenn sie wirklich Funktionen gekannt und in ihrer Physik angewandt hat, diese Funktionen in anderer Weise ausgesprochen haben. Als Ausdrucksmittel stand ihr das zur Verfügung, was die Historiker der Mathematik « Wortalgebra » genannt haben : ein Literalkalkül, der zwar schon für die Größen, mit denen gerechnet wird, Buchstaben anwendet, der aber noch keine Symbole für die Beziehungen zwischen diesen Größen und für die Operationen,

[1] Ein klassischer Fall derartiger Bemühungen um die Formulierung einer Abhängigkeitsbeziehung durch eine mathematische Funktion ist der berühmte Streit um das Kräftemaß im 17. Jahrhundert. Man war sich von jeher klar darüber, daß die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers — etwa eines fliegenden Pfeils oder eines fallenden Steins — abhängt von seiner Geschwindigkeit. Das hat nicht nur das 17. Jahrhundert, sondern schon das Altertum und das Mittelalter gewußt. Die Frage, um die die Kontroverse entbrannte, war nun aber die, welcher Art diese Abhängigkeit ist : ob die « lebendige Kraft » einfach proportional ist der Geschwindigkeit, wie Descartes und seine Schule wollten, oder ob sie bestimmt ist durch das Quadrat der Geschwindigkeit, wie Leibniz annahm.

[2] An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft, Essen 1943, S. 288 ff.

die mit ihnen vorgenommen werden, kennt, sondern diese noch mit Worten beschreibt [1]. Wenn z. B. Sokrates sich mit der doppelten Geschwindigkeit bewegt wie Plato, so bezeichnet man nicht die eine Geschwindigkeit mit a, die andere mit $\frac{a}{2}$, sondern man nennt die eine a, die andere b und bemerkt in Worten dazu, daß die letztere die Hälfte der ersteren sei. Und vor allem, um den wichtigsten Punkt zu nennen: noch fehlt das Gleichheitszeichen (oder ein Äquivalent dafür); die Gleichheitsbeziehung muß immer in einem Satz ausgesprochen werden.

Aber das sind formale Äußerlichkeiten, die nur die Mitteilung des Erkannten und nicht die Erkenntnis selbst betreffen: mathematische Gleichungen waren der Scholastik trotzdem wohl vertraut, nur hat sie sie eben statt durch einfache und übersichtliche Formeln in einer schwerfälligen und oft schwer verständlichen Sprache ausgedrückt. Und dasselbe wird — soviel können wir von vornherein sagen — für ihre Funktionsgleichungen gelten, wenn sie solche gekannt hat.

Von diesen Voraussetzungen aus ist also die Frage zu stellen, ob die Spätscholastik tatsächlich — im Rahmen der gegebenen formalen Möglichkeiten — bei der Beschreibung und Erklärung der Naturvorgänge Funktionen angewandt hat. Hat sie sich überhaupt um exakte Rechenregeln dieser Art bemüht — hat sie überhaupt das Problem gesehen, das hier liegt? Und wenn ja, haben ihre Bemühungen zu einem Resultat geführt, ist sie in dieser Beziehung einen Schritt über Aristoteles und die Hochscholastik hinausgekommen?

Wir meinen, daß diese Fragen zu bejahen sind. Und zwar ist es, wenn man von trivialen Abhängigkeiten absieht, die zu allen Zeiten als selbstverständlich galten — daß etwa bei gleichmäßiger Geschwindigkeit in der doppelten Zeit der doppelte Weg zurückgelegt wird, oder daß ein Stück Eisen halb so schwer ist wie ein doppelt so großes — ein bestimmtes Gebiet der Physik gewesen, auf dem sich diese Entwicklung vollzogen hat: die Dynamik.

Für die aristotelisch-scholastische Philosophie entsteht jede Bewegung aus der Wirkung einer bewegenden Kraft gegen einen Widerstand [2].

[1] Es ist derselbe Literalkalkül, der in den ersten Jahrzehnten des 14. Jahrhunderts in fast alle Gebiete eindringt, auch solche, die sich eigentlich einer quantitativen Erfassung entziehen, und der die Ausdrucksform der berüchtigten *calculationes* gewesen ist.

[2] Das gilt an sich für alle Arten von Bewegung, aber tatsächlich wird schon von Aristoteles nur der motus localis eingehend behandelt; er begnügt sich mit einer kurzen Übertragung der Ergebnisse auf alteratio und augmentatio, und die Scholastik ist ihm, mindestens zunächst, darin gefolgt.

Bewegung ohne Kraft gibt es nicht — omne quod movetur ab aliquo movetur [1] —, andererseits aber auch nicht ohne Widerstand : eine Kraft, der kein Widerstand entgegenstünde, würde *in instanti* wirken, würde also die Ortsveränderung augenblicklich und nicht sukzessiv herbeiführen. Schließlich kommt Bewegung nur zustande, wenn die Kraft den Widerstand zu überwinden vermag, d. h. wenn die vis motiva größer ist als die vis resistiva ; ist sie gleich groß oder kleiner, so bleibt sie wirkungslos und es entsteht keine Bewegung. Ist sie aber stärker, so hängt die Geschwindigkeit der resultierenden Bewegung ab einerseits von der Größe der Kraft, andererseits (in umgekehrtem Sinn) von der Größe des Widerstands ; oder anders ausgedrückt : die Geschwindigkeit ist bestimmt durch das Verhältnis von Kraft und Widerstand.

Dieses Prinzip bildet die Grundlage der ganzen aristotelischen Dynamik. Aristoteles hat es mehrfach ausgesprochen, in verschiedener Form, je nach dem Zusammenhang, in dem er es brauchte : es ist für ihn die selbstverständliche Voraussetzung aller Betrachtungen über die Bewegung. Überdies hat er im 7. Buch seiner Physik [2] eine Anzahl von Einzelregeln aufgestellt, die das dynamische Grundprinzip illustrieren sollen, aber ohne sie auf eine allgemeine Formel zu bringen. Das Suchen nach dieser Formel wird dann für das 14. Jahrhundert die Aufgabe, deren Lösung zur Aufstellung von Funktionsgleichungen führt.

Die aristotelischen Regeln lauten folgendermaßen : wenn ein movens A ein mobile B in der Zeit D über die Strecke C bewegt, so bewegt dieselbe oder eine äquivalente Kraft die Hälfte von B in der Zeit D über die doppelte Strecke, bzw. in der Hälfte der Zeit D über die ganze Strecke C ; oder, wie schon Averroës vereinfachend zu diesen beiden ersten Regeln hinzugefügt hat : dann bewegt dieselbe Kraft A die Hälfte von B mit der doppelten Geschwindigkeit. Weiter : dieselbe Kraft A bewegt das mobile B in der halben Zeit über den halben Weg, bzw. die halbe Kraft bewegt das halbe mobile in der vollen Zeit über den ganzen Weg. Dagegen gilt nicht umgekehrt, daß die halbe Kraft das ganze mobile (oder die volle Kraft das doppelte mobile) mit der

[1] Der Gedanke, daß die gleichförmige Bewegung zu ihrer Erhaltung keiner Kraft bedarf, sondern von selbst weiter dauert, wie das Trägheitsprinzip der klassischen Mechanik annimmt, ist der Scholastik fremd. Sie hat im Gegenteil angenommen, daß jeder Körper von Natur aus bestrebt ist, nicht nur in der Ruhelage zu beharren, sondern auch in sie zurückzukehren, wenn er in Bewegung ist : daß also die Bewegung alsbald aufhört, wenn die bewegende Kraft erlischt.

[2] Phys. VII cap. 5.

halben Geschwindigkeit bewegt: es kann geschehen, daß in diesem Fall überhaupt keine Bewegung zustandekommt, dann nämlich, wenn die Kraft durch die Halbierung (bzw. durch die Verdoppelung des mobile) gleich oder kleiner geworden ist als der Widerstand. Schließlich: die doppelte Kraft bewegt das doppelte mobile mit derselben Geschwindigkeit wie die einfache das einfache.

Das Wesentliche an diesen Regeln ist also folgendes: aus der Verdoppelung der bewegenden Kraft oder der Halbierung des Widerstands folgt ceteris paribus die doppelte Geschwindigkeit, dagegen folgt nicht immer aus der Halbierung der Kraft oder der Verdoppelung des Widerstands die halbe Geschwindigkeit (sondern nur dann, wenn die Kraft nach wie vor größer als der Widerstand ist).

Die Kommentare zur aristotelischen Physik aus dem 13. Jahrhundert und aus den ersten drei Jahrzehnten des 14. lassen dieses Kapitel entweder ganz unerörtert oder begnügen sich mit einer einfachen Wiedergabe und Erläuterung der aristotelischen Meinung [1], ohne neue Fragen aufzuwerfen. Zu Verallgemeinerungen kommt es nicht; man beschränkt die betrachteten Fälle immer mit Aristoteles auf Verdoppelung und Halbierung der einzelnen Faktoren. Es wird höchstens versucht, die Regeln etwas einfacher zu formulieren und sie übersichtlicher zu gruppieren [2].

Thomas Bradwardine war es, der als erster das Problem in allgemeiner Form gestellt hat. In seinem 1328 entstandenen *Tractatus proportionum* [3] setzt er sich das Ziel, die exakte mathematische Regel zu finden, durch die die Abhängigkeit zwischen Kraft, Widerstand und

[1] Eine überraschende Abweichung liest man bei Albertus Magnus, Phys. VII tract. II cap. 5, im Text der Borgnet-Ausgabe: Si quantitas *A* movet quantitatem *B* per totam longitudinem *C* in toto tempore *D* ... tunc similis quantitas ... movebit medietatem ipsius *B* in eodem tempore *D* per paulo longius spatium quam sit *C*. Aber ein Vergleich mit älteren Drucken, etwa den Edd. Venedig 1494 und 1517, zeigt, daß hier ein Versehen der Herausgeber vorliegt; es muß heißen: per duplo longius spatium.

[2] Und es wird schließlich versucht, die Begriffe Kraft und Widerstand präziser zu fassen, als Aristoteles es getan hatte, und insbesondere eine Reihe von Nebenbedingungen zu berücksichtigen, die die Wirkung modifizieren können. Diese Bemühungen führen allmählich dazu, daß man in den Bewegungsregeln statt mit der absoluten Größe der Kraft und des Widerstands mit dem *posse agere* jener und dem *posse resistere* dieser rechnen will. Aber die postulierten dynamischen Prinzipien als solche bleiben von diesen Korrekturen unberührt.

[3] Ed. Venedig 1505. Zu gelegentlichen Kontrollen benützen wir die fünf vatikanischen Handschriften Vat. lat. 1108 fol. 69-81; ibid. fol. 104-119'; Vat. lat. 2185 fol. 23'-27'; Vat. lat. 4429 fol. 23-29; Ottob. lat. 179 fol. 92-98.

Geschwindigkeit bestimmt ist. Der physikalische Sachverhalt als solcher wird dabei als gesichert vorausgesetzt. Es handelt sich lediglich darum, diesen Sachverhalt mathematisch zu formulieren, oder, so können wir mit vollem Recht sagen : es handelt sich darum, für die dynamischen Grundprinzipien die adäquate Funktionsgleichung zu finden [1]. Und zwar muß die gesuchte Funktion folgenden Bedingungen genügen : im Fall einer proportio maioris inaequalitatis zwischen Kraft und Widerstand (wenn also die vis motiva größer ist als die resistentia) hängt die Geschwindigkeit ab von dem Quotienten beider Größen ; im Fall einer proportio aequalitatis oder minoris inaequalitatis (wenn die Kraft dem Widerstand gleich ist oder kleiner als er) ist die Geschwindigkeit gleich null.

Bradwardines Traktat beginnt mit den Worten [2] : Omnem motum successivum alteri in velocitate proportionari contingit [3], quapropter philosophia naturalis quae de motu considerat proportionem motuum et velocitatum in motibus ignorare non debet. Et quia cognitio illius est necessaria et multum difficilis, nec in aliqua parte philosophiae tradita est ad plenum, ideo de proportione velocitatum motuum fecimus istud opus. Was zur Diskussion steht, sind also nicht die Geschwindigkeiten als solche in ihrer Abhängigkeit von vis motiva und resistentia, sondern die proportiones velocitatum in motibus, d. h. die Unterschiede und Änderungen in den Geschwindigkeiten. In welcher Weise ist die Änderung der Geschwindigkeit durch die Änderung von Kraft und Widerstand bedingt ? Das ist das Thema des Traktats. Und die betrachteten Änderungen sind nun nicht mehr wie bei Aristoteles nur Verdoppelung und Halbierung, sondern die verglichenen Werte können in jedem beliebigen Verhältnis zueinanderstehen.

Der Traktat zerfällt in vier Kapitel, von denen das erste das mathematische Rüstzeug liefert : die Proportionsrechnung, das zweite « more Aristotelis » die irrigen Ansichten aufzählt und widerlegt, das dritte schließlich die eigene, richtige Lehre bringt, während das vierte noch einige etwas andersartige Spezialprobleme erörtert.

[1] Man möchte beinahe sagen : Bradwardine wollte die *Principia mathematica philosophiae naturalis* seines Jahrhunderts schreiben.

[2] Der Prolog, der im Druck dem eigentlichen Traktat voraufgeht, ist nicht von Bradwardine.

[3] Im Druck heißt es *convenit*, während die hs. Überlieferung — wir verdanken den Hinweis Mons. Pelzer — offenbar durchweg *contingit* hat (zu den zitierten Hss. s. die Beschreibung von Vat. lat. 1108 in Pelzers Katalog der Vat. lat. 679-1134).

Opiniones erroneae ad propositum pertinentes sunt quattuor, erklärt Bradwardine zu Beginn des zweiten Kapitels. Es sind folgende: Prima ponit proportionem velocitatum in motibus sequi excessum potentiae motoris ad potentiam rei motae; d. h. das Verhältnis der Geschwindigkeiten soll der Differenz zwischen Kraft und Widerstand folgen [1]: eine Theorie, die natürlich nicht ernsthaft in Betracht kommt und auch sofort abgelehnt wird. Sie ist manchmal Averroës zugeschrieben worden, der bei der Kommentierung der aristotelischen Regeln einmal bemerkt: et hoc est ita quod velocitas propria unicuique motui sequitur *excessum* potentiae motoris super potentiam moti [2], aber aus dem Zusammenhang folgt ohne weiteres — und das ist auch fast immer richtig erkannt worden —, daß er nicht den arithmetischen, sondern den geometrischen « Überschuß », d. h. die Proportion, meint.

Die zweite irrige Lehre nimmt an proportionalitatem in motibus sequi proportionem excessus motoris super potentiam rei motae: also das Verhältnis der Geschwindigkeiten soll durch das Verhältnis der Differenzen bestimmt sein [3]. Auch diese Auffassung scheidet sofort aus, und ebenso die letzte, vierte: quod nulla est proportio sive excessus potentiae motoris ad potentiam resistivam. Der Sinn ist der, daß intensive Größen wie Kraft und Widerstand überhaupt nicht meßbar und somit nicht quantitativ vergleichbar sind. Das ist natürlich auf dem Standpunkt der Scholastik an sich ein berechtigter Einwand. Er wird widerlegt mit dem Hinweis auf zahlreiche Aristoteles- und Averroës-Stellen, wo intensive Größen als wirkliche Quantitäten angesehen und Proportionen zwischen ihnen angenommen werden, und außerdem mit einem Beispiel aus der Erfahrung: der Musik.

Wirklich in Betracht zu ziehen und ernsthaft zu widerlegen ist eigentlich nur die dritte opinio, die behauptet proportionem velocitatis in motibus manente eodem motore, vel aequali, sequi proportionem passorum et manente eodem passo, vel aequali, sequi proportionem motoris [4]. Diese Theorie ist nach Bradwardine, obwohl sie sich scheinbar auf eine Reihe von Aristoteles- und Averroës-Stellen stütze und auch per rationem beweisen lasse, in doppelter Beziehung verfehlt: ista

[1] Es seien v_1 und v_2 die Geschwindigkeiten, m_1 und m_2 die bewegenden Kräfte, r_1 und r_2 die Widerstände; dann würde nach dieser Auffassung gelten: $v_1 : v_2 = (m_1 - r_1) - (m_2 - r_2)$.

[2] Phys. VII comm. 35 (Ed. Venedig 1550).

[3] $v_1 : v_2 = (m_1 - r_1) : (m_2 - r_2)$.

[4] Diese Lösung wäre in Zeichen so zu schreiben: $v = m : r$.

positio est dupliciter redarguenda, 1° super insufficientia, 2° super mendacio. Sie genügt nicht, denn sie berücksichtigt nicht die Fälle, wo sowohl movens wie motum sich ändern ; und sie ist falsch, denn es folgt aus ihr : quodlibet mobile a quolibet motore potest moveri. Wenn eine gegebene Kraft ein mobile mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, so bewegt sie nach dieser Regel das doppelte mobile mit der halben Geschwindigkeit, das vierfache mit einem Viertel der Geschwindigkeit usw. in infinitum. Mit andern Worten : es kommt in dieser Lösung nicht zum Ausdruck, daß die Kraft immer größer sein muß als der Widerstand, und daß im umgekehrten Fall oder bei Gleichheit beider überhaupt keine Bewegung entsteht. Damit ist aber eine wesentliche Bedingung, der die gesuchte Regel genügen muß, nicht erfüllt.

Diese abgelehnten Theorien sind (abgesehen von der vierten, die ja einen andern Charakter hat) in der Form, in der Bradwardine sie präsentiert, nichts anderes als ebenso viele Funktionsgleichungen in dem Sinn, der für die Scholastik allein in Frage kommt : es sind Rechenregeln — ausgesprochen in der schwerfälligen Sprache des 14. Jahrhunderts, aber leicht übersetzbar in moderne mathematische Zeichenschrift —, die die Beziehungen zwischen den einzelnen Werten einer abhängigen Variabeln (der Geschwindigkeit) und zweier unabhängiger (Kraft und Widerstand) ausdrücken. Nur sind sie falsch, denn sie tragen den vorausgesetzten physikalischen Bedingungen nicht, oder nicht genügend, Rechnung.

His ergo ignorantiae nebulis demonstrationum flatibus effugatis superest ut lumine scientiae resplendeat veritas : mit diesen Worten beginnt das dritte Kapitel, das nun endlich die « richtige » Lösung bringen soll. Scientia autem veritatis ponit quintam conclusionem dicentem quod proportio velocitatum in motibus sequitur proportionem potentiae motoris ad potentiam rei motae. Das ist nicht ganz exakt formuliert [1], aber was Bradwardine meint, ist klar und geht auch eindeutig aus dem unmittelbar folgenden Text hervor. Wörtlich genommen hat seine These keinen Sinn : durch das Verhältnis von Kraft und Widerstand ist die Geschwindigkeit bestimmt, aber nicht die proportio velocitatum ; letztere hängt ab — und das will Bradwardine auch sagen — von der proportio proportionum potentiae motoris ad potentiam rei motae.

[1] Die Stelle lautet nicht nur im Druck so, sondern auch in den fünf zitierten Handschriften.

Die Änderung der Geschwindigkeit folgt also der Änderung des Quotienten aus Kraft und Widerstand : das ist die große Entdeckung, die Bradwardine gemacht zu haben glaubt. Der moderne Leser fragt sich zunächst etwas überrascht, worin das Neue dieser Entdeckung eigentlich besteht ? Sie besagt doch genau dasselbe, nur etwas anders formuliert, wie die dritte « opinio erronea » ? Dieser Anschein mag der Grund gewesen sein, warum diese mit soviel Aufwand verkündete Theorie, die, wie wir sehen werden, eine sehr wesentliche Rolle in der spätscholastischen Naturphilosophie gespielt hat, von der modernen Forschung bisher immer übersehen worden ist.

Für Bradwardine hat die Feststellung, daß die Geschwindigkeit sich wie der Quotient aus Kraft und Widerstand ändert, eine ganz andere Bedeutung. Sie besagt zunächst — das ist der wörtliche Inhalt des Satzes — : der doppelten Geschwindigkeit entspricht eine Verdoppelung des Quotienten aus Kraft und Widerstand, der dreifachen eine Verdreifachung usw., d. h. wenn die Proportion aus vis motiva und resistentia sich verdoppelt, verdreifacht, verfünffacht usf., so folgt aus diesen Änderungen eine Verdoppelung, Verdreifachung, Verfünffachung der Geschwindigkeit. Aber — und hier liegt der springende Punkt — Verdoppelung, Verdreifachung usw. einer Proportion bedeutet, das hat das einleitende Kapitel dargelegt, nicht wie bei einer einfachen Größe Multiplikation mit 2 oder 3, sondern ein zwei- bzw. dreifaches Multiplizieren mit sich selbst, d. h. Quadrierung bzw. Erhebung in die dritte Potenz usw.

Die Entdeckung Bradwardines besteht also darin, daß einer Quadrierung des Quotienten von Kraft und Widerstand eine Verdoppelung der Geschwindigkeit, einer Erhebung in die 3., 4., 5. Potenz eine Verdreifachung, Vervierfachung, Verfünffachung entspricht ; oder daß umgekehrt die doppelte Geschwindigkeit eine Quadrierung von Kraft und Widerstand voraussetzt, die dreifache eine Erhebung in die dritte Potenz usw. In analoger Weise korrespondiert der halben Geschwindigkeit die Quadratwurzel auf der andern Seite [1], einem Drittel der Geschwindigkeit die Kubikwurzel usw. Die Funktionsgleichung, die Bradwardine zwischen Kraft und Widerstand einer-, der Geschwindigkeit andererseits gefunden hat, ist also modern gesprochen eine logarithmische Abhängigkeit, die man in Zeichen so schreiben könnte (wenn v

[1] Dementsprechend bedeutet das Wort medietas, bezogen auf Proportionen, die Quadratwurzel : diese Terminologie, die manche Mißverständnisse verursacht hat, ist im 14. Jahrhundert allgemein üblich.

die velocitas, m und r movens und resistentia bezeichnen) : $v = \log \frac{m}{r}$; denn in dieser Gleichung entspricht allerdings der Multiplikation und Division auf der einen Seite das Potenzieren und Wurzelziehen auf der andern : $a.v = \log (\frac{m}{r})^a$. Und tatsächlich ist mit dieser Lösung die Schwierigkeit vermieden, die sich aus dem Verbot der proportio aequalitatis ergibt. Die Gefahr, daß das Verhältnis von Kraft und Widerstand durch die vorgenommenen Änderungen gleich oder kleiner als eins werden könnte, besteht nicht mehr. Denn wenn diese Änderungen nicht mehr in Multiplikation und Division, sondern ausschließlich in Potenzierung und Wurzelziehen bestehen, so bleibt der Wert des Quotienten notwendig immer größer als eins : eine noch so hohe Wurzel eines unechten Bruches ist immer wieder ein unechter Bruch und wird niemals gleich oder kleiner als eins.

Die genuine Meinung des Aristoteles hat Bradwardine mit seiner Funktionsgleichung allerdings nicht getroffen. Aristoteles hat zweifellos als generelles Gesetz die Regel angenommen, die Bradwardine als dritte opinio erronea ablehnt. Aber er hat dieses Gesetz eben nicht in einer allgemeinen Formel ausgesprochen, sondern nur eine Reihe von Einzelfällen betrachtet. Für Bradwardine ist nun bezeichnenderweise die Frage nicht die : stellt die neu gefundene Funktion eine richtige induktive Verallgemeinerung der aristotelischen Einzelregeln dar, sondern die umgekehrte : stimmen die aristotelischen Regeln, drücken sie tatsächlich, wenn auch nicht in genereller Form, den richtigen Sachverhalt aus ? Folgt aus einer Verdoppelung der Kraft oder aus einer Halbierung des Widerstands wirklich immer die Verdoppelung der Geschwindigkeit ? Das ist der Inhalt der folgenden conclusiones des dritten Kapitels. Und die Antwort : sie stimmen in einem Spezialfall, dann nämlich, wenn das Verhältnis von Kraft zu Widerstand 2 : 1 ist, wenn also die Multiplikation mit 2 und die Multiplikation mit sich selbst (Verdoppelung und Quadrierung) praktisch zusammenfallen. In allen andern Fällen stimmen sie nicht, sondern die resultierende Geschwindigkeit ist entweder größer oder kleiner als die doppelte.

An dem ursprünglichen dynamischen Grundprinzip, daß die Geschwindigkeit bestimmt ist durch das Verhältnis von Kraft und Widerstand, ist damit nichts geändert ; es ist nur an die Stelle der einfachen Proportionalität zwischen der Geschwindigkeit einer- und dem Kraftquotienten andererseits ein komplizierteres Abhängigkeitsverhältnis getreten.

Tatsächlich ist es eine komplizierte Lösung, zu der Bradwardine

gekommen ist, aber man kann nicht eigentlich sagen, daß sie falsch sei : « falsch » vom Standpunkt der modernen Physik aus ist die ganze aristotelisch-scholastische Mechanik, denn durch das Verhältnis von Kraft und Widerstand ist die Beschleunigung und nicht die Geschwindigkeit bestimmt. So wäre jede Funktionsgleichung, die die aristotelischen Voraussetzungen zum Ausdruck bringt, verkehrt. Aber darum handelt es sich jetzt nicht. Bradwardine hat wie alle seine Zeitgenossen die physikalische Theorie als solche für richtig gehalten, und er hat sie in eine für alle Werte gültige Formel zu fassen gesucht, derart, daß sämtliche Bedingungen erfüllt sind. Und dieser Versuch ist ihm gelungen.

Dagegen hat die Bradwardinesche Funktion — wir wollen sie im Folgenden kurz so nennen — einen andern Nachteil, der bei ihrem Urheber selbst noch nicht deutlich in Erscheinung tritt, sich aber sehr bald bei seinen Nachfolgern bemerkbar macht : sie führt tatsächlich zu einem doppelten Maß für die Geschwindigkeit. Nach der üblichen Terminologie verstand man unter einer velocitas *ut a* eine Geschwindigkeit, mit der in der Zeiteinheit — etwa einer Stunde — *a* Wegeinheiten zurückgelegt werden. Wenn nun etwa die Proportion von Kraft und Widerstand als 2 : 1 oder 3 : 1 vorausgesetzt wurde — ein wirkliches Messen kam ja nicht in Frage —, so hatte man vor Bradwardine ohne weiteres angenommen, daß die resultierende Geschwindigkeit *ut 2* bzw. *ut 3* in dem angegebenen Sinn sei. Das wird nun aber anders. Denn wenn aus dem Verhältnis 9 : 1 zwischen Kraft und Widerstand nicht die dreifache, sondern die doppelte Geschwindigkeit folgen soll wie aus dem Verhältnis 3 : 1, so ist klar, daß die so gewonnene Maßzahl nicht mehr einfach den in einer gegebenen Zeit zurückgelegten Weg bedeuten kann.

Kurz : es kommt zu der doppelten Fragestellung, die sehr bald allgemein üblich geworden ist : penes quid attenditur velocitas tamquam penes causam ? und : penes quid attenditur tamquam penes effectum ? Das Maß *tamquam penes effectum* ist gegeben durch den in einer gewissen Zeit zurückgelegten Weg. Es taucht jedoch niemals die Formulierung auf, die Geschwindigkeit sei bestimmt durch die Proportion von Weg durch Zeit : Proportionen gibt es nur zwischen quantitates eiusdem generis, und als solche werden zwar vis motiva und vis resistiva, nicht aber Weg und Zeit angesehen. Das ist der Grund, warum die Bemühungen um das Maß der velocitas tamquam penes effectum nicht auch zu analogen Fragestellungen geführt haben wie die Maßbestimmung *tamquam penes causam.* Die letztere nun ist nichts anderes als die

Bradwardinesche Funktion, durch die die Geschwindigkeit auch gemessen wird, aber in anderer Weise : nicht durch den Weg, der mit ihr zurückgelegt wird, sondern durch das Kraftverhältnis, aus dem sie entsteht. Das eine Maß-System ist natürlich grundsätzlich genau so berechtigt wie das andere ; die Schwierigkeit liegt nur darin, daß für das 14. Jahrhundert kein Übergang von dem einen zum andern möglich ist. Die beiden Problemgruppen werden denn auch immer sorgfältig auseinander gehalten und entwickeln sich mit der Zeit zu zwei selbständigen und voneinander ziemlich unabhängigen Wissenszweigen.

Bradwardines Tractatus proportionum hat eine ungeheuere Wirkung gehabt [1], eine weit größere, als man im allgemeinen annimmt. Wir können drei Kategorien von literarischen Nachfolgern und Fortsetzern seiner Lehre unterscheiden : einmal die sogenannten « proportionistae », die Verfasser der zahllosen, meist anonymen Proportionen-Traktate, die sich aufs engste und meist ohne selbständige Gedanken an Bradwardine anlehnen und seinen Traktat im wesentlichen einfach abschreiben und bestenfalls paraphrasieren. Diese bieten an sich selbst kein Interesse und sind bemerkenswert nur als Zeugnis für die Verbreitung und das Ansehen der Bradwardineschen Schrift [2].

Die zweite Kategorie besteht aus denen, die Bradwardines neue Lehre als bekannt und anerkannt voraussetzen, die mit ihr arbeiten und auf ihr weiterbauen, ohne sie nocheinmal ausdrücklich wiederzugeben. Es sind diejenigen unter Bradwardines Mertonenses [3], die später als *calculatores* bekannt waren : Richard Swineshead (oder Suisset) vor

[1] Dafür spricht auch die ungewöhnlich große Anzahl Handschriften, die von ihm erhalten sind.

[2] Von diesen anonymen Abhandlungen seien zwei genannt, die sich über den Durchschnitt erheben : Chis. E IV 109 fol. 218-237 (Inc. Cuiuslibet potentiae ad suam virtutem resistivam est aliqua proportio), und ein Exkurs in dem anonymen Sentenzenkommentar des Vat. lat. 986 (fol. 56-57'), der gleichfalls einen regelrechten Proportionen-Traktat darstellt.

[3] Bradwardine ist von den socii des Merton-College — von « seinen » Mertonenses, wie er sie in der Widmung der Summa de causa Dei nennt — offenbar kurzweg als *doctor noster* bezeichnet worden. Jedenfalls ist unter dem doctor noster, den Thomas (oder Johannes) Buckingham in seinem Sentenzenkommentar mehrfach zitiert, Bradwardine zu verstehen. Denn in der Hs. Vat. lat. 4353 ist er einmal genannt, und zwar im Text : ad idem arguo et faciam formam quam fecit doctor noster Bradvardinus anno proximo ad istam eandem conclusionem (fol. 80' ; im Druck Paris 1505 fehlt an der entsprechenden Stelle, fol. c 2', der Name, und ebenso in der Hs. Pal. lat. 329 fol. 98). Das Zitat — es handelt sich um das Problem, ob die privatio boni schon ein Übel sei — bezieht sich vielleicht auf eines der uns nur bruchstückweise erhaltenen Quodlibeta Bradwardines.

allem, der in seinem Liber calculationum [1] — einem Buch, das für die ganze naturphilosophische Orientierung der Spätscholastik bestimmend geworden ist — Bradwardines Traktat als selbstverständliche Voraussetzung betrachtet ; Wilhelm von Heytesbury, dessen Schrift De motibus [2] ohne Bradwardine undenkbar wäre und der seinerseits größten Einfluß gehabt hat ; der anonyme Verfasser des weit verbreiteten und viel beachteten Tractatus de sex inconvenientibus [3] ; und viele andere : Schüler, Nachfolger und Nachahmer, Kommentatoren der Genannten. Auch Johannes Dumbleton, der an sich etwas abseits steht, gehört in diesen Zusammenhang : im III. Teil seiner Summa logicae et philosophiae naturalis [4] widmet er eine Reihe von Kapiteln dynamischen Problemen und behandelt sie ganz im Sinn Bradwardines.

Das Interessengebiet der *calculatores* war von Anfang an ein sehr ausgedehntes, und es hat sich mit der Zeit immer noch weiter ausgedehnt, bis es schließlich in den Schülergenerationen fast alle Wissenszweige umfaßte. Diese Entwicklung hat es mit sich gebracht, daß auch der Anwendungsbereich der Bradwardineschen Funktion ständig gewachsen ist : nicht nur durch Ausdehnung auf alle möglichen Spezialprobleme des motus localis — insbesondere auf ungleichförmige Geschwindigkeiten, die Bradwardine noch nicht berücksichtigt hatte —, sondern auch durch Übertragung der dynamischen Regel auf die andern Bewegungsarten, d. h. auf die qualitativen und quantitativen Veränderungen, und schließlich sogar durch Anwendung der Funktionsgleichung als solcher auf alle Probleme, welcher Art auch immer, in denen proportionale Abhängigkeiten vorkommen, bis in die Psychologie, Ethik und Theologie hinein. Wo immer eine Größe durch das Verhältnis zweier anderer bestimmt ist, da gilt es als ausgemacht, sofern im einzelnen Fall nicht ausdrücklich eine andere Meinung vorgezogen wird, daß die Abhängigkeit durch die Bradwardinesche Funktion geregelt ist [5].

Die dritte Gruppe schließlich bilden die großen Pariser Naturphilosophen, die die eigentlichen Begründer der « neuen Physik » des

[1] Edd. Padua 1480, Pavia 1488, Venedig 1520.

[2] Ed. Venedig 1494.

[3] Ed. Venedig 1505. Der Autor ist wahrscheinlich ein Schüler Heytesburys.

[4] Vat. lat. 954, Vat. lat. 6750, Pal. lat. 1056.

[5] Die beiden opiniones über raritas und densitas, von denen Suisset in seinen Calculationes berichtet und deren Unterschied Thorndike (A history of magic and experimental science III, 1934, S. 378) nicht zu sehen vermag, unterscheiden sich eben dadurch, daß die eine für die Abhängigkeit der Dichte von Masse und Volumen die aristotelische, die andere die Bradwardinesche Funktion annimmt.

14. Jahrhunderts waren: Johannes Buridan und seine Schule. Denn auch sie haben die Bradwardinesche Lehre ohne weiteres akzeptiert und als einen wesentlichen Bestandteil in ihr eigenes physikalisches System aufgenommen. Und zwar ohne Ausnahme: Buridan selbst in seinem Physikkommentar [1], Nicolaus von Oresme in seinem Tractatus proportionum [2], Albert von Sachsen in seiner Physik [3] und im Traktat De proportionibus [4], Marsilius von Inghen in seinen Abbreviationes zur Physik [5]. Das Bild ist bei allen in der Hauptsache dasselbe [6]: zunächst wird mehr oder weniger ausführlich die Bradwardinesche Lösung als die richtige aufgezeigt — und das geschieht z. T. in durchaus origineller Weise, jedoch ohne Modifikationen von prinzipieller Bedeutung —, und dann wird von ihr aus geprüft, ob bzw. wie weit die aristotelischen Regeln richtig sind. Das Ergebnis ist wieder bei allen das gleiche: die Regeln sind richtig für den Fall, daß zwischen Kraft und Widerstand

[1] Phys. VII qu. 7 und 8, Ed. Paris 1509. Die Expositio textus zur Physik (Vat. lat. 2162 fol. 1-56) referiert nur den aristotelischen Text.

[2] Ed. Venedig 1505. Oresmes Physikkommentar ist nicht erhalten.

[3] Phys. VII qu. 7 und 8, Ed. Venedig 1504.

[4] Ed. Venedig 1496.

[5] Phys. VII Notab. II cap. 5, Ed. Venedig 1521. Ebenso in den Duns Scotus fälschlich zugeschriebenen Quästionen zur Physik (lib. VII qu. 7), die wahrscheinlich auf einen Kommentar des Marsilius zurückgehen.

[6] Auch Walter Burleigh (Burlaeus) ist hier zu nennen, der zwar ursprünglich ein Mitglied des Merton-College und wahrscheinlich ein persönlicher Freund Bradwardines war, aber schon um 1320 nach Paris gegangen ist. Das 7. und 8. Buch seines Physikkommentars sind jedenfalls nach Buridans Physikkommentar entstanden. Burleigh geht auf die Bewegungsgesetze nur kurz ein (Phys. VII text. 35-37), aber in einer Form, die deutlich die Abhängigkeit von Buridan zeigt. — Der Physikkommentar Richard Killingtons ist leider nicht erhalten. Killington gehörte gleichfalls zum Merton-College und zum Freundeskreis um Bradwardine und scheint im übrigen ein ausgesprochener Anti-Averroist gewesen zu sein; dafür spricht wenigstens die Widerlegung eines Einwands, die wir in seinem Sentenzenkommentar finden (qu. 3, Vat. lat. 4353 fol. 38): argumentum fundatur super Averroym qui mihi est nullius auctoritatis. Möglicherweise richtet sich die Bemerkung gegen Richard Fitzralph, dessen averroistische Neigungen ja bekannt sind und gegen den Killington mehrfach polemisiert zu haben scheint, wie wir aus Andeutungen Adam Woodhams entnehmen können (Sent. II d. 1 qu. 3; III d. 14 qu. 10, Vat. lat. 1110 fol. 14'; 79). Sein Physikkommentar muß nach Bradwardines Traktat (1328) entstanden sein, denn aus Zitaten in dem schon erwähnten (S. 158 [2]) anonymen Sentenzenkommentar in Vat. lat. 986 (fol. 56) geht hervor, daß Killington in seinen Quästionen zur Physik die Frage der proportio velocitatum ganz im Sinn Bradwardines behandelt hat. — Auch Richard Fitzralph hat Quästionen zur Physik verfaßt, die nicht erhalten sind: er erwähnt sie in seinem Sentenzenkommentar (II qu. 1 art. 1, Vat. lat. 11517 fol. 125). Da aber dieser letztere wahrscheinlich auf 1328/29 zu datieren ist, dürften die Quästionen zur Physik vor Bradwardines Traktat geschrieben sein.

das Verhältnis 2 : 1 besteht, in allen andern Fällen sind sie falsch. Quia, so erläutert etwa Buridan [1], si 6 movent 2, proportio est tripla, et si auferatur medietas duorum, tunc 6 movent unum et est proportio sextupla, et non movebunt dupla velocitate, quia proportio sextupla non est dupla ad triplam ... Dupla autem ad triplam esset proportio 9 ad unum, quia contineret duas triplas ..., ergo non 6 sed 9 moverent unum dupliciter velocius quam tria unum. Aber dann erhebt sich die Frage : Quid ergo dicemus de Aristotele 7° phys., quia videtur tenere huiusmodi regulas reprobatas ? Dicendum est, so meint Nicolaus von Oresme [2], quod sunt falsae, nisi addatur ... « a proportione dupla » ..., et ita possumus glossare et dicere ita quod sunt intelligendae regulae, et forte quod Aristoteles non dicit hoc, sed est vitium in translatione, et si dixit, forte subintellexit, vel forte etc. Auch Albert von Sachsen und Marsilius von Inghen sind der Ansicht quod forte ex vitio translatoris positae sunt falsae tales regulae quae creduntur esse positae de mente Aristotelis, licet non ita sit, et ita potest dici pro excusatione Aristotelis [3] ; während Buridan annehmen will, daß Aristoteles das Halbieren und Verdoppeln von movens und motum nicht wörtlich, sondern so verstanden habe, daß der « richtige » Sinn herauskommt.

Wir übergehen die zahlreichen weniger bekannten und anonymen Autoren des 14. Jahrhunderts, die das Problem in derselben Weise — teils in unmittelbarer Abhängigkeit von Bradwardine, teils in mittelbarer unter Anlehnung an die Buridan-Schule — behandeln. Die Lehre ist in seltener Einmütigkeit von den Philosophen der Spätscholastik angenommen worden und hat ihre Naturphilosophie in allen Zweigen beherrscht.

Erst gegen Ende des Jahrhunderts wird eine Stimme laut, die sich gegen die Bradwardinesche Funktion wendet : Blasius von Parma, der um die Jahrhundertwende, hauptsächlich in Pavia, lehrte, hat einen Kommentar in Quästionenform zu Bradwardines Tractatus proportionum geschrieben [4], in dem er einen von der herrschenden Meinung

[1] loc. cit. Wir korrigieren einige Fehler des Druckes nach der Hs. Vat. lat. 2163.
[2] loc. cit. cap. 4. [3] Albert von Sachsen, Phys. VII qu. 8.
[4] Vat. lat. 3012 fol. 137-163'. Die Hs. hat am Schluß einen Besitzervermerk, in dem es heißt : istas quaestiones ... emi ... anno domini 1406 die 29 augusti et istas pro parte correxit magister Blaxius de Parma huius operis compilator ... Später ist sie dann im Besitz des nachmaligen Papstes Sixtus IV. gewesen ; fol. 164' heißt es : ad usum magistri Francisci de Ruvere de Saona hic liber concessus est. — Die Quästionen müssen vor 1391 entstanden sein : der Codex Ven. Marc. lat. VIII, 38 enthält fol. 8'-37 eine 1391 geschriebene Hs. von ihnen.

abweichenden Standpunkt vertritt. Zunächst [1] wird am Mathematiker Bradwardine Kritik geübt, in mehrfacher Beziehung. Wir wollen dem verwickelten und keineswegs sehr klaren Gedankengang nicht im einzelnen folgen. Das Ergebnis seiner Kritik, soweit sie unser Problem betrifft [2], ist dieses: Bradwardine hat geirrt, wenn er sagt: proportio octupla est tripla ad duplam, oder: nonecupla est dupla ad triplam. Es ist vielmehr zu unterscheiden zwischen duplum und duplicatum, triplum und triplicatum usw., derart, daß duplum eine Verdoppelung der *denominatio* (des Zahlenwerts) der Proportion bedeutet (d. h. eine Multiplikation mit 2), die duplicatio dagegen die Multiplikation der Proportion mit sich selbst meint, also die Quadrierung; entsprechend heißt triplum dreifach, triplicatum dritte Potenz usf. Das Verhältnis 9 : 1 ist also nicht das duplum von 3 : 1, sondern das duplicatum, und ist das duplum von 4 ½ : 1; 8 : 1 ist nicht tripla ad proportionem duplam, sondern triplicata usw. Leider ist Blasius nicht konsequent in der Anwendung dieser Terminologie, sodaß manche Unklarheiten entstehen.

Wenn nun die Geschwindigkeit [3] bestimmt ist durch das Verhältnis von Kraft und Widerstand — und an dieser Grundregel hält natürlich auch Blasius fest —, so gibt es zwei Möglichkeiten, wie die Änderungen der Geschwindigkeit von den Änderungen der Proportion zwischen Kraft und Widerstand abhängen können: die doppelte Geschwindigkeit kann bedingt sein durch eine dupla proportio potentiae moventis ad resistentiam oder durch eine duplicata, die dreifache durch eine tripla oder eine triplicata usf. Oder anders ausgedrückt: das Verhältnis der Geschwindigkeiten kann dem Verhältnis der Proportionen als solcher oder dem ihrer denominationes folgen. Blasius hat also die Wahl zwischen zwei Funktionsgleichungen, und er entscheidet sich, gegen Bradwardine, für die zweite: in omni motu proportio velocitatum est attendenda penes proportionem denominationum [proportionum] [4] potentiarum moventium ad resistentias [5]. Was er allerdings an Beweisen

[1] Qu. 6, fol. 142'-145.

[2] Auf einen andern strittigen Punkt, wo Blasius' Kritik nur eine Stimme unter vielen ist, haben wir schon in anderm Zusammenhang hingewiesen (a. a. O. S. 184).

[3] Qu. 10, fol. 149'-151'.

[4] Das Wort fehlt in der Hs.

[5] Blasius fügt hinzu: capiendo velocitatem pro acceleratione. Er kennt nämlich neben dem üblichen Geschwindigkeitsbegriff, den er als acceleratio bezeichnet, noch einen andern, der aber nur für qualitative Änderungen in Betracht kommt: alio modo per velocitatem possumus intelligere effectum pro-

für diese seine These und an Argumenten gegen die Bradwardines anzuführen hat, ist wenig gehaltvoll ; auf die Schwierigkeit, die Bradwardine zu seiner Entscheidung veranlaßt hatte und die den springenden Punkt des ganzen Problems ausmacht, geht er gar nicht ein : daß nämlich bei Gleichheit von Kraft und Widerstand die Geschwindigkeit gleich null sein muß, während die denominatio der proportio aequalitatis natürlich gleich eins ist.

Überdies ist Blasius nicht nur nicht konsequent in der Terminologie, er ist auch nicht konsequent im Festhalten am eigenen Standpunkt. Der Gesichtspunkt wechselt dauernd. Blasius geht, oft innerhalb desselben Beispiels, von dem eigenen Standpunkt zu dem *communis modus loquendi*, d. h. der Bradwardineschen Lehre, über und umgekehrt, ohne ausdrücklich darauf hinzuweisen, sodaß er sich mehr als einmal in scheinbare Widersprüche verwickelt. Und nicht nur das : ehe er endgültig das Thema verläßt und sich einer neuen Problemgruppe zuwendet, will er das Gesagte noch einmal wiederholen, ut cupientes de proposita quaestione generaliter sub eorum magistris respondere possint, non recurrendo ad aliam quaestionem prius determinatam, und in dieser Zusammenfassung [1] stellt er sich nach einigen Thesen, die die eigene Ansicht mehr andeuten als darlegen, endgültig auf den herkömmlichen Standpunkt, mit der Begründung : quia ista dici non sunt consueta, aliter procedo me magis communi modo loquendi conformando. Es folgt dann die Kritik an den aristotelischen Regeln, ganz in der üblichen Weise unter Voraussetzung der Bradwardineschen Theorie.

Dieselbe Haltung nimmt Blasius auch in einer Expositio [2] und in Quästionen zur Physik [3] ein, von denen jedenfalls die letzteren nach dem Proportionenkommentar entstanden sind [4]. Er steht hier vollständig auf dem Boden der Bradwardineschen Lehre, ohne ein Wort der Kritik oder eine Andeutung, daß auch eine andere Lösung möglich ist [5].

ductum agentis vel producibilem in passum (fol. 150). Für diese zweite Art von « Geschwindigkeit » soll gelten, daß sie dem Verhältnis der agentia folgt.

[1] fol. 152'-154. [2] Vat. lat. 2159 fol. 1-58'.

[3] Vat. lat. 2159 fol. 61-225 ; eine weitere Handschrift, die ziemlich lücken- und fehlerhaft ist und überdies im 7. Buch abbricht, findet sich in Vat. lat. 3012 fol. 2'-110'.

[4] Es handelt sich, wie in den Explicit der einzelnen Bücher gesagt ist, um *recollectiones* (d. h. Reportationen) nach Quästionen zur Physik, die Blasius im Jahr 1397 in Pavia disputiert hat. Die Quästionen zum Tractatus proportionum müssen vor 1391 verfaßt sein (vgl. oben S. 161).

[5] fol. 45-45', bzw. fol. 203-210. — In seinem Traktat *De motu* (Barb. lat. 357 fol. 1-16'), der überwiegend von der velocitas penes effectum handelt, begnügt

Es ist kein Wunder, daß unter diesen Umständen Blasius' Polemik keinen großen Eindruck gemacht hat. Ihre Wirkung ist offenbar nicht über seinen Schülerkreis hinausgegangen [1]. Jedenfalls hat Johannes Marliani, der einige Jahrzehnte später gleichfalls in Pavia lehrte [2] und der auch an der Bradwardineschen Funktion Kritik geübt hat, und zwar dieselbe wie Blasius, keine Ahnung davon, daß ihm darin schon jemand zuvorgekommen war. Zu Beginn seiner *Quaestio de proportione motuum in velocitate* [3], die 1464 entstanden ist [4], entschuldigt er sich ausdrücklich, daß er Einspruch zu erheben wagt gegen eine sententia communis et vulgatissima ... omnium qui hac tempestate et qui hactenus supra ducentesimum annum in his artibus floruerunt. Die mathematisch-terminologische Kritik an Bradwardine, qui quasi fundator dicitur fuisse communis opinionis in hac materia, führt zu demselben Ergebnis wie die des Blasius, nur äußert sich Marliani viel entschiedener als dieser. Wir gehen auf die Einzelheiten — die Argumentation ist etwas anders als bei Blasius — nicht ein ; das Ergebnis ist kurz dieses : bei den Proportionen ist genau so wie bei den einfachen Zahlen zu unterscheiden zwischen Verdoppelung und Multiplikation mit sich

Blasius sich mit folgender Verweisung : quia de velocitate penes causam multae inveniuntur reprobatae falsae opiniones, ideo praesupponitur totum, quod alibi de hoc investigatur (fol. 1).

[1] Eine unverkennbare Nachwirkung Blasius' finden wir in der *Quaestio de additione qualitatis ad qualitatem secundum fratrem Giorgium de Pera* (Chis. E IV 109 fol. 237'-248', scripta ... a. d. 1395), auf die wir schon früher aufmerksam gemacht haben (a. a. O. S. 184). Der Autor nimmt Blasius' Kritik an Bradwardine auf, z. T. mit ziemlich starken Ausdrücken (er spricht von *terribilis grossities* u. ä.), und verweist im übrigen auf eine *Quaestio de communi entitate* (! vielleicht *de continuitate ?*) *permanentium et successivorum*, die er in England disputiert und in der er Bradwardine ausführlicher widerlegt habe.

[2] Einen wertvollen Beitrag zur Biographie und Bibliographie Marlianis gibt M. Clagett, Giovanni Marliani and late medieval physics, New York 1941 ; aber das Gesamtbild, das er von der spätscholastischen Naturphilosophie entwirft, ist in vielen Punkten verzeichnet. Das gilt insbesondere von dem Kapitel über das peripatetische Bewegungsgesetz. C. hat Bradwardines Lehre völlig mißverstanden (S. 135 ff.) — er sieht in ihr nur eine neue Formulierung der klassischen Theorie von der einfachen proportionalen Abhängigkeit — und beurteilt infolgedessen die Kritik Marlianis, dem er seinerseits den ganz unberechtigten Vorwurf macht, Bradwardine nicht richtig verstanden zu haben, von einem falschen Standpunkt aus, z. T. auch, was die mathematischen Einzelheiten anbelangt. So ist z. B. die Unterscheidung von *componi* und *produci* bei Proportionen lange vor Marliani geläufig gewesen und bedeutet etwas ganz anderes als C. annimmt (S. 134) !

[3] Die Ed. Pavia 1482 war uns nicht zugänglich ; wir benützen die Hs. Vat. lat. 2225 fol. 11-37'.

[4] Die Hs. Florenz Bibl. Naz. Conv. soppr. J. VIII. 29 trägt dieses Datum.

selbst [1], nur für die Zahl 2, bzw. die Proportion 2 : 1 fallen beide zusammen. Und es gilt allgemein, entgegen der herrschenden Lehre [2], daß das Verhältnis zwischen Proportionen gleich ist dem Verhältnis ihrer denominationes. Aber damit ist die Lösung für das eigentliche Problem noch nicht gefunden, wodurch das Verhältnis der Geschwindigkeiten bestimmt ist. Denn gegen die einfachste und nächst gelegene Lösung, die Blasius ohne weiteres angenommen hatte, erhebt sich für Marliani nun jenes Bedenken, das bei Blasius unberücksichtigt geblieben war : daß nämlich aus der proportio aequalitatis keine Bewegung folgen darf, daß ihr also, modern ausgedrückt, der Geschwindigkeitswert null entsprechen muß.

Marliani kommt zu folgendem Ergebnis : universaliter talis est proportio motuum ... qualis est proportio proportionum excessuum potentiarum motivarum supra suas resistentias ad suas resistentias [3]. Um die Geschwindigkeit zu erhalten, ist also zunächst der Widerstand von der Kraft abzuziehen und dann ist diese Differenz durch den Widerstand zu dividieren. Für den Fall, daß beide Größen einander gleich sind, ergibt sich aus dieser Formel für die Geschwindigkeit in der Tat der Wert null : die Hauptbedingung, die an die gesuchte Funktionsgleichung gestellt wird, ist also — anders als bei Blasius von Parma — erfüllt.

Marlianis Kritik hat auch keine merkbare Wirkung gehabt : die herrschende Lehre bleibt die Bradwardines, bis dann mit der klassischen Mechanik des 17. Jahrhunderts die große Revolution kommt, die sich weniger gegen die mathematische Formulierung als gegen die Substanz

[1] Übrigens zitiert er zu dieser Unterscheidung Richard Killington (und denkt vermutlich an dessen Physikkommentar, vgl. oben S. 160 [6]) : quod et subtilis philosophus Ricardus Clienton concessit declarans quod non omnis proportio duplicata aut triplicata respectu alicuius est vere dupla aut tripla ad illam (fol. 25'). Was für Schlüsse Killington hieraus gezogen hat, wird nicht gesagt ; offenbar keine gegen Bradwardines Bewegungsgesetz, denn das hätte Marliani wohl erwähnt.

[2] Et fateor, antwortet Marliani auf den Einwand, daß die gegenteilige Ansicht durch die Autorität ipsius Bardvardini, Albertoli (d. h. Alberts von Sachsen), Marsilii (von Inghen), Nicolai Oren, Buridan, Pauli Veneti et quasi omnium modernorum gestützt sei, me semper plurimum ammirationis accepisse, cum legerem publice proportiones Bardvardini aut Albertoli, quando scil. ratione tam deboli nihilque concludenti conclusiones suas demonstrare videbantur. Wir erfahren nebenbei aus dieser Kritik, daß um die Mitte des 15. Jahrh. in Pavia offenbar regelmäßig nicht nur über die Proportiones Bradwardines, sondern auch über die Alberts von Sachsen gelesen wurde.

[3] Art. III concl. 8. Wenn wieder m die bewegende Kraft, r den Widerstand, v die Geschwindigkeit bedeutet, dann wäre also : $v = (m - r) : r$.

der aristotelisch-scholastischen Dynamik wendet und endgültig etwas Neues an ihre Stelle setzt.

Aber Marlianis Lösung ist von prinzipiellem Interesse, denn sie zeigt noch einmal in einer andern Form, daß die Spätscholastik tatsächlich die mathematische Funktion in der Erfassung physikalischer Zusammenhänge bewußt angewandt hat und daß sie sich vollkommen darüber klar war, was das Wesentliche bei dieser Anwendung ist. Der Umstand, daß die dynamischen Gesetze, die auf diese Weise exakt formuliert werden sollten, als solche nicht stimmen und daß darum die gefundenen Regeln notwendig falsch ausfallen mußten, hat in diesem Zusammenhang nichts zu sagen. Noch einmal: der physikalische Tatbestand wird vorausgesetzt, und die Aufgabe, die die Spätscholastik sich von Bradwardine an stellt, ist die, eine einheitliche, für alle Werte gültige Rechenregel zu finden, die die vorausgesetzten physikalischen Abhängigkeiten zum Ausdruck bringt. Es ist eine Aufgabe, die keineswegs einfach ist, denn die Voraussetzungen sind derart, daß die Lösung zunächst unmöglich erscheint. Daß nun die Spätscholastik trotzdem mit dem Problem fertig geworden ist, zeigt ein solches Verständnis für Wesen und Bedeutung der Methode als solcher, daß in dieser Beziehung — vielleicht mehr als in mancher andern — die Naturphilosophie des 14. Jahrhunderts mit vollem Recht als Vorläuferin der modernen Physik angesehen werden kann.