Gehört die Logik zur Ontologie oder zur Mathematik?

Guido Küng

Gehört die Logik zur Ontologie oder zur Mathematik?

Die formale Logik hat um die Jahrhundertwende ihre Wiedergeburt als «*mathematische* Logik» erlebt, und so bekannte Autoritäten in der Philosophie der Logik wie Heinrich Scholz[1] und J. M. Bocheński[2] haben die Auffassung vertreten, daß die Gesetze dieser formalen Logik, genau betrachtet, Gesetze der *Ontologie* seien. Andererseits wurde in der philosophischen Tradition die Logik immer als eine Disziplin *sui generis* und nicht als ein Teilgebiet der Ontologie oder der Mathematik aufgefaßt. Es ist also angebracht, diese Frage der Einordnung der formalen Logik genauer zu untersuchen.

1. *Logisch gültige Schlüsse, logisch gültige Schlußformen und logische Gesetze*

Es ist unbestritten, daß die formale Logik als die Lehre von den gültigen Schlußformen aufgefaßt werden kann. Wir wollen deshalb als erstes einige einfache Beispiele anführen, welche daran erinnern sollen, daß man zwischen logisch gültigen Schlüssen, logisch gültigen Schluß-

[1] Vgl. H. Scholz, *Metaphysik als strenge Wissenschaft,* Köln 1941, S. 146–147; H. Scholz, «Logik, Grammatik, Metaphysik», *Archiv für Rechts- und Sozial-Philosophie* 36 (1943–1944) 393–433, abgedruckt in *Archiv für Philosophie* 1 (1947) 39–80 und in H. Scholz, *Mathesis Universalis,* Basel 1961, S. 399–436.

[2] Vgl. J. M. Bocheński, «Logic and ontology», *Philosophy East and West* 24 (1974) 275–292, besonders S. 290, wo die Formulierung vorgeschlagen wird: «... logic... is the *general* ontology of both real and ideal entities»; J. M. Bocheński, «The general sense and character of modern logic», in E. Agazzi, Hrsg., *Modern Logic: A Survey,* Dordrecht 1981, S. 3–14, besonders S. 13.

formen und logischen Gesetzen unterscheiden muß[3]. Nachher werden wir anhand dieser konkreten Beispiele überlegen, in welchem Sinne die Logik etwas mit Ontologie und Mathematik zu tun hat.

Die folgenden Schlüsse sind logisch gültig:

(1) Alle Schweizer sind Menschen
Alle Menschen sind Philosophen
Alle Schweizer sind Philosophen

(2) Es regnet oder es ist kalt
Es regnet nicht
Es ist kalt

Ein Schluß ist logisch gültig, wenn garantiert ist, daß, falls die Prämissen wahr sind, dann notwendig auch der Schlußsatz wahr ist. Wie schon Aristoteles bemerkt hat, hängt die Gültigkeit von Schlüssen wie den obigen von deren Form ab. So entspricht dem Schluß (1) in der Syllogistik die folgende logisch gültige Schlußform:

(3) Alle S sind M
Alle M sind P
Alle S sind P

In der modernen Prädikatenlogik entspricht dem Schluß (1) die logisch gültige Schlußform:

(4) $(x)\ (Sx \rightarrow Mx)$
$(x)\ (Mx \rightarrow Px)$
$(x)\ (Sx \rightarrow Px)$

Dem Schluß (2) entspricht in der modernen Aussagenlogik die logisch gültige Schlußform:

(5) $p \vee q$
$\sim p$
q

[3] Es kann hier nicht alles von Grund auf erklärt werden. Wer mit der modernen Logik nicht vertraut ist, möge ein entsprechendes Lehrbuch zu Rate ziehen, z.B. J. Dopp, *Formale Logik*, Einsiedeln 1969.

In der modernen Logik spricht man zudem von logischen Gesetzen. Die folgenden Formeln sind Beispiele von logischen Gesetzen:

(6) $p \vee \sim p$

(7) $\sim(p \wedge \sim p)$

(8) $(x)\,(Px \vee \sim Px)$

(9) $(x) \sim (Px \wedge \sim Px)$

(10) $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$

(11) $(x)\ [((Sx \rightarrow Mx) \wedge (Mx \rightarrow Px)) \rightarrow (Sx \rightarrow Px)]$.

Ein logisches Gesetz ist eine Formel, die immer eine wahre Aussage ergibt, wenn man für die freien Variablen '*p*', '*q*', '*S*', '*M*', '*P*' usw. entsprechende Ausdrücke einsetzt. So kann man aus dem Gesetz (6) zum Beispiel die folgende tautologisch wahre Aussage erhalten:

(12) Es regnet oder es ist nicht der Fall, daß es regnet.

Man kann sagen, die Logik sei die Wissenschaft von den logischen Gesetzen. Dies steht zur Behauptung, daß die Logik die Lehre von den logisch gültigen Schlußformen sei, keineswegs im Widerspruch, denn jeder logisch gültigen Schlußform entspricht ein logisches Gesetz. So entspricht der Schlußform (5) das logische Gesetz (10) und der Schlußform (4) das logische Gesetz (11). Man kann zudem die Zuordnung auch anders sehen, indem man sich überlegt, daß jedes logische Gesetz im Grunde genommen eine logisch gültige Schlußform mit null Prämissen darstellt: ein logisches Gesetz ist ja eine Aussageform, die ohne weitere Prämissen garantiert, daß eine Aussage von dieser Form wahr ist.

2. Ist die Logik ein Zweig der Ontologie?

Wenn man davon ausgeht, daß die Logik die Wissenschaft von den logischen Gesetzen ist, kann man leicht zur Auffassung gelangen, die Logik sei nichts anderes als Ontologie. Denn wovon handeln diese logischen Gesetze? Handeln sie als allgemeine Aussageformen nicht ganz allgemein von Dingen, Eigenschaften, Sachverhalten usw.? Kann zum Beispiel das prädikatenlogische Gesetz (8) nicht wie folgt gelesen werden:

(13) Für jede beliebige Eigenschaft *P* gilt: jedem Individuum *x* kommt *P* zu oder kommt *P* nicht zu (d.h. eine Eigenschaft kommt einem Ding zu oder nicht zu).

Das logische Gesetz (8) scheint demnach nichts anderes als ein ontologisches Gesetz, nämlich das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten für Eigenschaften zu sein. Auch die Gesetze der Aussagenlogik scheinen in einer gleichartigen Weise interpretierbar zu sein. Man lese z.B. das Gesetz (7):

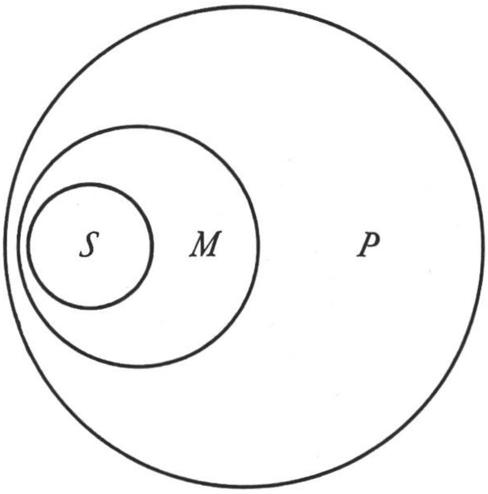
(14) Für jeden beliebigen Sachverhalt *p* gilt: es ist nicht der Fall, daß *p* zugleich der Fall und nicht der Fall ist (d.h. ein Sachverhalt kann nicht gleichzeitig der Fall und nicht der Fall sein, d.h. es kann keine kontradiktorischen Tatsachen geben).

Das logische Gesetz (7) scheint also ebenfalls ein ontologisches Gesetz, nämlich das (Nicht-)Widerspruchsgesetz für Sachverhalte zu sein. Da man eine derartige Lesart auf alle logischen Gesetze anwenden kann, scheint die ganze Logik nichts anderes als Ontologie zu sein.

3. Ist die Logik ein Zweig der Mathematik?

Die moderne formale Logik wird aber auch als «mathematische Logik» bezeichnet. Man kann dafür drei Gründe anführen: (a) die moderne formale Logik wurde von Mathematikern bzw. an Mathematik interessierten Philosophen (wie Boole, Frege, Russell) begründet; (b) sie fand ihr erstes Anwendungsgebiet in der mathematischen Grundlagenforschung; (c) ihre Theorien wurden formalisiert, so daß man mit ihren Formeln wie mit mathematischen Gleichungen «rechnen» kann. Doch diese drei Gründe besagen vorerst nur, daß die Logik für den Mathematiker und die Mathematik für den Logiker von Interesse ist. Sie sagen noch nichts darüber aus, wovon denn die logischen Gesetze handeln, ob Logik und Mathematik von den gleichen Gegenständen handeln.

Doch es gibt noch eine weitere Überlegung: Die Begründer der modernen Logik haben nämlich die wichtige Entdeckung gemacht, daß viele logische Theorien *rein extensional* interpretiert werden können. So läßt sich zum Beispiel die logische Gültigkeit der Schlußformen der Syllogistik und der klassischen Logik der einstelligen Prädikate mit Hilfe von Diagrammen bestimmen, welche nicht auf den Inhalt, sondern nur auf den Umfang, die Extension der Termini bzw. der Prädikatausdrücke Bezug nehmen. Zum Beispiel die Schlußformen (3) und (4) werden durch das folgende Diagramm als logisch gültig erwiesen:



In diesem Diagramm ist dargestellt, wie die Menge der Dinge, die unter den Ausdruck *'S'* fallen, und die Menge der Dinge, die unter den Ausdruck *'M'* fallen, in der Menge der Dinge eingeschlossen sind, die unter den Ausdruck *'P'* fallen. Das Gesetz, welches der logischen Gültigkeit der Schlußformen (3) und (4) zugrunde liegt, scheint also ein Gesetz der Mengenlehre zu sein, nämlich:

(15) $(S \subset M \wedge M \subset P) \rightarrow S \subset P$
d. h. für beliebige Mengen S, M und P gilt, wenn S in M und M in P eingeschlossen ist, dann ist S in P eingeschlossen.

Die Mengenlehre ist jedoch eine Theorie der Mathematik, also scheinen die grundlegenden Gesetze der Syllogistik und der Prädikatenlogik mathematische Gesetze zu sein.

Bei der Aussagenlogik kommt es für die extensionale Interpretation auf die Wahrheitswerte der Aussagen an. Die logischen Funktoren können dann als Wahrheitswertfunktoren aufgefaßt werden und die logischen Gesetze sind Funktionen, welche für beliebige Einsetzungen den Wert Wahr ergeben. Im Gegensatz zu den Mengen sind die Wahrheitswerte jedoch keine mathematischen Gegenstände. Es geht also nicht an, die aussagenlogischen Gesetze als mathematische Gesetze zu bezeichnen. Man kann zwar den Werten Wahr und Falsch die Zahlen 0 und 1 *zuordnen* (und so die Wahrheitswertfunktoren in arithmetische Funktoren umwandeln), aber die Werte Wahr und Falsch *sind* keine Zahlen.

4. *Die Logik ist eine Wissenschaft* sui generis

4.1 *Die Logik ist nicht ein Zweig der Mathematik*

Wie wir schon gesehen haben, handeln die aussagenlogischen Gesetze, selbst wenn sie extensional interpretiert werden, nicht von mathematischen Gegenständen. Aber selbst bei der extensionalen Syllogistik und Prädikatenlogik stellt man bei näherem Zusehen fest, daß die logischen Gesetze *nicht* mit mengentheoretischen Gesetzen *identisch* sind. Die Formel (11), zum Beispiel, ist *nicht* mit der Formel (15) identisch. Die Variablen *'S'*, *'M'* und *'P'* sind in (11) Variablen, für die man irgendwelche *Prädikatausdrücke* wie 'ist-ein-Schweizer', 'ist-grün', 'raucht' usw. einsetzen kann; die Prädikatausdrücke *haben* Extensionen, aber sie *benennen* keine Extensionen. In der Formel (15) hingegen sind die Variablen *'S'*, *'M'* und *'P'* Variablen, für die man beliebige *Namen von Mengen,* aber keine Prädikatenausdrücke einsetzen kann. (15) spricht also *über* Mengen, (11) dagegen nicht. (15) ist ein mengentheoretisches, und also ein mathematisches Gesetz, (11) ist kein mathematisches Gesetz.

Natürlich ist es wahr, daß zwischen (11) und (15) ein enges Verhältnis besteht: wenn man in (11) Prädikatausdrücke einsetzt, dann besteht zwischen den Extensionen dieser Prädikatausdrücke die in der Formel (15) beschriebene mengentheoretische Beziehung. Die Gültigkeit des logischen Gesetzes (11) hängt also mit dem mengentheoretischen Gesetz (15) zusammen. Aber (11) ist mit (15) nicht identisch, denn (11) handelt von der Beziehung zwischen Prädikatausdrücken und nicht bloß von der Beziehung zwischen Mengen. Man kann also sagen, daß zwischen der extensionalen Syllogistik und Prädikatenlogik einerseits und der Mengenlehre andererseits eine Beziehung besteht, doch darf man deswegen nicht sagen, daß diese Logiken ein Zweig der Mengenlehre seien.

In den Systemen von Frege und Russell wird die Mengenlehre als «Klassenlogik» bezeichnet und zur Logik gerechnet. Man kann dort Namen von Mengen auf Grund von Prädikatausdrücken «definieren». Auch werden alle mengentheoretischen Funktoren mit Hilfe von prädikatenlogischen Ausdrücken «definiert». In diesem Sinne wird die Mengenlehre auf die Prädikatenlogik «zurückgeführt». Des weiteren werden alle Ausdrücke der Arithmetik mit Hilfe von Ausdrücken der Logik und Mengenlehre «definiert». Da zudem die Geometrie als analytische Geometrie auf die Arithmetik der reellen Zahlen «zurückführbar» ist, so erscheint schließlich die gesamte Mathematik als auf die Logik «zurückführbar». Es wurde deshalb die umstrittene logizistische These aufgestellt, daß die ganze Mathematik ein Teil der Logik sei.

Wir wollen hier nicht weiter auf diese logizistische These eingehen, doch sollte klar sein, daß die Logizisten die Mathematik auf die Logik und nicht die Logik auf die Mathematik zurückführen wollen. Nach Auffassung der Logizisten liegt die Prädikatenlogik der Mengenlehre und der Mathematik *zugrunde,* sie ist fundamentaler als die Mengenlehre und die Mathematik. Natürlich kann man von diesem Fundament sagen, daß die Mathematik auf es angewiesen ist, daß *in diesem Sinne* die Prädikatenlogik ein «Teil» der Mathematik sei. Aber die Prädikatenlogik ist nicht ein *Zweig* der Mathematik. Tatsächlich ist *jede* Wissenschaft auf die Logik angewiesen, kann keine Wissenschaft ohne logische Ausdrücke auskommen. In diesem Sinne ist also die Logik ein «Teil» jeder beliebigen Wissenschaft.

4.2. *Die Logik ist nicht Ontologie*

Auch die Auffassung, daß die Logik Ontologie sei, stimmt nicht ganz. Auch hier stellt man bei genauerem Hinsehen fest, daß keine Identität besteht, daß die logischen Gesetze *nicht* mit den ontologischen Lesarten dieser Gesetze *identisch* sind. In den ontologischen Gesetzen spricht man *über* Eigenschaften, Sachverhalte usw. Nicht aber in den logischen Gesetzen. So ist die Variable *'P'* in (8) eine Variable, für die man beliebige *Prädikatausdrücke* einsetzen kann, und nicht wie in (13) eine Variable, für die man *Namen von Eigenschaften* einsetzen muß; und in (7) ist *'p'* eine Variable, für die man beliebige *Aussagen* einsetzen kann, während man in (14) für *'p' Namen von Sachverhalten* einsetzen muß.

Doch ist es wiederum wahr, daß zwischen den logischen Gesetzen und den entsprechenden ontologischen Gesetzen ein besonderer Zusammenhang besteht. Dieser beruht darauf, daß Dinge, Eigenschaften, Sachverhalte usw., die in der Wirklichkeit vorkommen, entsprechende Aussagen wahr machen, daß diese ontologischen Entitäten also «Wahrmacher» (truth-makers) von Aussagen sind[4]. Falls z. B. der Sachverhalt

[4] Vgl. z.B. P. M. SIMONS, «Moments as truth-makers», in W. LEINFELLNER *et al.*, Hrsg., *Sprache und Ontologie,* Akten des 6. Internationalen Wittgenstein Symposium, Wien 1982, S. 159–161.

des Regnens in der Wirklichkeit vorkommt, dann ist die Aussage 'Es regnet' wahr. Es ist deshalb nicht erstaunlich, daß die Gültigkeit der logischen Gesetze mit allgemeinsten Gesetzmäßigkeiten zusammenhängt, welche für Dinge, Eigenschaften, Sachverhalte usw. gelten; welche also ontologische Gesetzmäßigkeiten sind. So hängt z.B. die Gültigkeit des aussagenlogischen Gesetzes (6) damit zusammen, daß ein Sachverhalt nicht gleichzeitig in der Wirklichkeit vorkommen und nicht vorkommen kann. Doch ist das logische Gesetz (6) nicht mit der ontologischen Behauptung (14) *identisch*, es spricht nicht *über* Sachverhalte.

Es ist übrigens eine Tatsache, daß viele Philosophen, die mit den Behauptungen der Logik keine Schwierigkeiten haben, es ablehnen, ontologische Theorien aufzustellen, welche *über* Eigenschaften, Sachverhalte usw. sprechen. Denn in der Tat ist es so, daß die Annahme von Eigenschaften, Sachverhalten usw. viele philosophische Probleme mit sich bringt. Eigenschaften, Sachverhalte usw. sind eine merkwürdige Art von «Etwassen», die keine Dinge sind, und die man doch verdinglichen muß, wenn man von ihnen sprechen will[5]. Zudem ist es nicht leicht, sie genau zu unterscheiden und zu zählen. Entspricht dem Begriff «rot» *eine* Eigenschaft oder ist es ein Sammelbegriff für *viele* Eigenschaften, die sich nach Helligkeit, Sättigungsgrad usw. unterscheiden? Kann identisch dieselbe Eigenschaft zwei verschiedenen Individuen zukommen (Universalienproblem)? Wieviele Eigenschaften hat ein einzelnes Individuum, z.B. dieser Bleistift hier? usw. Es ist deshalb ein Vorteil, daß die logischen Gesetze nicht mit ontologischen Gesetzen identisch sind; daß man logische Gesetze formulieren kann, ohne *über* diese schwer faßbaren ontologischen Entitäten zu sprechen.

4.3 Die Aussagen der Logik und ihr Gegenstand

Doch von was handelt dann die Logik? Was für Aussagen macht eigentlich die Logik? Die logischen Gesetze sind ja, so wie wir sie hier beschrieben haben, keine Aussagen, sondern Aussageformen. Erst durch Einsetzen erhält man wahre Aussagen, doch diese Aussagen sind

[5] Vgl. G. Küng, «Die Schwierigkeit mit der logischen Form ontologischer Aussagen», in W. Leinfellner *et al., op. cit.*, S. 37–48.

schon nicht mehr die uns primär interessierenden logischen Gesetze, sondern tautologische Aussagen über den Regen usw. Was also stellt ein Logiker für Behauptungen auf?

Die Logiker haben seit jeher bestimmte *metasprachliche Aussagen* gemacht: «Der Schluß (1) ist logisch gültig», «Der Schluß (1) hat die Form (3)», «Die Formel '$p \vee \sim p$' ist ein logisches Gesetz» usw. Metasprachliche Aussagen sprechen *über* sprachliche Ausdrücke, sie enthalten *Namen* von sprachlichen Ausdrücken. So ist z. B. der Ausdruck ‹der Schluß (1)› ein Name von (1), und der Ausdruck ‹die Formel '$p \vee \sim p$'› ein Name von (6). Man kann deshalb sagen, Gegenstand der Logik seien die sprachlichen Ausdrücke, wobei natürlich diese Ausdrücke im Hinblick auf die zwischen ihnen möglichen Beziehungen der logischen Folge untersucht werden. Bocheński bezeichnet eine solche Auffassung der Logik als «logischen Nominalismus»[6].

Doch die logischen Gesetze der modernen Logik sind *objektsprachliche* Aussageformen[7]. Könnte man nicht die freien Variablen dieser Aussage*formen* durch Allquantoren binden und so allgemeine objektsprachliche Aussagen erhalten? Wir hätten dann z. B. statt der Aussageformen (6) und (8), die folgenden allgemeinen objektsprachlichen Aussagen:

(16) $(p)\,(p \vee \sim p)$
(17) $(P)\,(x)\,(Px \vee \sim Px)$.

Solche Quantifikationen sind tatsächlich gemacht worden, doch wie sind sie zu lesen und was besagen sie?

Gewisse Logiker schlagen ontologische Lesarten vor. Sie behaupten zum Beispiel, (13) sei eine passende Lesart für (17). Doch dann wäre (17) nicht mehr eine Quantifizierung von (8); denn wie wir schon gesehen haben, verwandelt die ontologische Lesart alle freien Variablen in Variablen von der grammatikalischen Kategorie von Namen, während die Variable 'P' in (8) doch eine einstellige Prädikatenvariable und nicht eine Namenvariable ist.

[6] J. M. Bocheński 1974, S. 292, Fußnote.

[7] Bocheński (1974, S. 285) betont, daß die objektsprachliche Formulierung der Gesetze in der modernen Logik mit dem Vorgehen von Aristoteles übereinstimme und sich die moderne Logik durch diese Rückkehr zu objektsprachlichen Formulierungen gegenüber der auf metasprachlichen Formulierungen festgelegten Logik der Stoa und Scholastik auszeichne.

Andere Logiker meinen, man könne diese Quantoren als substitutionelle Quantoren lesen[8]. Dies ist natürlich möglich. Doch dann besagt (17) soviel wie:

(18) Für jeden Prädikatausdruck, den man für die Variable *'P'* einsetzt, erhält man aus *'(x) (Px∨ ∼Px)'* eine wahre Aussage.

Doch (18) ist eindeutig eine metasprachliche Aussage, die *über* sprachliche Ausdrücke spricht. (17) wäre also nach dieser substitutionellen Lesart nur scheinbar eine objektsprachliche Aussage und wir müßten zugeben, daß alle Behauptungen der Logik metasprachliche Aussagen sind.

Es gibt aber noch eine dritte Lesart, nämlich die leśniewskische, d.h. diejenige, welche für die Formeln der logischen Systeme des polnischen Logikers S. Leśniewski (1886–1939) die passende ist[9]. Hiernach ist (17) zu lesen:

(19) Für beliebige Bedeutungen von *'P'* gilt, daß *(x) (Px∨ ∼Px)*.

Wie die vorkommenden Anführungszeichen verraten, ist (19) wiederum eine metasprachliche Aussage, doch ist der metasprachliche Charakter von (19) weniger ausgeprägt als derjenige von (18)[10]. Insbesondere besteht bei der leśniewskischen Lesart der Wertbereich der Quantifikation nicht wie bei der substitutionellen Lesart aus sprachlichen Ausdrücken, sondern aus *sprachlichen Bedeutungen*. Im Hinblick auf die leśniewskische Lesart der quantifizierten logischen Gesetze kann man also sagen, daß die Logik vor allem die sprachlichen Bedeutungen zum Gegenstand hat.

Doch die sprachlichen Bedeutungen, was für «Etwasse» sind das eigentlich? Die Bedeutung eines Ausdrucks kann auch als «Sinn» dieses Ausdrucks bezeichnet werden. Die Bedeutungen (der Sinn) bilden einen Bereich, der sozusagen «zwischen» dem Bereich der sprachlichen

[8] Vgl. z.B. R. B. Marcus, «Interpreting quantifiers», *Inquiry* 5 (1962) 252–259.

[9] Vgl. G. Küng, «Leśniewski's systems», in W. Marciszewski, Hrsg., *Dictionary of Logic*, Den Haag 1981, S. 168–177; G. Küng, «The meaning of the quantifiers in the logic of Leśniewski», *Studia Logica* 36 (1977) 309–322.

[10] In Küng (1977) habe ich zu zeigen versucht, daß die Anführungszeichen in leśniewskischen Formeln sozusagen in die Klammern der Quantoren integriert sind, so daß diese Formeln nur *implizit* metasprachlich sind.

Ausdrücke und dem Bereich der bezeichneten Dinge liegt. Doch das alles ist reichlich metaphorisch. Viele Philosophen wollen deshalb die Bedeutungen nicht als eine eigene Art von «Etwassen» auffassen und ziehen es vor, nur von Ausdrücken (Wörtern) und Dingen zu sprechen. Doch zum Beispiel die Stoiker, welche als erste ausdrücklich die These vertreten haben, daß die Logik die Bedeutungen zum Gegenstand habe, meinten, man könne nicht umhin, neben den Wörtern und den gewöhnlichen Dingen etwas Unkörperliches anzunehmen, das sie als *«lekton»* (das, was ausgesagt wird) bezeichneten[11]. In der Terminologie von Bocheński heißt die Auffassung, wonach die Logik es mit unkörperlichen, nicht-realen Gegenständlichkeiten zu tun habe, «logischer Idealismus»[12].

Natürlich kann der «logische Idealist» von den sprachlichen Bedeutungen nicht reden, ohne auch auf die sprachlichen Ausdrücke und die bezeichneten Dinge zu sprechen zu kommen; und andererseits kann auch der «logische Nominalist» nicht umhin, zwischen sinnlosen und sinnvollen Ausdrücken zu unterscheiden. Der Gegensatz zwischen dem «logischen Idealismus» und dem «logischen Nominalismus» ist also mehr eine Frage der Akzentuierung. Beide Standpunkte erforschen das, was sie als den besonderen Gegenstand der Logik betrachten (die sprachlichen Ausdrücke, bzw. die sprachlichen Bedeutungen) im Rahmen einer Semantik. Es ist deshalb am adäquatesten, wenn man sagt, die *Logik gehöre zur Semantik.*

Und zwar handelt es sich vor allem um die extensionale Semantik. Es war, wie schon gesagt, eine wichtige Errungenschaft der mathematischen Logiker, als sie einsahen, daß es bei sehr vielen Schlußformen nur auf die Extensionen ankommt. Bei den Prädikatausdrücken der Prädikatenlogik und den Termini der Syllogistik sind die Extensionen die Mengen derjenigen Dinge, auf welche diese Ausdrücke zutreffen. Mengen sind in der Tat so etwas wie Bedeutungen, nämlich ideale «Etwasse», die über den Dingen stehen; die nicht mit den Dingen identifiziert werden dürfen, die sie zu Elementen haben: es gibt ja auch leere Mengen, die keine Dinge als Elemente haben, und die trotzdem existieren.

Wie steht es nun aber genau: sind die Mengen *mathematische* Gegenstände, wie wir oben behauptet haben, oder sind sie eine Art von

[11] Vgl. Bocheński (1974) S. 282; B. Mates, *Stoic Logic,* Berkeley 1961, S. 11–12.
[12] Bocheński (1974) S. 284, 289.

Bedeutungen und somit Gegenstände der Logik? Ich neige zur Annahme, daß man genau genommen zwischen Mengen von Dingen und Extensionen von Ausdrücken unterscheiden sollte. Die Mengen sind Gegenstände der Mathematik, die Extensionen aber Gegenstände der Logik. Eine Menge ist eine Vielheit von Dingen, doch die Extension eines Terminus ist der extensionale Aspekt der Bedeutung dieses Terminus, nämlich ein bestimmtes Sich-distributiv-auf-Dinge-beziehen. Allerdings ist die mathematische Menge auch etwas Distributives, denn sie ist eine distributive Vielheit, die von der kollektiven Vielheit eines mereologischen Ganzen zu unterscheiden ist. Es fragt sich deshalb, ob es wirklich angebracht ist, diesen Unterschied zwischen einer mathematisch verstandenen distributiven Vielheit von Dingen und einer logisch verstandenen Form des sich-distributiv-auf-Dinge-Beziehens zu betonen.

Vielleicht ist es müheloser und trotzdem der Sache angepaßt, wenn man den Unterschied zwischen den Extensionen der Logik und den Mengen der Mathematik einfach dahingehend festlegt, daß Mengen reifizierte, d.h. verdinglichte Extensionen sind. Man kann dann sagen, solange die Extensionen nicht durch Namen benannt und somit verdinglicht würden, befinde man sich im Bereich der Logik; und erst mit der Reifizierung der Extensionen wechsle man von der Logik in die Mathematik hinüber.

5. «Schöne» und «unschöne» Systeme der Logik

Die meisten Systeme der modernen formalen Logik sind nicht rein logischer Art, sondern enthalten «unschöne» Beimischungen, die nach dem oben Gesagten eigentlich nicht in eine Logik hineingehören. So wird die Mengenlehre als Klassen«logik» in die Prädikatenlogik hineingenommen, und wo Aussagenvariablen und Prädikatenvariablen quantifiziert werden, da werden für diese quantifizierten Formeln meist ontologische Lesarten vorgeschlagen, welche diesen Formeln nicht angepaßt sind. Ja, nicht nur Mathematik und Ontologie werden mit der Logik vermischt, es kommt sogar vor, daß Aussagen über die *faktische* Beschaffenheit der Wirklichkeit, nämlich Aussagen, die ich als *metaphysische* Aussagen bezeichnen möchte, zu den logischen Gesetzen gerechnet werden. So ist im System der *Principia Mathematica* ableitbar, daß wenigstens ein Individuum existiert. Natürlich gehört es zu den

Wahrheiten des *common sense,* die jedermann annimmt, daß tatsächlich etwas existiert. Doch die logischen Wahrheiten sind nicht mit metaphysischen Wahrheiten zu vermischen, ob diese nun Wahrheiten des *common sense* seien oder nicht. Die logischen Gesetze sollten deshalb auch für Aussagen gelten, denen ein leerer Individuenbereich entspricht.

Die meisten Schöpfer von logischen Systemen haben zu wenig konsequent über das Wesen der Logik nachgedacht. Nicht so S. Leśniewski. Sein System ist ein Vorbild an Klarheit und ist am besten geeignet, das Besondere der Logik vor Augen zu führen. Die Logik von Leśniewski gilt für Aussagen über jeden beliebigen Gegenstandsbereich, sie setzt also in diesem Sinne der Anwendung der Logik keine Grenzen: die leśniewskische Logik gilt für Aussagen über Kühe ebensowohl wie für Aussagen, die den leeren Bereich der viereckigen Kreise betreffen. Und falls man es sinnvoll findet, über mathematische Gegenstände wie Mengen, Zahlen usw. oder über ontologische «Etwasse» wie Eigenschaften, Beziehungen oder Sachverhalte zu sprechen, d. h. falls man es sinnvoll findet, Menge, Zahlen, Eigenschaften, Beziehungen oder Sachverhalte als eine Art von Individuen zu betrachten und durch Namen zu benennen, dann gilt die leśniewskische Logik auch für diese Aussagen.

Für die logischen Gesetze sind die grammatikalischen Kategorien (die Bedeutungskategorien) und nicht die ontologischen Kategorien (die Seinskategorien oder Gegenstandskategorien) das Entscheidende[13]. Zwar ist es möglich, in einer künstlichen Sprache die grammatikalischen Kategorien nach den ontologischen Kategorien auszurichten, so daß die syntaktischen Strukturen im Sinne des logischen Atomismus des frühen Wittgenstein und Russells zu den ontologischen Strukturen isomorph werden. Doch ist ein solches Vorgehen keineswegs notwendig. So wird im System von Leśniewski ein eigenständiges System von Bedeutungskategorien aufgebaut, das auf den beiden Grundkategorien

[13] Der Ausdruck 'Bedeutungskategorie' stammt von Husserl (vgl. E. HUSSERL, *Logische Untersuchungen,* 1. Aufl. Halle 1900/1901, 2. Aufl. 1913, Bd. II/1 S. 318). Die Bedeutungskategorien bestimmen, welche Ausdrücke wohlgeformt und welche *un*sinnig sind. Wohlgeformte Ausdrücke können aber immer noch *wider*sinnig (d. h. inhaltlich nicht zusammenstimmend) oder widersprüchlich (d. h. formell kontradiktorisch) sein. – Leśniewski nimmt ausdrücklich auf Husserl Bezug, vgl. S. LEŚNIEWSKI, «Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik», *Fundamenta Mathematicae* 14 (1929) 1–81, wo auf S. 14 auf Husserl, *op. cit.,* S. 294, 295, 305–312, 316–321 und 326–342 verwiesen wird.

der Aussage und des Namens (d. h. des nominalen Terminus, der singulär, allgemein oder leer sein kann) beruht. Endlos viele grammatikalische Kategorien können so sukzessive in das leśniewskische System eingeführt werden.

Bei Leśniewski heißt die Aussagenlogik, die nur von der einen Grundkategorie der Aussage ausgeht, «Protothetik» (Theorie der Proto-Thesen, der ersten Thesen). Darauf folgt die Namenlogik (die ungefähr der russellschen Prädikatenlogik entspricht), wo die zweite Grundkategorie der Namen hinzugenommen wird. Leśniewski hat diese Namenlogik verwirrenderweise «Ontologie» genannt, da ihr undefinierter Funktor eine bestimmte Art von Kopula, also in etwa das Verb «sein» ist. Doch ist diese sogenannte «Ontologie» Leśniewskis keine Ontologie im üblichen Sinne des Wortes. Man kann aber die leśniewskische Namenlogik sehr wohl zur Erhellung der Ontologie im üblichen Sinne verwenden, da es in der Namenlogik von Leśniewski zu vielen ontologischen Behauptungen ein logisches Gegenstück (oder gar mehrere Gegenstücke) gibt[14].

Im System von Leśniewski folgt auf die Protothetik und die Namenlogik die Mereologie, d. h. die Lehre von den kollektiven Ganzen und Teilen. Doch ist die Mereologie schon nicht mehr zur Logik zu zählen, da in ihr erstmals ein Eigenname, nämlich der Name 'das All' definiert werden kann.

Die Mereologie drückt eben nicht mehr nur die allgemeinsten Gesetze aus, die der Gebrauch von Aussagen und Namen mit sich bringt, sondern sie drückt allgemeine Gesetze aus, welche die Struktur eines «Dinges», nämlich die Strukturierung eines Alls in kollektive Ganzheiten und Teile betreffen. Allerdings enthält die Mereologie wie die Logik keine Existenzbehauptungen bezüglich der Wirklichkeit, d. h. keine metaphysischen Aussagen. Die Mereologie selber «weiß» nicht, entscheidet nicht, ob der Name 'das All' ein leerer Name oder ob es der Eigenname eines tatsächlich existierenden «Dinges», nämlich eines tatsächlich existierenden größten kollektiven Ganzen ist. Die Mereologie ist ein Zweig der reinen Ontologie, welche allgemeine Wesensgesetze von «Dingen», hier allgemeine Wesensgesetze von kollektiven Ganzen und Teilen, zum Ausdruck bringt.

[14] Vgl. D. P. Henry, *Medieval Logic and Metaphysics*, London 1972.