

**Zeitschrift:** Freiburger Zeitschrift für Philosophie und Theologie = Revue philosophique et théologique de Fribourg = Rivista filosofica e teologica di Friburgo = Review of philosophy and theology of Fribourg

**Band:** 40 (1993)

**Heft:** 1-2

**Artikel:** Zur Mathematik in den Werken von Albertus Magnus

**Autor:** Ineichen, Robert

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-761367>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.05.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

ROBERT INEICHEN

# Zur Mathematik in den Werken von Albertus Magnus

Versuch einer Zusammenfassung

*This commentary takes up an unique position in the Euclid tradition of the (Latin) Middle Ages, because it is the first real comment on Euclid that was written in the Latin Occident*  
(P. Tummers, 1984, p. 326).

«In der Geschichte der Mathematik wird sein Name nicht genannt. Wiewohl die Mathematik bei ihm nicht dieselbe Rolle spielte wie bei Roger Bacon, hätten aber die zahlreichen Ausführungen über mathematische Probleme und die Zitate mathematischer Autoren, insbesondere Euklids, in seinen philosophischen und theologischen Werken eine besondere Untersuchung verdient», so schreibt B. Geyer (1944/58).

Dazu ist zwar zu sagen, daß Albertus Magnus auch schon früher gelegentlich in der Geschichte der Mathematik erwähnt worden ist. So schreibt zum Beispiel H. Suter (1879, p. 148): «Ich habe in Albertus Magnus zu Köln den ersten Deutschen zu nennen, der den mathematischen Wissenschaften einige Aufmerksamkeit zu Teil werden ließ.» Weiter darf man aber auch feststellen, daß Albertus Magnus in neueren und neuesten Darstellungen der Mathematikgeschichte ganz selbstverständlich erwähnt wird, so etwa bei D.E. Smith (1923/25), G. Loria (1929/33), O. Becker/J.E. Hofmann (1951), J.E. Hofmann (1953), C. Boyer (1968), P. Schreiber (1987) und H. Gericke (1990). – Vor

allem sind nun aber im Anschluß an die oben zitierte Arbeit von B. Geyer in den letzten Jahrzehnten Arbeiten erschienen, die sich entweder allgemein mit der Mathematik in den Werken von Albertus Magnus befassen oder dann mit dem sogenannten «Albertus-Kommentar», der – wie wir sehen werden – heute mit größter Wahrscheinlichkeit Albertus Magnus zugeschrieben werden kann. – Hingegen gibt es neuere und neueste Darstellungen der Philosophie von Albertus Magnus, in denen von seinen mathematischen Interessen kaum oder überhaupt nicht die Rede ist.<sup>1</sup>

In den nun folgenden Ausführungen soll der Versuch unternommen werden, *eine kurze Zusammenfassung* zu geben; für Einzelheiten muß dabei allerdings jeweils auf die angegebene Literatur verwiesen werden. – Der Schreibende ist Mathematiker, er hat bei der Abfassung dieses Berichtes vor allem auch an Leser gedacht, die der Mathematik oder doch der Geschichte der Mathematik etwas ferner stehen.

### 1. *Einleitung*

«Albert, auch der «Große» genannt (gest. 1280), bekam früh den Beinamen «von Köln». Dies war in mehrfachem Sinne berechtigt, obwohl er in Lauingen an der Donau geboren ist. Seit er 1228 Lektor in Köln geworden war, hatte ihn sein Lebensweg immer wieder in die damals größte deutsche Stadt zurückgeführt. 1245–48 lehrte er in Paris, kehrte dann aber nach Köln zurück, um das Generalstudium der Dominikaner aufzubauen. Ein Aufenthalt am päpstlichen Hof im Jahr 1256 und die zwei Jahre als Bischof von Regensburg (1260–62) unterbrachen nur für kurze Zeit sein Wirken in Köln, wo er 1280 starb. Die Bedeutung

<sup>1</sup> Sogar M. CANTOR (1913, p. 96) erwähnt ihn im 2. Band seines (heute allerdings etwas veralteten) vierbändigen Standardwerks, muß ihn aber «mit Bedauern» den Naturwissenschaftlern überlassen: «Der Dominikanerorden hat im XIII. Jahrhundert noch manchen hoch bedeutenden Schriftstellers sich zu rühmen. Albertus (1193–1280), Thomas von Aquin (1225–1274) haben ihm angehört. Die Geschichte der beschreibenden Naturwissenschaften sowie der Physik müssen bei ihnen verweilen, der Mathematiker nennt sie mit Bedauern seiner Wissenschaft fremd.» – S. GÜNTHER (1908, p. 285) zählt Albertus Magnus zu jenen Scholastikern, die «mehr Neigung für rein mathematische Dinge an den Tag legten als mancher ihrer Kollegen.» – «In der neuesten Publikation zu Alberts Philosophie (Alain DE LIBERA, *Albert le Grand et la philosophie*, Paris 1990) z. B. wird das mathematische Schaffen Alberts nicht erwähnt» (briefliche Mitteilung von Kollege Prof. R. Imbach, Fribourg).

Alberts liegt nicht zuletzt darin, eine deutsche Sonderentwicklung innerhalb des internationalen mittelalterlichen Denkens begründet zu haben. Deutschland hatte damals noch keine Universität; für die nächsten hundert Jahre spielte sich intellektuelles Leben fast ausschließlich bei den Dominikanern ab, mit Köln als Zentrum, und in ständigem Austausch mit Paris. ... Albert hat von der Jahrhundertmitte an konsequent daran gearbeitet, dem lateinischen Westen alle Werke des Aristoteles zu erschließen. Er tat dies, indem er die aristotelischen Schriften paraphrasierte; dabei fügte er an besonders umstrittenen Stellen *Exkurse* ein» (K. Flasch, 1986, p. 317).

Zu Beginn seiner *Physik* umreißt Albertus Magnus – wie B. Geyer (1944/58) schreibt – den Plan seiner Aristoteles-Paraphrasen: «Primo complebimus deo iuvante scientiam naturalem et deinde loquemur de mathematicis omnibus et intentionem nostram finiemus in scientia divina.» Er will also die Mathematik nach der Naturwissenschaft und vor der scientia divina behandeln. Und zu Beginn der *Metaphysik* schreibt er dann: «Naturalibus et doctrialibus iam, quantum licuit, scientiis elucidatis iam ad veram philosophiae sapientiam accedimus.»<sup>2</sup> Er hat also nun die Naturwissenschaft und die Mathematik (im Mittelalter auch durch «doctrinales» oder «disciplinales» bezeichnet) behandelt und will nun zur Metaphysik übergehen. Die im zweiten Zitat ausgedrückte *Existenz mathematischer Schriften* wird auch durch die alten Kataloge bestätigt. So sagt Heinrich von Herford: «(Scripsit) expositionem Euclidis, perspectivae et almagesti», und ähnlich drückt sich auch die Stamser Tabula aus: «Item exposuit Euclidem, perspectivam, almagestum et quosdam alios mathematicos.»<sup>3</sup>

Noch M. Grabmann (1928) zählt die folgenden mathematischen Schriften von Albertus Magnus auf, einschließlich der zugehörigen Codices und Standorte:

<sup>2</sup> Alle *lateinischen Albertus-Magnus-Zitate*, ausgenommen jene aus dem «Albertus-Kommentar», sind aus der kritischen *Kölner Ausgabe* (Ed. Col.), Münster 1951 ff., übernommen. Die *lateinischen Zitate aus dem Albertus-Kommentar* sind P. TUMMERS (1984) entnommen.

– «Primo complebimus...»: *Physica*, lib. 1, tract. 1, cap. 1; Ed. Col. 4,1, p. 5,38–41.

«Naturalibus et...»: *Metaphys.*, lib. 1, tract. 1, cap. 1; Ed. Col. 16,1, p. 1,9–11. – Zur Erklärung der Bezeichnungen «doctrinales» und «disciplinales» vgl. Anm. 23–25.

<sup>3</sup> Albertus Magnus hat keine scharfen Unterscheidungen zwischen «Physik», «Naturphilosophie» und «Naturwissenschaften» gemacht (siehe dazu C. WAGNER [1985] (p. 70). – Die Zitate aus den beiden alten Katalogen sind B. GEYER (1944/58) entnommen. – Heinrich von Herford, Dominikaner, gest. 1370.



- die Epitome Alberti in Almagest Ptolemaei<sup>4</sup>;
- eine correctio antiqui computi, d. h. eine Richtigstellung des computus, also der Osterberechnung; dasselbe Manuskript enthält auch eine von gleicher Hand geschriebene kurze Arbeit über die Geometrie des Euklid;
- schließlich eine Perspectiva, also eine Darstellung der Optik.

Wie nun B. Geyer (1944/58) nachweist, ist die Zuschreibung dieser Handschriften an Albertus Magnus nicht richtig. Auch ein Tractatus de Sphaera «clarissimi philosophi Alberti magni» stammt – wiederum nach B. Geyer – nicht von Albertus Magnus, sondern von Johann Peckham (1240?–1292).

Zu allen diesen Titeln hat man also bis jetzt keine Handschriften gefunden, die sich wirklich Albertus Magnus zuweisen lassen. In der Tat: «Alberts Vorhaben, die gesamte Mathematik zu bearbeiten, hat nicht viele Spuren hinterlassen» (I. Craemer-Ruegenberg, 1980, p. 32).

Indessen kennt man aber zunächst einmal aus den authentischen Werken von Albertus Magnus zahlreiche Äußerungen mathematischer Art, darunter insbesondere auch eine sehr große Anzahl von Zitaten zu Euklid. Und diese Zitate zeigen nach J. E. Hofmann (1960) «volle Vertrautheit mit dem Inhalt der Euklidischen Elemente». Eine kleine Auswahl solcher Texte bringt A. Fries (1981, p. 119–133); einen vorläufigen Katalog von mehr als hundert ausdrücklichen Euklid-Zitaten findet man in den beiden Bänden von P. Tummers (1984). Im Zusammenhang mit unseren weiteren Ausführungen sind vor allem auch drei von B. Geyer (1944/58) zitierte Passagen aus der Metaphysik von Interesse: «Hoc autem a nobis iam in Geometricis est demonstratum» – «sicut in XV et XVI tertii Geometriae nostrae determinatum est» – «sicut nos in I nostrae Geometriae ostendimus». – «Danach kann es keinem Zweifel unterliegen, daß Albertus tatsächlich eine Geometrie verfaßt hat...» (B. Geyer, 1944/58<sup>5</sup>). Zu einem ähnlichen Schlusse kommt auch P. Tummers (1980).

<sup>4</sup> PTOLEMAIOS von Alexandria (85?–165?) gibt in seinem Werk ἡ μεγάλη σύνταξις («Die große Zusammenstellung») die für nahezu 15 Jahrhunderte maßgebende Darstellung des geozentrischen Systems. Die Muslimen nannten das Werk «Almagest», wohl entstanden aus ἡ μέγιστη σύνταξις durch Voranstellen des arabischen Artikels al.

<sup>5</sup> «Hoc autem...»: Metaphys., lib. 1, tract. 2, cap. 10; Ed. Col. 16,1, p. 27, 73–74.

– «sicut in...»: Metaphys., lib. 3, tract. 2, cap. 3; Ed. Col. 16,1, p. 118, 37–38.

– «sicut nos...»: Metaphys., lib. 5, tract. 3, cap. 1; Ed. Col. 16,1, p. 256, 69–70.

Angesichts der oben skizzierten Sachlage mit den eigentlichen mathematischen Werken von Albertus Magnus ist nun von besonderer Bedeutung, daß in der Dominikanerbibliothek Wien ein mathematisches Werk vorhanden ist, das heute mit sehr guten Gründen Albertus Magnus zugeschrieben werden kann: der Euklidkommentar HS 80/45, am oberen Rande überschrieben mit «Primus euclidis cum commento Alberti», der sogenannte «Albertus-Kommentar». – Ist dieser Albertus wirklich identisch mit Albertus Magnus, stellt die Handschrift gar ein Autograph von Albertus Magnus dar?

Auf Grund einer ersten Untersuchung kam B. Geyer (1944/58) seinerzeit zum Schluß, dies sei «freilich sehr wahrscheinlich. Die letzte Entscheidung kann aber nicht gegeben werden, bevor der Inhalt näher geprüft ist.» In seiner Studie über die Autographie von Albertus Magnus schreibt H. Ostlender (1952) zu diesem Kommentar unter anderem: «Die Schrift halte ich für die Alberts.»

J. E. Hofmann (1960) befaßt sich als Mathematikhistoriker mit diesem Euklidkommentar und schreibt in der Einleitung seiner Arbeit: «Aus dem Bisherigen geht eindeutig hervor, daß das Wiener Manuskript eine echte Schrift des Albertus enthält»; mit «Albertus» meint er dabei Albertus Magnus.

P. Tummers (1980, p. 499) hält es nicht für erwiesen, daß die Handschrift ein Autograph von Albertus Magnus darstellt, betrachtet aber die Hypothese, daß Albertus Magnus der Urheber des Kommentars ist, als gut begründet: «... we cannot but take as wellgrounded hypothesis that Albertus Magnus is the author of that work.»

Auf Grund einer eingehenden Untersuchung der Schrift und des Stils einerseits und andererseits der Analyse zahlreicher Stellen aus den Werken von Albertus Magnus, die eine auffallende Übereinstimmung mit entsprechenden Passagen im «Albertus-Kommentar» zeigen, schließt P. Hossfeld (1982): «Der Euklid-Kommentar ist in dem Sinne ein <Autograph>, daß er wahrscheinlich nicht von Albertus Magnus geschrieben worden ist, aber wahrscheinlich von Albertus Magnus diktiert wurde..., wobei Albert den Stoff weiter durchdachte, umdachte und den gerade niedergeschriebenen Text während des Diktates öfter korrigieren ließ.»

Schließlich gibt P. Tummers (1984, Bd. I, p. 329) in seiner zweibändigen Darstellung «Albertus (magnus)' Commentaar op Euclides' Elementen der Geometrie» auf Grund seiner allseitigen und sehr sorgfältigen Untersuchungen eine durchaus positive Antwort auf die Auto-

renfrage, schreibt er doch im Summary seiner Arbeit: «... *it is stated that Albert, the author of the commentary, can indeed be identified as Albertus Magnus, that this commentary should be dated shortly after 1260...*»

Er stützt sich dabei

- auf die Ergebnisse seines intensiven *Vergleichs* von zahlreichen Textstellen mathematischer Art in den authentischen Werken von Albertus Magnus mit entsprechenden Stellen im Albertus-Kommentar,
- auf die *signifikante Anzahl* von Euklid-Zitaten in den Werken von Albertus Magnus, die sich sehr gut mit Hilfe des Albertus-Kommentars erklären läßt,
- und auf die Einleitung zum Euklid-Kommentar, die vom Autor offensichtlich selbständig zusammengestellt worden ist und *konsistent* ist mit den mathematischen Auffassungen, die Albertus Magnus in andern Werken präsentiert.

Auf den Inhalt dieses Euklid-Kommentars soll an späterer Stelle etwas eingegangen werden; zunächst sollen einige Hinweise auf Euklid und die Euklidrezeption im Mittelalter gegeben werden, soweit sie für diese Darstellung von Interesse sind.

## 2. Einige Bemerkungen über Euklid und seine Elemente

«Am Ende des 4. Jh. wurde die ganze Mathematik, wie sie in der Schule Platons betrieben wurde, in dem Werk von *Eukleides* zusammengefaßt, und zwar in einer Weise, die durch Jahrtausende hindurch als mustergültig betrachtet wurde. Seine Elemente sind einer der größten Erfolge der Weltliteratur: eine ganze Welt hat daraus Geometrie gelernt» (B. L. van der Waerden, 1966, p. 321).

Von diesem Euklid, dessen Name bis lange in die Neuzeit hinein geradezu ein Synonym für «Geometrie» bedeutet hat, weiß man sehr wenig: Er lebte um etwa 300 v. Chr. und lehrte in Alexandria. Zahlreiche Berichte über sein Leben, oft mit reizvollen Einzelheiten ausgeschmückt, gehören ins Reich der Legenden und Anekdoten. Sein Ruhm gründet sich in erster Linie auf seine «Elemente» (*elementa*, στοιχεῖα), die dreizehn, üblicherweise römisch numerierte Bücher umfassen.<sup>6</sup> Sie

<sup>6</sup> Buch I beginnt mit Definitionen, Postulaten und Axiomen und behandelt die Dreieckslehre, Parallelen, Flächenvergleiche und schließt mit dem Lehrsatz von Pythagoras und seiner Umkehrung. – Buch II enthält algebraische Umformungen in geometrischem Gewande, die Auflösung der quadratischen Gleichung, den verallgemein-

stellen nicht ein Werk zur Einführung in die Mathematik dar, sondern sind als Lehrgang für vorgerückte Studierende anzusehen.

Nun stammt nicht etwa alles, was in diesen dreizehn Büchern steht, von Euklid. So erkennt man in den Büchern I–VI, die die Planimetrie darstellen, und in den «arithmetischen» Büchern VII, VIII und IX den *Einfluß der Pythagoreer*; Buch V mit seiner sorgfältigen Darstellung der Lehre von den Proportionen und das der Stereometrie dienende Buch XII dürften vor allem von *Eudoxos von Knidos* (ca. 400–347) stammen; Buch X beruht auf den Vorarbeiten des *Theaetetus* (416–369), auf den auch die Theorie der regulären Polyeder im Buch XIII zurückgeht. Das mathematische Niveau der einzelnen Bücher ist sehr unterschiedlich und «wird wohl ganz von seinen Vorbildern bestimmt» (B. L. van der Waerden, 1966, p. 323). – Neben den «Elementen» hat Euklid noch verschiedene weitere Werke verfaßt; einige davon sind vollständig überliefert, von andern kennt man den Inhalt mehr oder weniger genau aus anderen Quellen.

Die Bücher I–VII, X und die Gruppe der Bücher XI–XIII werden durch *Definitionen* (definitiones, ὁποὶ) eingeleitet:

- «1. Ein Punkt ist, was keine Teile hat.<sup>7</sup>
2. Eine Linie breitenlose Länge.
- ...
23. Parallel sind gerade Linien, die in derselben Ebene liegen und dabei, wenn man sie nach beiden Seiten ins Unendliche verlängert, auf keiner einander treffen.»
- ... usw.

Einige dieser «Definitionen» – wie etwa 1 und 2 – sollen wohl im Leser ein *anschauliche Vorstellung* dieser Raumelemente wecken. Sie sind rein deskriptiv; irgendwelche mathematische Aussagen machen sie nicht. Sie werden später auch nicht mehr herangezogen. Andere hingegen

ten Lehrsatz des Pythagoras und den Höhensatz; Buch III die Kreislehre; Buch IV die einfachsten regulären Polygone. – Buch V bringt die Proportionen; Buch VI die Ähnlichkeitslehre. – Die Bücher VII–IX geben die Pythagoreische Zahlenlehre; Buch X behandelt gewisse Irrationalitäten; Buch XI die Stereometrie; Buch XII die Berechnung der Inhalte; Buch XIII die fünf regulären Körper.

Über Euklid und sein Werk siehe z.B. I. BULMER-THOMAS (1971), E. NEUENSCHWANDER (1989), J. SCHÖNBECK (1984).

<sup>7</sup> Alle deutschsprachigen Zitate aus den Elementen Euklids sind der deutschen Standardausgabe entnommen, die Clemens Thaer nach dem Text von J.L. Heiberg aus dem Griechischen übersetzt und 1933–37 publiziert hat (C. THAER, 1980, p. 1–10).

liefern mathematische Aussagen, die in späteren Überlegungen verwendet werden. Weiter muß bemerkt werden, daß einige bei Euklid definierte Begriffe in den weiteren Ausführungen überhaupt nicht benützt werden und daß später auch zahlreiche Begriffe auftreten, die nirgends explizit definiert sind.

Auf diese Definitionen folgt im Buch I eine Reihe von *Grundsätzen*, aufgeteilt in *Postulate* und *Axiome*. Die Grenze zwischen diesen beiden Arten von Grundsätzen ist fließend; bereits in der Antike sind Umteilungen vorgenommen worden. Die *Postulate* (postulata, αἰτήματα) sind Grundsätze geometrischer Art. Die ersten drei fordern die *Möglichkeit gewisser Konstruktionen*, so etwa

«Gefordert soll sein:

- «1. Daß man von jedem Punkt nach jedem die Strecke ziehen kann.
2. Daß man eine begrenzte Linie zusammenhängend gerade verlängern kann.»
- ... usw.

Eine ganz besondere Beachtung hat immer wieder das 5. Postulat gefunden. Die durch dieses Postulat hervorgerufenen Diskussionen führten schließlich im 18. und 19. Jahrhundert zur Entwicklung der *nichteuklidischen Geometrien*. Dieses fünfte Postulat lautet:

- «5. Und daß, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, daß innen auf derselben Seite entstehende Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind.»<sup>8</sup>

Die *Axiome*<sup>9</sup> (Communes animi conceptiones, κοινὰ ἔννοια) stellen bei Euklid eher logisch oder arithmetisch evidente Tatsachen dar als anschaulich gegebene Eigenschaften der räumlichen Gebilde. Beispiele:

<sup>8</sup> Dieses *fünfte Postulat* wird heute als «*Parallelenaxiom*» meistens in der Hilbertschen Fassung ausgesprochen. D. HILBERT (1862–1943) gibt ihm in seinen «Grundlagen der Geometrie» (1899; sehr viele weitere, überarbeitete Auflagen) die folgende, übrigens schon vorher übliche Fassung: «Es sei  $a$  eine beliebige Gerade und  $A$  ein Punkt außerhalb  $a$ : dann gibt es in der durch  $a$  und  $A$  bestimmten Ebene höchstens eine Gerade, die durch  $A$  läuft und  $a$  nicht schneidet» (D. Hilbert, 1956, p. 28).

<sup>9</sup> A. SZABO (1969, p. 380) schreibt: «Jene Art von mathematischen Prinzipien, die in unserem Euklid-Text κοινὰ ἔννοια heißen, führten in voreuklidischen Zeiten offenbar den Namen ἀξιώματα. Denn auch Aristoteles spricht ja mehrere Male von den <axiomata> der Mathematiker.»



- «1. Was demselben gleich ist, ist einander gleich.
2. Wenn Gleichem Gleiches hinzugefügt wird, sind die Ganzen gleich.»
- ... usw.

Das System dieser Postulate und Axiome – heute spricht man in der Regel *gemeinsam* von *Axiomen* – enthält sowohl Grundsätze, die aus heutiger Sicht überflüssig sind, als auch wesentliche Lücken. So fehlen unter anderem die sogenannten *Axiome der Anordnung*. Diese Anordnungsaxiome drücken anschaulich sehr einleuchtende Sachverhalte aus, wie etwa «Zu zwei Punkten A, B gibt es wenigstens einen Punkt C derart, daß C zwischen A und B liegt», oder «Unter drei Punkten gibt es nicht mehr als einen, der zwischen den beiden anderen liegt» usw. In einem vollständigen Axiomensystem müßten natürlich auch solche offensichtlich evident scheinende Sachverhalte aufgelistet werden, denn man darf in einem Beweis *nur* auf Grund der Axiome und der bereits bewiesenen Sätze schließen und nicht auf Grund der Anschauung. (Aber die Anschauung kann einen natürlich bei einem Beweis oft ein Stück weit leiten.) Weiter fehlen beispielsweise auch jene *Axiome*, die die Entwicklung der räumlichen Geometrie, also der *Stereometrie*, ermöglichen würden.

Alle Mängel des Axiomensystems von Euklid sind erst von *David Hilbert* (1862–1943) in seinem Werk «Grundlagen der Geometrie» von 1899 behoben worden (D. Hilbert, 1956).

Jedes Buch der Elemente ist in *Propositionen* eingeteilt: Es handelt sich dabei entweder um *Aufgaben* – etwa geometrische Konstruktionen – die zunächst formuliert und dann auch vorgeführt werden, oder um *Lehrsätze* (Theoreme), deren Beweis dann in aller Ausführlichkeit gebracht wird. Der ganze Aufbau ist systematisch-deduktiv; die Elemente Euklids ergaben trotz aller Mängel *das Vorbild für eine axiomatisch-deduktive Darstellung*.<sup>10</sup> Und sie sind «trotz manchen Unebenhei-

<sup>10</sup> Dabei wird also aus den Axiomen (d.h. aus fundamentalen Ausgangssätzen [Grundsätzen], die als gültig angenommen werden) allein mit Hilfe der Regeln der Logik und ohne Zusatzannahmen empirischer Herkunft ein System von Lehrsätzen deduziert, die in ihrer Gesamtheit eine mathematische Theorie bilden. Schon Aristoteles (384–322) hat dieses Vorgehen in seiner *Analytica posteriora* zur Methode der axiomatisch-deduktiven Wissenschaften ausgebaut. Es ist in diesem Zusammenhang zu beachten: *Axiomatisch-deduktive Darstellungen präsentieren größere Teilgebiete der Mathematik, die bereits ein Stück weit entwickelt oder gar einen gewissen Abschluß erreicht haben*; Mathematik in statu nascendi ist nicht einfach ein «Glasperlenspiel mit Axiomen»! Dazu ein Wort von



ten und Unvollkommenheiten *ein erstklassiges Meisterwerk*, das die früheren elementaren Zusammenfassungen vollständig verdrängt hat und seinen Kerngedanken nach erst durch die *moderne Grundlagenforschung*<sup>11</sup> entscheidend ergänzt wurde» (J. E. Hofmann, 1953, p. 35).

Euklids Elemente galten wohl bereits in der *Antike* als eigentliches *Standardwerk*. Dies zeigt sich unter anderem auch darin, daß sie bereits damals kommentiert worden sind, so von Heron von Alexandria (um 62 n. Chr.), von Pappos von Alexandria (um 320 n. Chr.), von Proklos Diadochos (410/11–485). – Theon von Alexandria (in der 2. Hälfte des 4. Jh. n. Chr.) bearbeitete Euklids Elemente und gab sie heraus; die meisten späteren Handschriften folgen diesem Text.

### 3. Zur Euklidrezeption im Mittelalter

Die Euklidrezeption im Mittelalter stellt ein kompliziertes, vielseitiges Problem dar; für eine auch nur einigermaßen vollständige Darstellung fehlt hier der Platz. Es sollen deshalb nur einige Bemerkungen im Hinblick auf die mathematischen Ausführungen bei Albertus Magnus gemacht werden; wir beschränken uns also auf ein paar Hinweise.

Zur Zeit von Albertus Magnus umfaßte die reine Mathematik *Arithmetik* (damals eine Art elementarster «Zahlentheorie») und *Geometrie*. Quelle für die Arithmetik war in der Regel Boetius (475/480–524). Seine Arithmetik, «*De institutione arithmetica*», stellt eine ziem-

R. COURANT und H. ROBBINS (1962, XV): «Die Betonung des deduktiv-axiomatischen Charakters der Mathematik birgt eine große Gefahr. *Allerdings entzieht sich das Element der konstruktiven Erfindung, der schöpferischen Intuition einer einfachen philosophischen Formulierung; dennoch bleibt es der Kern jeder mathematischen Leistung*, selbst auf den abstraktesten Gebieten. Wenn die kristallisierte, deduktive Form das letzte Ziel ist, so sind Intuition und Konstruktion die treibenden Kräfte.»

Was die Elemente als Vorbild für eine axiomatisch-deduktive Darstellung betrifft, kommt A. SEIDENBERG (1974/75) in seiner Untersuchung allerdings zu ganz andern Schlüssen. Er stellt die These auf, «that Euclid did not have an axiomatic system in mind, and did not develop geometry axiomatically. ... If Book I was supposed to have been founded axiomatically, we can only conclude that this was most ineptly done. On the other hand, it is clear that the Book itself is masterfully conceived. ... The Book *sans* Common Notions and Postulate 4 (and the definitions) is worthy of a great mathematician.»

<sup>11</sup> Vgl. dazu H. BACHMANN, 1985.

lich genaue Übersetzung der Arithmetik des Nikomachos von Gerasa (um 100 n. Chr.) dar, sie war lange als Lehrbuch an den Universitäten in Gebrauch. Für die Geometrie war Euklid die Quelle.

Die wohl *älteste mittelalterliche Quelle*, die Kenntnisse von Euklids Elementen vermittelte, stellen die Auszüge dar, die wiederum der römische Staatsmann und Philosoph Boetius (475/480–524) gemacht hat. Sie sind in den beiden Versionen Boetius I und Boetius II überliefert: Boetius I in einem Manuskript aus dem 8. Jh., enthaltend u. a. Teile aus Euklid und Auszüge aus der Arithmetik von Boetius; Boetius II aus dem 11. Jh., mit denselben Stücken aus Euklid, neben Auszügen aus andern Schriften. Boetius II ist in relativ vielen Exemplaren erhalten geblieben.<sup>12</sup>

Die Kontakte mit der *islamischen Welt*, vor allem in Spanien, ermöglichten im 12. Jahrhundert den Zugang zu vielen weiteren und besseren Quellen. Hier entstand eine *Übersetzung der «Elemente» aus dem Arabischen* durch *Gerhard von Cremona* (1141–1187). Im Hinblick auf Albertus Magnus muß aber von allem erwähnt werden, daß Gerhard von Cremona dem Abendland «... den *wertvollen Kommentar des al-Nairizi* mit seinen zahlreichen Hinweisen auf die Ansichten und Ergebnisse älterer griechischer und muslimischer Mathematiker zugänglich macht» (J. E. Hofmann, 1953, p. 67). – Al-Nairizi (lat. Anaritius) stammte aus dem Gebiet des Iran; er ist bekannt als Astronom und eben vor allem als Verfasser des erwähnten Euklid-Kommentars (ca. 897–ca. 922).

Einen *besonders nachhaltigen Einfluß* übten die lateinischen Übersetzungen des britischen Mönchs *Adelhard von Bath* aus, der um 1100 gelebt hat. Nach den grundlegenden Untersuchungen von M. Clagett (1953) werden drei verschiedene Fassungen der Euklidischen Elemente auf Adelhard von Bath zurückgeführt:

- eine Übersetzung, beruhend auf einer arabischen Vorlage, die auf den Text al-Hağğāğ I zurückgeht (Adelhard I)<sup>13</sup>;
- eine kürzere Fassung, die statt der vollständigen Beweise nur die jeweils dafür verwendeten Axiome und Propositionen angibt, entstanden auf Grund des Textes al-Hağğāğ II (Adelhard II),

<sup>12</sup> Über die Euklidrezeption allgemein orientieren die Arbeiten von J. MURDOCH (1970/80) und J. SCHÖNBECK (1984). – Zu Boetius vgl. M. FOLKERTS (1970, 1981) und M. MASI (1981).

<sup>13</sup> Die heute als al-Hağğāğ I bezeichnete arabische Übersetzung von Euklids Elementen ist unter Harun al-Rašid (786–809) entstanden, al-Hağğāğ II unter seinem Sohn und Nachfolger Al-Ma'mūn (813–833).

- und schließlich ein Adelhard III, der eine ausführliche Fassung der Adelhard II-Version mit vollständigen Beweisen darstellt.

Die Adelhard II-Version hat dabei die größte Bedeutung erlangt: Sie hat als Vorlage für eine ganze Reihe von weiteren Bearbeitungen gedient bis ins 15. Jahrhundert.

Schließlich müssen wir hier noch die *kommentierte lateinische Ausgabe* der «Elemente» durch *Johannes Campanus von Novara* (etwa 1200/1210–1296) erwähnen: Sie stimmt teilweise (in den Propositionen) wörtlich mit Adelhard II überein und liegt auch der ersten gedruckten Euklid-Ausgabe von 1482 zugrunde.

Es ist noch anzumerken, daß der *griechische Urtext* der «Elemente» während des Mittelalters in Westeuropa im allgemeinen nicht bekannt war. Zwar entstand im 12. Jh. in Sizilien eine ausgezeichnete lateinische Euklid-Übersetzung aus dem Griechischen, «its author was extremely acute, both as an editor and as a mathematician». Ihr Einfluß muß aber äußerst klein gewesen sein: «Unfortunately, the superb Latin Euclid he produced, exerted very little, if any influence upon his medieval successors.» (J. Murdoch, 1970/80). H. Busard (1987) hat diesen Text ediert.

Im Anschluß an die oben gegebenen Hinweise auf die axiomatisch-deduktive Methode der Darstellung geometrischer Sachverhalte mag vielleicht noch interessieren, daß bereits im 12. Jahrhundert – also Jahrhunderte vor Spinozas «*Ethica more geometrico demonstrata*» – der Versuch unternommen worden ist, *theologische Abhandlungen* ganz strikt *axiomatisch-deduktiv* aufzubauen. M. Grabmann (1911, p. 472f.) weist unter anderm auf die «*Ars catholicae fidei*» des Nikolaus von Amiens hin, der seiner Darstellung Definitionen (*descriptiones*), Postulate (*petitiones*) und Axiome (*communes animi conceptiones*) voranstellt und anschließend «in streng logischer Aufeinanderfolge und Verbindung der propositiones oder theoremata» seine Lehre präsentiert; das *axiomatisch-deduktive Arbeitsprogramm*, das der Autor im Prologus seiner Arbeit entwickelt, «hat er im Werke selbst mit eiserner Konsequenz durchgeführt»<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Dazu noch eine Bemerkung von M. GRABMANN (1911, p. 476): «Übrigens findet sich diese mathematisch-deduktive Methode auch sonst in der Scholastik, so in der «*Grammatica speculativa*», in «*De primo rerum omnium principio*» und in den Theoremata des Duns Scotus, in dem Werk «*De causa Dei*» des Thomas Bradwardinus usw.»

#### 4. *Zur Mathematik in den philosophischen und theologischen Werken von Albertus Magnus*

Die Mathematik nimmt in den Werken von Albertus Magnus einen auffallenden Platz ein: Der Name Euklid wird oft genannt; es werden – wie bereits erwähnt – sehr viele Zitate aus den Elementen Euklids angeführt, und schließlich sind auch die weiteren Stellen, in denen gewissermaßen zur *Illustration auf Beispiele aus der Mathematik* hingewiesen wird, recht zahlreich. Ferner beschäftigt sich Albertus Magnus wiederholt mit der Frage der *Interpretation der Mathematik*, mit der Beziehung von *Mathematik und Naturwissenschaften* und mit der *Natur der mathematischen Objekte*. – Über diese Fragen orientieren B. Geyer (1944/58), J.E. Hofmann (1960), A. Molland (1980), P. Tummers (1980 und vor allem 1984).

Was zunächst die expliziten *Euklid-Zitate* anbelangt, kommt P. Tummers (1984) zum Schluß,

- daß die *Anzahl* dieser Zitate *sehr bedeutsam* ist im Vergleich zu entsprechenden Zitaten bei anderen Autoren,
- daß aus ihnen hervorgeht, daß Albertus Magnus die *Adelard-Version V-B*<sup>15</sup> gekannt hat,
- weiter, daß *signifikante Parallelen* zwischen vielen solchen Zitaten und entsprechenden Stellen im *Albertus-Kommentar* vorhanden sind.

P. Tummers (1984) gibt, wie in der Einleitung bereits gesagt worden ist, eine Liste von mehr als 100 solchen Zitaten mit allen notwendigen Detailangaben. Es ist dabei bemerkenswert, daß sich *Zitate aus fast allen der dreizehn Bücher* der Elemente finden, keineswegs nur aus den ersten vier Büchern, die im Albertus-Kommentar behandelt werden. Dies weist natürlich auf die große Vertrautheit von Albertus Magnus mit dem Inhalt der Elemente hin, die ihm ermöglicht, sowohl den ziemlich allgemein bekannten Satz über die Winkelsumme und die Außenwinkel

<sup>15</sup> P. TUMMERS (1984) kommt in seinen Untersuchungen zum Ergebnis, daß die Adelardus-Quelle von Albertus zur Adelardus-II-Tradition gehört, daß aber sein Text bei einer Anzahl Stellen in der Formulierung der Propositionen stark abweicht vom «normalen» Adelardus-Text. Mit dem Text von Albertus stimmen gewisse Manuskripte überein, die im Vatikan und in Bonn vorhanden sind; P. Tummers spricht deshalb von der «Version V-B». (Daneben hat Albertus – wieder nach P. Tummers – vielleicht noch ein anderes Adelardus-Manuskript verwendet.)

des Dreiecks aus Buch I zu zitieren als auch Sachverhalte aus der Größenlehre von Buch V oder etwa die Definition der Einheit aus Buch VII, ja sogar über so schwierige Dinge zu sprechen wie die Lehre vom Kommensurabeln und Inkommensurabeln aus Buch X usw.<sup>16</sup> Immer wieder wird mit solchen mathematischen Ausführungen exemplifiziert, illustriert, erklärt: «ut patet in primo Euclidis», «sicut saepe fecit Euclides», «quia dicit Euclides» ...

A. Fries (1981, p. 118ff.) bringt lateinisch und deutsch ebenfalls eine Anzahl mathematische Texte. Ein Text aus «De Anima» mag uns zunächst eindrücklich zeigen, wie *weither* gelegentlich mathematische Beispiele geholt werden, um dem Leser eine Hilfe (?) beim Erfassen anderer Ausführungen zu bringen. Es geht hier um Begriffsbestimmungen (p. 125): «Was nämlich allgemein einer Sache als Eigentümlichkeit zugesprochen wird, wie z.B. der Seele, daß sie die Lebensform des physischen Körpers ist, das muß mit der eigentlichen Ursache dieses Tatbestandes belegt werden. Das ist jedoch nur dadurch zu erreichen, daß eine solche Begriffsbestimmung der Seele gefunden wird, die den Grund angibt, warum die Seele die den Körper belebende Wirklichkeit ist...»<sup>17</sup> – Um nun auf diese Forderung vorzubereiten, wird

- zunächst ausführlich auf Quadrat und Rechteck eingegangen,
- dann der Begriff der *proportio continua*, also der stetigen Proportion<sup>18</sup>, eingeführt,

<sup>16</sup> Buch I, Lehrsatz 32: «An jedem Dreieck ist der bei der Verlängerung einer Seite entstehende Außenwinkel den beiden gegenüberliegenden Innenwinkeln zusammen gleich, und die drei Winkel innerhalb des Dreiecks sind zusammen zwei Rechten gleich.» – Buch VII beginnt mit der Definition der Einheit: «Einheit ist das, wonach jedes Ding eines genannt wird.» («... sicut dicit Euclides in VII Geometriae et Pythagoras in Arithmeticeis, unitas est, qua quaelibet res est una.») – Buch X beginnt mit folgender Definition: «Kommensurabel heißen Größen, die von demselben Maß gemessen werden, und inkommensurabel solche, für die es kein gemeinsames Maß gibt.» Albertus Magnus weist darauf hin – «Vir enim geometricus sciens causam non mirabitur!» – daß die Diagonale des Quadrates und die Quadratseite inkommensurabel sind. (Zum besseren Verständnis: Zwei Strecken  $a$  und  $b$  heißen inkommensurabel, wenn es keine Strecke gibt, von der  $a$  und  $b$  ganzzahlige (!) Vielfache sind.)

<sup>17</sup> De anima, lib. 2, tract. 1, cap. 5; Ed. Col. 7,1, p. 72,55–61: «Oportet enim, quod id quod communiter rei attribuitur, sicut animae attribuitur quod sit actus corporis physici, per causam propriam inesse probetur, et hoc non potest fieri nisi tali diffinitione animae inventa, quae dicit causam quare anima sit actus corporis.»

<sup>18</sup> Stetige Proportionen sind Proportionen mit gleichen Innengliedern (oder gleichen Außengliedern);  $a:b=b:c$  ist also eine stetige Proportion. Aus ihr folgt  $b^2=ac$ ;  $b$  heißt dann mittlere Proportionale (*media proportionis*). – Euklid arbeitet in Buch V unter anderem



- festgestellt, daß jemand, der sagt, ein Quadrat sei einem Rechteck flächengleich, eben nur das «was», also den Tatbestand ausdrückt («... non dicet nisi <quid>...»),
- und weiter: Sagt er jedoch, daß es dabei um das Auffinden der mittleren Proportionalen  $b$  (die dann die Quadratseite darstellt) zu  $a$  und  $c$  (die dann die Seiten des Rechtecks geben) geht, so gibt er auch das Warum (das «propter quid») dafür an: Es ist  $a:b = b:c$ , also  $b^2 = ac$ . – So könnte man den Sachverhalt in heutiger Sprechweise ausdrücken. Albertus Magnus beendet diesen Teil seiner Betrachtungen mit den Worten: «... dicens autem, quod est in continuæ proportionis tribus quantitibus mediæ proportionis inventio, dicit <propter quid> tetragonismus est æquale parte longiori quadrato.»<sup>19</sup> – Die ganze Darstellung dürfte für jemanden, der den (einfachen) mathematischen Sachverhalt nicht präsent hat, nicht leicht verständlich und nicht unbedingt erhellend sein.

Von besonderem Interesse scheinen uns auch die Darlegungen von Albertus Magnus, die *die Mathematik selbst* und *die Natur der mathematischen Objekte* betreffen:

Metaphysik, Physik (hier wieder gleichbedeutend mit Naturwissenschaft und mit Naturphilosophie) und Mathematik unterscheiden sich nach Albertus Magnus durch verschiedene Modi der Abstraktion. Dazu gibt z.B. A. Fries (1981, p. 17) die folgende, sehr passende Stelle: «... Oder es (das Seiende) ist eine Naturgegebenheit; eine solche wiederum kann nach Wirklichkeit *und* Begriff in das Materielle eingelassen sein; das ist Sache der Naturphilosophie. Sie kann aber auch der dinghaften Wirklichkeit nach am Materiellen bestehen, *nicht* jedoch als Begriff; das ist Sache der Mathematik. Schließlich kann die Naturgegebenheit sowohl der Einzelverwirklichung wie dem (in der Wesensform gegebenen) Begriff nach vom Materiellen gelöst sein; das ist der

mit solchen Proportionen. – Nach J. TROPFKE (1980, p. 343) spricht auch Leonardo von Pisa (Liber abaci, 1228) von «proportio continua». – Tetragonismus (an anderer Stelle: orthogonum æquilaterum quadrilaterum) bedeutet Quadrat; altera parte longius quadratum: Rechteck.

<sup>19</sup> De anima, lib. 2, tract. 1, cap. 5; Ed. Col. 7,1, p. 72,34–38.

Forschungsgegenstand der Metaphysik.» Die mathematisch relevante Stelle lautet im Original: «... vel in materia secundum esse, non secundum rationem, et de his est mathematica...»<sup>20</sup>

Die *Natur der mathematischen Objekte* wollen wir durch das folgende Zitat (A. Fries, 1981, p. 119) illustrieren: «Nihil ergo cadit in ratione mathematicorum de materia sensibili...»; also: «In den mathematischen Begriff geht nichts Sinnenfälliges als solches ein.» Und weiter: «Sein Inhalt ist vielmehr verstandesmäßiger Art, eine imaginäre Größe. Er wird bestimmt durch die Herauslösung aus dem Sinnenfällig-Gegenständlichen. So bei Euklid, wo er den Kreis beschreibt: Der Kreis ist eine ebene, von einer einzigen Linie umfaßte Figur, in deren Mitte ein Punkt ist, genannt Mittelpunkt, und alle Strecken, die vom Mittelpunkt zum Umfang gezogen werden, sind gleich. – Die Figur des Kreises als eine fest umschriebene Größe, sowie das, woraus er besteht und was der Träger seiner Eigenschaften ist, sieht von jeder Einzelverwirklichung im Bereich des Sinnenfälligen ab, obwohl es einen wirklich daseienden Kreis im Bereich des Sinnlich-Wahrnehmbaren nicht gibt...»<sup>21</sup>

Die *Mathematik abstrahiert* also – nach Albertus Magnus – von den sinnlich wahrnehmbaren Qualitäten und betrachtet die *Quantität* als etwas, das in der Vorstellung vorhanden ist, obgleich ihre Objekte nur in den sinnlich wahren Körpern real existieren.<sup>22</sup> Quantität ist also das Mathematische an den Dingen der Außenwelt.

<sup>20</sup> Super epistulam IX Dionysii; Ed. Col. 37, p. 540,2–9: «... vel est a natura, et hoc vel est in materia secundum esse et rationem, et de istis est physica; vel in materia secundum esse, non secundum rationem, et de his est mathematica; vel separatum secundum esse et secundum rationem, et de istis est metaphysica.» (Zit. nach A. FRIES [1981] p. 16).

<sup>21</sup> Physica, lib. 1, tract. 1, cap. 1; Ed. Col. 4,1, p. 2,1–11: «Nihil ergo cadit in ratione mathematicorum de materia sensibili, sed potius de materia intelligibili, quae est quantitas imaginabilis. Et ideo abstrahens ab omni materia sensibili diffinitur, quando dicit Euclides, quod circulus est figura plana, una linea contenta, in cuius medio est punctum quod vocatur centrum, a quo omnes lineae ad circumferentiam productae sunt aequales. – Figura enim, quae quantitas est terminata, et materia circuli, et subiectum abstrahit ab omni particulari circulo et in materia sensibili descripto; sed tamen esse circuli extra sensibilem materiam non invenitur.»

<sup>22</sup> Bekanntlich nimmt auch Thomas von Aquin in seinen Werken oft Bezug auf die Mathematik. Es überrascht nicht, daß er sich über die Natur der Gegenstände der Mathematik in ähnlicher Art äußert wie Albertus Magnus. Vgl. dazu E. BODEWIG (1932); daraus das folgende Thomas-Zitat: «Quia mathematicus considerat lineas et puncta et superficies et huiusmodi et accidentia non in quantum sint termini corporis naturalis, ideo dicitur abstrahere a materia sensibili et naturali. Et causa quare potest abstrahere est ista: quia secundum intellectum sunt abstracta a motu.» (Phys., lib. 2, lect. 3).

Hier soll noch eine Stelle aus der Metaphysik angeschlossen werden (A. Fries, 1981, p. 121): «Die mathematischen Begriffe enthalten gleichbleibende (ihrer dinghaften Verwirklichung vorgegebene) Bestimmtheiten, und ihre daraus gezogenen Grundsätze unterliegen nicht der Veränderung durch einen Bewegungsablauf. Darum baut sich auf ihnen eine ebenso feststehende Forschung auf, die keineswegs auf Meinungen beruht, vielmehr ein zwingend bewiesenes Wissen ergibt. Solche vom forschenden Verstand erworbenen Fertigkeiten haben denn auch den Namen einer exakten Wissenschaft bekommen, und sie heißen <doctrinales> und <disciplinales>, weil sie aus unveränderlichen Sätzen bestehen, die für den Schüler (discipulus) einfach von der Kenntnis der durch den Lehrer (doctor) vorgelegten Begriffe einzusehen sind.»<sup>23</sup>

Nun folgt ein Satz, den wohl jeder Leser, der je Mathematik lernen oder lehren durfte, gerne mit einem kleinen Fragezeichen versehen wird: «Da hinzu kommt» – so fährt Albertus Magnus weiter –, «daß sie keine Erfahrung voraussetzen, ... sondern sobald der Lehrer sie schlicht bewiesen hat, sich dem Verstand des Schülers fest einprägen.»<sup>24</sup> – Im Original: «... sed simplici demonstratione doctoris constant in intellectu discipuli»! Schließlich endet unsere Passage mit den Worten: «Deshalb bringen es junge Menschen ohne viel Erfahrung in den mathematischen Wissenschaften vielfach außerordentlich weit, was in der Naturforschung nicht möglich ist, weil da die Erfahrung durch Beobachtung viel mehr leistet als Wissensvermittlung durch logisches Ableiten.»<sup>25</sup>

Angesichts dieser Leichtigkeit, mit der sich also junge Menschen in die Mathematik einarbeiten zu können scheinen, kann man es als Mathematiker nur bedauern, daß zwar Astronomie und Geometrie und andere Einzelwissenschaften «eine Hilfe für eine Lebensführung nach

23, 24, 25 Metaphys., lib. 1, tract. 1, cap. 1; Ed. Col. 16,1, p. 1,40–56: «Et sicut ista stantes habent formas, secundum principia essentialia motum et mutationem evadentes, ita stantem de se generant speculationem nihil opinionis habentem, sed potius scientiam necessariam de se praebentes. Et ideo tales habitus per speculativum intellectum adepti scientiae verae nomen acceperunt, et doctrinales et disciplinales vocantur ideo, quia ex principiis non mutantibus, quae discipulus non a magistro accipit nisi per terminorum notitiam, docentur, experientia non indigentes ..., sed simplici demonstratione doctoris constant in intellectu discipuli. Propter quod etiam iuvenes inexperti plerumque magis excellunt in ipsis, quod nullo modo possibile fuit in physicis speculationibus, in quibus experientia multo plus confert quam doctrina per demonstrationem.»

den Normen der Klugheit» sind, «allerdings nicht direkt durch ihren Forschungsgegenstand, wohl aber durch den Umgang mit ihm»<sup>26</sup> (wieder aus A. Fries, 1981, p. 9).

Mit den Ausführungen von U. Dähnert (1934, p. 123) in seiner *Erkenntnislehre des Albertus Magnus* können wir eine Art «Zusammenfassung» geben: «Der *theoria mathematica* sind als eigentümliche Gegenstände die *Quantitäten* zugeordnet. Demnach hat das *subjectum*, mit dem der Mathematiker sich abgibt, die Entität des Akzidents. Auch die *res mathematicae* finden sich dem Sein nach, indem sie Akzidentien der sinnlich wahrnehmbaren Einzelsubstanzen bilden, der Bewegung unterworfen. Da, wie die Gegenstände der *theoria physica*, so auch das Mathematische dem Sein nach singulär ist, indem es mit *materia sensibilis* verbunden, sich in jenen verwirklicht findet, geht seine allererste Gewinnung ebenfalls auf die Sinneswahrnehmung, die das Mathematische durch *abstractive Induktion* zu Bekanntem werden läßt, zurück. Demnach hat das Denken den mathematischen Gegenstand dem von der Wahrnehmung herrührenden *phantasma* zu entnehmen. – Im Unterschied jedoch von der *theoria physica* erfaßt die Mathematik ihren Gegenstand abstrahiert von der Bewegung und *materia sensibilis*: die mathematischen Gegenstände befinden sich wohl dem Sein nach *in motu*, als Begriffe hingegen sind sie von der Bewegung abstrahiert. Albert bezeichnet dabei die *res mathematicae* im Unterschied zu den Gegenständen der *theoria physica*, den *res sensibiles*, als *res imaginabiles*, denn wie im Vorangehenden hervorgehoben, besteht die Aufgabe der Imagination insbesondere darin, die von dem Gemeinsinn her rezipierten Quantitäten und Figuren aufzubewahren.»

Schließlich äußert sich Albertus Magnus auch zum *Verhältnis von Mathematik und Naturwissenschaft*. Die Naturwissenschaften hat er ja besonders intensiv gepflegt, sicher intensiver als die Mathematik.<sup>27</sup> Er ist übrigens auch viel bekannter als Naturwissenschaftler (vor allem

<sup>26</sup> De bono, tract. 4, q. 1, art. 2; Ed. Col. 28, p. 225,1–4: «Et sic astrologia et geometria et aliae scientiae proficiunt ad prudentiam, non quidem per ipsum scibile, sed per exercitum in ipso.» – Man beachte: «Bekanntlich werden die Wörter «Astronomie» und «Astrologie» im 13. Jahrhundert vertauschbar verwendet» (A. FRIES [1981] p. 259).

<sup>27</sup> E.J. DIJKSTERHUIS (1956, p. 148): «... Albertus Magnus, der während seines ganzen langen Lebens weder Zeit noch Mühe noch Kosten gespart hat, um empirisches Material für das Studium der Natur zu sammeln, und der auch sein Möglichstes getan hat, dieses Studium zu fördern.»



Biologie) denn als Mathematiker. C. Wagner (1985) orientiert über Alberts Naturphilosophie im Lichte der neueren Forschung. Wir folgen auszugsweise ein kleines Stück weit seinen Ausführungen, soweit sie sich auf das Verhältnis der beiden Wissenschaften beziehen. Nach dem Oxforder Platoniker Robert Grosseteste sind die Grundprinzipien der Physik mathematischen Ursprungs; die Physik ist der Mathematik untergeordnet.<sup>28</sup> Dem *error Platonis*, dem Platonischen Grundirrtum, die Physik in der Mathematik zu begründen, tritt Albertus Magnus nun entgegen. Nach ihm sind die Grundlagen einer wissenschaftlichen Erforschung der Natur nicht mathematischer, sondern physikalischer Art, und der Physik kommt eine fundamentalere Bedeutung zu als der Mathematik; die Fülle physikalischer Phänomene läßt sich demnach nicht durchgängig oder lückenlos auf mathematische Erklärungsmodelle reduzieren. Allerdings schließt Albertus Magnus mathematische Erklärungsversuche nicht grundsätzlich aus, «er räumt vielmehr ein, daß mathematische Überlegungen eine *demonstratio propter quid* bezüglich der *quantitativen* Eigenschaften gewisser natürlicher Körper leisten können» (C. Wagner, 1985, p. 79). Dazu sei noch hervorgehoben, daß Albertus Magnus seine Physik von einem empirischen Standpunkt aus konzipiert: Experiment und kontrollierte Beobachtung sind notwendige Faktoren naturwissenschaftlicher Forschung. «Die Naturphilosophie stellt sich demnach für Albert als eine eigenständige und irreduzible Wissenschaft dar; auch wenn der Naturphilosoph gelegentlich auf mathematische Termini oder Modelle zurückgreift, so prägt er der Natur keinerlei mathematische Form auf. Des weiteren gilt es ... herauszustellen, daß Albert die Bedeutung der Mathematik als Instrument der Naturforschung und -erklärung sehr wohl anerkennt. Allerdings beharrt der *doctor universalis* darauf, daß der Naturphilosoph auf mathematischem Weg einzig die physikalische Tatsache (*quia*) entdeckt, nicht aber zu einer hinreichenden *Begründung des physikalischen*

<sup>28</sup> K. FLASCH (1986, p. 323f.): «Grosseteste war insofern nicht Aristoteles gefolgt, als ihm die Mathematik den Schlüssel zur Naturforschung liefern sollte; dies entsprach der Tradition der *Timaios*-Auslegung.» – Mehr über die Oxforder-Platoniker bei J. Weisheipl (1958).



*Sachverhaltes* (propter quid) gelangt» (C. Wagner, 1985, p. 82).<sup>29</sup> – A. Molland (1978) unterscheidet gewissermaßen zwei Pole in der Einstellung der Scholastiker zu dieser Frage, einen realistischen und einen conceptualistischen. Und er erklärt dazu bezüglich Albertus Magnus: «The realist places his focus on the actual existence of mathematical objects in the outside world, and expects mathematics to tell him quite a lot about the world; he often hints at mathematical design in nature. The conceptualist on the other hand pays particular attention to the fact that the mathematician operates on objects pictured in imagination, and he often seems to lose sight of their anchorage in external bodies. In this matter Albert veers very much towards the conceptualist pole» (A. Molland, 1980, p. 467).

Wir haben oben gesehen: Nach Albertus Magnus *abstrahiert* der Mathematiker von der sinnlich wahrnehmbaren Materie und studiert seinen Gegenstand nur vom Gesichtspunkt der *Quantität* aus. Die Quantitas discreta ist dabei Gegenstand der Arithmetik, die Quantitas continua Gegenstand der Geometrie. Auch Thomas von Aquin sieht übrigens die Sache so (E. Bodewig, 1932, 1935), und deshalb darf es uns eigentlich nicht erstaunen, daß sehr oft Nicht-Mathematiker, die dem thomistischen Gedankengut nahestanden, noch bis weit in unsere Zeit hinein die Mathematik als «Wissenschaft von der Quantität» oder – weil man bei «Quantität» vielleicht allzu sehr nur an Zahlen dachte – als «*Wissenschaft von Quantität und Raum*» zu charakterisieren versuchten. Eine solche Umschreibung mag für die mittelalterliche Mathematik vielleicht angehen, für die *moderne Mathematik* wohl *nicht*. Hier ein Bild dieser modernen Mathematik zu geben, ist völlig unmöglich, denn es ist schon so, wie Richard Courant und Herbert Robbins (1962, XVI) schreiben. «... für Gelehrte und Laien gleichermaßen, kann nicht Philosophie, sondern *nur das Studium der mathematischen Substanz Antwort auf die Fragen geben: Was ist Mathematik?*» – Natürlich kann man zunächst – ziemlich vereinfachend – sagen: Mathematik von heute ist nicht mehr Studium der Quantität, sondern viel eher *Studium von Rela-*

<sup>29</sup> Zum Titel «Doctor universalis» schreibt M. GRABMANN (1936, p. 350): «Albert ist auch Doctor universalis durch seinen Universalismus in der Beherrschung der Wissenschaften. An Umfang der von ihm bearbeiteten Wissensgebiete überragt er alle Scholastiker. In einem weiten Bogen umspannt sein wissenschaftliches Lebenswerk das Gesamtgebiet der damaligen Naturwissenschaften, die ganze Philosophie, die spekulative Theologie...»

*tionen*<sup>30</sup>, von Beziehungen also, vielleicht zwischen Quantitäten (Zahlen, geometrischen Objekten), vor allem aber zwischen mathematischen Objekten, die oft ihrerseits wieder Relationen sind.<sup>31</sup> Um nochmals Richard Courant und Herbert Robbins (1962, XVI) zu zitieren: «Was Punkte, Linien, Zahlen <wirklich> sind, braucht in der mathematischen Wissenschaft nicht erörtert zu werden. Worauf es ankommt und was <nachprüfbaren> Tatsachen entspricht, ist *Struktur* und *Beziehung*, etwa, daß zwei Punkte eine Gerade bestimmen, daß aus Zahlen nach gewissen Regeln andere Zahlen gebildet werden, usw. Eine klare Einsicht in die Notwendigkeit, die elementaren mathematischen Begriffe ihrer Dinglichkeit zu entkleiden, ist eines der fruchtbarsten Ergebnisse der modernen Entwicklung der Mathematik.»

Und weiter ist in diesem Zusammenhang zu sagen, daß die meisten Objekte des heutigen Mathematikers kaum mehr einfach durch *Abstraktion aus den sinnlich wahrnehmbaren* Dingen erfaßt werden können. Natürlich mag zutreffen, daß man zum Begriff der natürlichen Zahl oder zu gewissen geometrischen Einsichten durch eine solche Abstraktion kommen kann; für die Gegenstände der höhern Mathematik ist dies indessen nicht der Fall: Wie soll man etwa zum Begriff der irrationalen Zahl, der algebraischen, der transzendenten oder der komplexen Zahl durch eine derartige Abstraktion gelangen? Wie zum Beispiel zu den nichteuklidischen Geometrien, zu den algebraischen Strukturen? Hier ist doch nicht mehr diese Abstraktion wirksam, die von den sinnlich wahrnehmbaren Objekten ausgeht, sondern viel eher eine Art *Synthese*, die gewisse Begriffe zu neuen Begriffen zusammenfaßt und damit weiterbaut.<sup>32</sup>

Von solchen Überlegungen her ist der Weg nicht allzu weit zu jener Charakterisierung der Mathematik, die A. Ostrowski (1945, p. 1) gibt:

<sup>30</sup> Was diese Bemerkung über das Studium der Relationen und die später folgende über die Abstraktion anbelangt, lehnen wir uns an einige der Überlegungen von E. BODEWIG (1932) an.

<sup>31</sup> «Relation» ist hier ganz allgemein als «Beziehung» aufgefaßt; im Sinne von Albertus Magnus (und Thomas von Aquin) könnten wir von der Relation als Akzidens der körperlichen Substanz sprechen, also die Kategorie der Relation gegenüber jener der Quantität in den Vordergrund schieben. (In der modernen Mathematik wird «Relation» in einem spezielleren Sinne verwendet.)

<sup>32</sup> Hierzu gibt E. BODEWIG (1932) ein sehr passendes Thomas-Zitat: «Ea quae non opponuntur ad invicem, non impediunt ad invicem. D.h.: Was einander nicht widerspricht, hindert auch nicht am Dasein, also: Was logisch möglich ist, ist auch real möglich.» (Th. I, q 7, a 4.)

«Es ist oft schwer, den Gegenstand einer Wissenschaft genau zu umschreiben. Es liegt dies daran, daß eine Wissenschaft ein ständig sich entwickelnder Organismus ist. ... Im Falle der Mathematik liegt die Sache insofern anders, als für die Mathematik weniger ihr Gegenstand als vielmehr die Art des Schließens charakteristisch ist. Eine wohl in den allermeisten Fällen zutreffende Charakterisierung der Mathematik ist die folgende: *«Jedesmal, wenn man aus einem endlichen, übersichtlich dargestellten System von scharf formulierten Prämissen logisch einwandfreie Schlüsse zieht, treibt man Mathematik.»*

### 5. Über den *Euklidkommentar* von Albertus Magnus

Wie eingangs erwähnt, liegt der *Euklidkommentar* von Albertus Magnus im Manuskript HS 80/45 des Dominikanerklosters Wien vor. Diese Handschrift umfaßt eine recht ausführliche, *philosophische Einleitung* (prooemium) und den *Inhalt der Bücher I–IV der Elemente Euklids* mit dem zugehörigen Kommentar und den Ergänzungen Alberts. Das letzte der vorgeführten Probleme, nämlich das 16. aus dem Buch IV (die Konstruktion des regulären Fünfecks), mit welchem auch Euklid das vierte Buch abschließt, ist nicht mehr ganz fertig behandelt, so daß anzunehmen ist, daß die HS 80/45 unvollständig ist. Über den Inhalt des Kommentars orientieren uns einige lateinische Texte, die B. Geyer (1944/58) mitteilt (englische Übersetzung durch A. Lo Bello, 1983), dann J. E. Hofmann (1960), P. Tummers (1980), vor allem aber natürlich P. Tummers (1984), der den gesamten Text von Buch I und den Anaritius-Kommentar kritisch ediert hat. In den folgenden Ausführungen stützen wir uns selbstverständlich insbesondere auf die letztgenannte Publikation; wir werden nicht immer ausdrücklich darauf verweisen.<sup>33</sup>

<sup>33</sup> Die beiden Bände von P. M. J. E. TUMMERS, «Albertus (Magnus) Commentaar op Euclides' Elementen der Geometrie» von 1984 (Bd. I: 329 p., Bd. II: IV + 370 p.) geben a) im ersten, niederländisch geschriebenen Band eine Übersicht über Euklid im Mittelalter, eine ausführliche Beschreibung des Ms. HS 80/45, eine kurze Beschreibung des Inhalts der Bücher II, III und IV, eine kritische Würdigung der Quellen, eine Darstellung der mathematischen Texte in den authentischen philosophischen und theologischen Werken von A. M. und schließlich eine sehr ausführliche Analyse von Buch I des Albertus-Kommentars und die Schlußfolgerungen, dazu ein vierseitiges, sehr instruktives Summary in Englisch; b) im zweiten Band eine kritische Ausgabe des Textes von Buch I des

Dieser Albertus-Kommentar nimmt eine *einzigartige Stellung* ein: Er ist der *erste* eigentliche Kommentar zu Euklids Elementen, der im *lateinischen Westen* geschrieben worden ist. Er wirft neues Licht auf die Rolle der Mathematik aus der Sicht von Albertus Magnus und stellt ein geometrisches Werk dar, das «unser heutiges Wissen über viele Einzelfragen der Antike und auch der mittelalterlichen Mathematik wesentlich bereichert» (J.E. Hofmann, 1960). Es gibt – so P. Tummers (1984, I, p. 329) – «a representative picture of the geometrical knowledge of a 13th century philosopher-theologian who was no mathematician by profession but had a interest in geometry.»<sup>34</sup>

Das *mathematische Niveau* des Albertus-Kommentars ist allerdings nicht so hoch, wie man es erwarten würde; P. Tummers (1980 g, p. 499) attestiert aber dem Verfasser doch «a fair knowledge of the relevant literature and that he tried to rework many of his sources critically, and to make Euclid <intelligible> to his readers.» – Allerdings scheint Albertus seine Quellen nicht immer ganz zu verstehen, und es unterlaufen ihm gelegentlich Fehler. Doch dies ist «für den größeren Zusammenhang von geringerer Bedeutung gegenüber der Fülle des gesicherten Wissens, das Albertus sowohl an mathematischen Einzelheiten wie an entwicklungsgeschichtlichen Zusammenhängen besitzt – ein Wissen freilich, das bedauerlicherweise nicht auf die nachfolgenden Forschergenerationen weitergewirkt hat» (J.E. Hofmann, 1960).

Bei der Abfassung seines Kommentars hat Albertus wohl *keine griechische* oder arabische Euklidfassung benützt. Er verwendet offensichtlich eine *Übersetzung, die auf Adelard zurückgeht*. Sie weicht indessen von den «normalen» Adelard-Übersetzungen in den Beweisen und in der Fassung einer ganzen Anzahl von Theoremen ab. Albertus bezeichnet diese Quelle als «translatio ex greco»; wir haben oben ausgeführt, daß die Adelard-Versionen zur *arabisch-lateinischen* Euklid-Überlieferung gehören. Dieser Adelardus-Text findet sich, wie P. Tummers (1984) gezeigt hat, in einem Manuskript des Vatikans und in einem der Bonner Universitätsbibliothek; sie wird als V-B-Version bezeichnet. Neben dieser Adelardus-Version hat er wohl – so vermutet

Albertus-Kommentars, den lateinischen Text des Kommentars von Anaritius mit dem zugehörigen kritischen Apparat und den lateinischen Text von über hundert Euklid-Zitaten in den Werken von A.M.

<sup>34</sup> Nach J.E. HOFMANN (1953, p. 74) wäre Leonardo Fibonacci von Pisa (geb. 1170/80, gest. nach 1240) der erste abendländische Gelehrte, der als eigentlicher *Fachmathematiker* zu bezeichnen ist.



Tummers – *noch eine zweite Adelardus-Version verwendet*. – Weiter benützt Albertus in sehr starkem Maße den *Kommentar des al-Nayrizi* (*Anaritius*) in der lateinischen Übersetzung, die Gerhard von Cremona ausgeführt hat; er spricht dabei gelegentlich von der «*translatio ex arabico*». Anaritius wird aber meist nicht wörtlich zitiert: Albertus formuliert oft neu und versucht, seine Quelle möglichst zu assimilieren, wörtliche Übereinstimmung ist selten vorhanden. Daneben zitiert er auch andere Autoren, z. B. Aristoteles (hier ist wieder die Parallelität zwischen diesen Zitaten und jenen in der Aristoteles-Paraphrase sehr auffallend), dann Platon, Archimedes, Apollonios, Heron von Alexandria, Boetius, Simplikios. Viele dieser Namen entnimmt er dem Kommentar von Anaritius. Einige Male nennt er auch Alfarabius, doch stammen diese Zitate bis auf eines alle ebenfalls aus Anaritius.<sup>35</sup>

*Johannes Campanus*, dessen *Euklidausgabe* etwa 1255/59 entstanden ist, wird im «Albertus-Kommentar» nicht erwähnt; es gibt zwar eine Anzahl Passagen, zu denen sich bei Campanus Parallelen finden lassen, aber auch viele Stellen, die deutliche Abweichungen von Campanus erkennen lassen. P. Tummers (1984) hält es für wahrscheinlicher, daß die Übereinstimmungen aus einer Adelardus-Version stammen, die auch Campanus als Quelle gedient hat, als daß Albertus Magnus Campanus gekannt hat.

Wenden wir uns nun noch kurz dem *Inhalt des Kommentars* zu. Albertus eröffnet ihn mit einem prooemium, das mehr philosophischer als mathematischer Art ist. Er beginnt mit «*Sicut triplex est philosophia ut dicit Aristoteles in sexto philosophie prime ...*» und ordnet dementsprechend die Mathematik gemäß dem ihr eigenen Grad der Abstraktion zwischen der *physica* (also den Naturwissenschaften, der Naturphilosophie) und den *divina separata* ein: «*... considerans formam que est in materia mobili nec tamen est concepta cum ipsa secundum rationem diffinitivam ...*»; wir haben oben gesehen, daß sich Albertus Magnus auch in andern Texten ähnlich äußert. Weiter erfolgt dann unter anderem die Einteilung der Mathematik in zwei Teile gemäß der Lehre der Pythagoreer: Die *quantitas discreta* ist Gegenstand der Arithmetik (in bezug auf die natürlichen Zahlen) beziehungsweise der Musik (in bezug auf deren Verhältnisse); die *quantitas continua* ist Gegenstand

<sup>35</sup> Platon (427–348); Aristoteles (384–322); Archimedes (287–212); Apollonios (262–190); Heron (um 62 n. Chr.); Boetius (475/480–524/525); Simplikios (um 520); Anaritius (al-Nayrizi, gest. ca. 922); Alfarabius (al-Farabi, gest. 950).



der Geometrie (in bezug auf unbewegliche Figuren) bzw. der Astronomie (in bezug auf Kreisbewegungen). Als Erfinder der Geometrie werden – wie üblich – die Ägypter bezeichnet; anschließend wird die Geschichte des Sokratikers Aristippus erzählt, der bei einem Schiffbruch am Strande von Rhodos aus dem Vorhandensein von geometrischen Figuren im Sand auf die Existenz von Menschen schloß, die nicht zu fürchten seien. Da sich die Geometrie mit unbewegten Quantitäten beschäftigt, stellt sich die Frage: «quod sit principium huiusmodi quantitatis, queque sint species ab illo principio exorte.» Albertus bezieht sich auf einen Kommentar des Alfarabius, wonach Linie, Fläche und Körper die Grundelemente des Kontinuums sind.<sup>36</sup> Er erwähnt dann weiter, wie eine Art von Grundelementen aus einer anderen durch gedachte Bewegung erzeugt werden kann usw. Er schließt seine einleitenden Betrachtungen ab mit den Worten: «Quia autem omnium horum principium est punctum, ab ipso diffinitionum que principia quedam demonstrationum sunt, sumamus exordium.»

Nach dieser durchaus bemerkenswerten Einleitung folgt nun der eigentliche Kommentar: Albertus *präsentiert den Stoff der Bücher I–IV nach Euklid und kommentiert ihn, wie gesagt, in sehr starker Anlehnung an Anaritius*. «Als gewissenhafter Berichterstatter zählt er die ihm bekannt gewordenen Lehrmeinungen auf, wobei auch Stellen aus nicht eigens erwähnten Autoren durchzufühlen sind und der wohlerfahrene Verfasser auch seine eigene Meinung deutlich zu Gehör bringt» (J.E. Hofmann, 1960).

Er beginnt also mit der ersten *Definition*, die man – wie wir schon oben erwähnt haben – wohl besser als eine «Umschreibung» bezeichnen würde,

«*Punctum est cui pars non est.*»

Darauf folgt ein Kommentar, in welchem unter anderem auch darauf eingegangen wird, wieso diese Definition notwendigerweise negativ sein muß.

Albert fährt dann fort mit der Definition der Linie:

«*Linea est longitudo sine latitudine cuius extremitates quidem duo sunt puncta.*»

<sup>36</sup> Gemäß P. TUMMERS (1984) ist die zitierte Aussage von Alfarabius in keinem der Werke von Alfarabius zu finden, die man heute kennt.

Nach dem zugehörigen Kommentar kommen (mit wenigen kleinen Abweichungen) die andern Definitionen Euklids zu Beginn von Buch I, auch sie jedesmal ausführlich kommentiert und durch Zitate anderer Autoren zusätzlich erläutert. Für alle Einzelheiten, ganz besonders für die Vergleiche mit dem Kommentar von Anaritus, müssen wir natürlich hier und für die folgenden Ausführungen wieder auf P. Tummers (1984) verweisen.

Auf die Definitionen folgen die *Postulate*, hier als *petitiones* bezeichnet. Diese *petitiones* werden als «Mitteldinge zwischen den Axiomen und den Sätzen» (J.E. Hofmann, 1960) betrachtet: «Petitio autem est media inter conclusionem et communes animi conceptiones», schreibt Albertus. Eine *communis animi conceptio* (also ein Axiom) wird – nach Albertus – von jedem akzeptiert, der sie gehört hat, während ein Postulat zwar auch nicht bewiesen wird, aber doch nicht auf der Stelle von allen angenommen wird: «... sed tamen non statim ab omnibus approbatur, sed discipulus suscipit petitam postea processu scientie sciturus eam per se ipsam.» Der Schüler nimmt es also auf, wenn er im Wissensprozeß etwas weiter gekommen ist. – Mit C. Thaer (1980, p. 419) kann man hier sagen: «In der Hauptsache ist ein Postulat (Aitema, Forderung) ein speziell geometrischer Grundsatz, der die Möglichkeit einer Konstruktion, die Existenz eines Gebildes sicherstellen soll; ein Axiom (für wahr Gehaltenes) ... ist ein allgemein logischer Grundsatz, den kein Vernünftiger, auch wenn er von Geometrie nichts weiß, bestreitet.» – Wir haben bereits früher darauf hingewiesen, daß man heute Postulate (*petitiones*) und *communes animi conceptiones* (Axiome) gemeinsam als *Axiome* bezeichnet.

Als erste *petitio* kommt nun

*«A quolibet puncto ad quemlibet punctum rectam lineam ducere atque lineam definitam in continuum directumque protrahere.»*

Es erscheinen dann weitere Euklidische Postulate; als V. Postulat bringt er

*«Item duas lineas rectas superficiem nullam concludere»,*

eine Forderung, die bei Euklid in der Regel bei den Axiomen eingereiht ist.

Weiter kommen nun dreizehn *Axiome*, hier wieder als *communes animi conceptiones* bezeichnet; beginnend mit

*«Que eidem sunt equalia, sibi invicem sunt equalia»,*

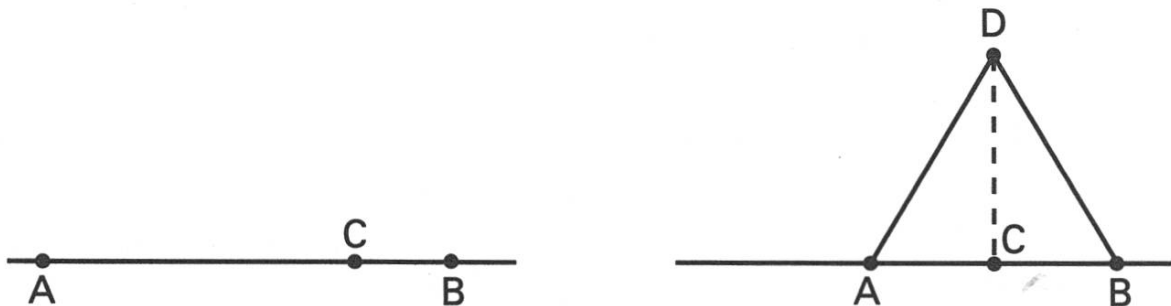
bringt er mit einer Ausnahme jene Axiome, die sich üblicherweise bei Euklid finden. Er fügt dann noch zwei weitere bei: «Sicut a modernis due sunt addite», und nachdem er damit die «modernen» Autoren berücksichtigt hat, leitet er mit dem Satz: «Addi etiam possunt infinite alie sic» (!) zu vier weiteren Axiomen über.<sup>37</sup>

Es folgen nun alle Lehrsätze des Buches I von Euklid, wiederum kommentiert. Jede durchgeführte Konstruktion schließt mit «Et hoc est quod facere volumus», jeder eigentliche Beweis endet mit «Et hoc est quod demonstrare volumus.»

Durch ein einfaches *Beispiel* soll ein Einblick in die Darstellungsweise gegeben werden. Wir wählen die *Proposition 11* (P. Tummers, 1984, II, p. 44, bzw. [Niederländisch] I, p. 240; Lo Bello 1983, p. 10):

«Data recta linea a puncto in ea assignato perpendicularem extrahere.»

Es soll also in einem auf einer Geraden gegebenen Punkt die Normale (die Senkrechte) zur Geraden konstruiert werden.



Wir übertragen den Text von Albertus ins Deutsche; die im Text erwähnten Theoreme stellen wir am Schluß der Übertragung zusammen; an einer Stelle führen wir eine erläuternde Zwischenbemerkung in den Text ein.

<sup>37</sup> Dies würde allerdings den Anforderungen an eine moderne axiomatisch-deduktive Darstellung widersprechen. – Die heutigen Anforderungen an ein Axiomensystem sind: a) *Widerspruchsfreiheit*. (Aus einem widerspruchsfreien Axiomensystem kann niemals ein Satz und seine Negation bewiesen werden). b) *Unabhängigkeit*. (Es ist wünschbar, aber nicht unbedingt notwendig, daß in einem Axiomensystem [das als widerspruchsfrei vorausgesetzt werde] kein überflüssiges Axiom vorkommt). c) *Vollständigkeit*. (Oft wird gewünscht, daß jeder Satz über die Grundbegriffe eines Axiomensystems bereits aus diesem Axiomensystem entweder bewiesen oder widerlegt werden kann. Man kann also keine weiteren Axiome, die nicht aus dem Axiomensystem schon folgen würden, hinzufügen, ohne die Widerspruchsfreiheit zu verletzen). Vgl. dazu zum Beispiel H. BACHMANN (1985, p. 42–45). – Das Parallelpostulat bzw. Parallelaxiom (vgl. Anm. 8) erscheint bei Albertus als *petitio 4*. In heutigen Euklid-Ausgaben wird es in der Regel als 5. Postulat (11. Axiom) aufgeführt (vgl. z. B. C. THAER, 1980, p. 3).

«Es sei also die Gerade  $AB$  gegeben und auf ihr der Punkt  $C$ . Es werden nun auf dieser Geraden von  $C$  aus durch Anwendung von Theorem 2 nach beiden Seiten gleiche Strecken abgetragen.»

Zur Erläuterung: Durch Abtragen dieser Strecken erhalten wir auf beiden Seiten von  $C$  je einen Punkt, etwa  $A^*$  auf der einen und  $B^*$  auf der andern Seite; diese beiden Punkte wären eigentlich von den beiden Punkten  $A$  und  $B$ , die die gegebene Gerade festlegen, zu unterscheiden. Albertus macht diese Unterscheidung nicht und bezeichnet die durch das Abtragen der gleichen Strecken erhaltenen Punkte wieder mit  $A$  und  $B$ , ohne indessen darauf hinzuweisen. Die ursprünglichen Punkte  $A$  und  $B$  verwendet er im folgenden nicht mehr.

«Man errichte nun über der so erhaltenen Strecke, die den Punkt  $C$  enthält, mit Hilfe von Theorem 1 ein gleichseitiges Dreieck. Oder, falls dies zu groß wird, so teile man die gegebene Strecke in  $C$  in zwei gleiche Teile mit dem vorangehenden Theorem und errichte dann über diesen beiden Teilen zusammen ein gleichseitiges Dreieck. Dann halbiere man den Winkel  $ADB$  des gleichseitigen Dreiecks  $ABD$  gemäß Theorem 9, ziehe die Gerade  $DC$  und zeige, daß sie die Normale ist.

Wir haben nun die beiden Dreiecke  $DCB$  und  $DCA$ ; dabei sind zwei Seiten des einen gleich zwei Seiten des andern, denn es ist Seite  $DB$  gleich Seite  $DA$ , weil das ganze Dreieck gleichseitig ist, und die Seite  $DC$  ist gemeinsam. Auch der Winkel  $CDB$  zwischen den gleichen Seiten ist gleich dem Winkel  $CDA$  zwischen den gleichen Seiten. Also sind nach Theorem 4 die Basen gleich und die weiteren Winkel. Somit ist der Winkel  $DCB$  gleich dem Winkel  $DCA$  und die Gerade  $DC$  bildet mit der Geraden  $AB$  zwei gleiche Winkel  $DCB$  und  $DCA$ . Nach Definition des rechten Winkels ist  $DC$  rechtwinklig zu  $AB$ . Et hoc est quod demonstrare volumus.»

In diesem Beweis wird auf einige Theoreme Bezug genommen; wir geben hier jeweils zunächst den Text von Albertus und anschließend die deutsche Formulierung, wie man sie bei C. Thaer (1980, p. 1–10) findet.

- «*Theorem 1*»: «Supra datam rectam lineam equilaterum triangulum constituere.» – Es handelt sich also hier um die Proposition 1, die in Form einer Aufgabe formuliert ist: «Über einer gegebenen Strecke ein gleichseitiges Dreieck zu errichten.»

- «*Theorem 2*»: «A dato puncto lineae propositae equalem ducere.» – Hier geht es um Proposition 2, die wieder in Form einer Aufgabe formuliert ist: «An einem gegebenen Punkte eine einer gegebenen Strecke gleiche Strecke hinzuzulegen.»
- «*Theorem 4*»: «Omnium duorum triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia et angulus angulo, erit quoque basis basi equalis et reliqui anguli reliquis angulis et totus triangulus toti triangulo.» – Dies ist Proposition 4, die als Lehrsatz gegeben wird: «Wenn in zwei Dreiecken zwei Seiten zwei Seiten entsprechend gleich sind und die von den gleichen Strecken umfaßten Winkel einander gleich, dann muß in ihnen auch die Grundlinie der Grundlinie gleich sein. Das Dreieck muß dem Dreieck gleich sein, und die übrigen Winkel müssen den übrigen Winkeln entsprechend gleich sein, nämlich immer die, denen gleiche Seiten gegenüberliegen.»
- «*Theorem 9*»: «Datum angulum per equalia secare.» – Dies ist Proposition 9, wiederum als Aufgabe dargestellt: «Einen gegebenen geradlinigen Winkel zu halbieren.»
- Das erwähnte «*vorangehende Theorem*» lautet: «Posita linea recta eam per equalia secare.» – Auch diese *Proposition 10* ist wieder als Aufgabe eingeführt: «Eine gegebene Strecke zu halbieren.»

Am Schlusse des Beweises wird auf die *Definition des rechten Winkels* (die 8. Definition bei Albertus) zurückgegriffen. «Quando recta linea supra lineam rectam steterit duoque anguli utrobique fuerint aequales, eorum uterque rectus erit, lineaque lineae superstantis ei cui superstat, perpendicularis vocatur.» – In der Ausgabe von C. Thaer (1980) handelt es sich um Definition 10: «Wenn eine gerade Linie, auf eine gerade Linie gestellt, einander gleiche Nebenwinkel bildet, dann ist jeder der beiden gleichen Winkel ein Rechter; und die stehende gerade Linie heißt senkrecht zu (Lot auf) der, auf der sie steht.»

Zu dieser Proposition 11 schreibt P. Tummers (1984) unter anderem, daß der Inhalt von Euklid stammt und die Formulierung jene von Adelardus ist, obwohl Albertus, wie auch V-B, den letzten Teil der Formulierung von Adelardus, der eine Art Definition der Lotlinie gibt, vermissen läßt. *Die Beweisführung ist nicht völlig befriedigend*: Albertus nimmt einfach an, die Halbierende des Winkels  $ADB$  gehe durch den Punkt  $C$ . Dies trifft zwar für das vorliegende gleichseitige Dreieck zu, aber es müßte doch bewiesen werden! Statt von der Winkelhalbierenden auszugehen, hätte er von der Geraden  $DC$  (also von der Seiten-



halbierenden, der Schwerlinie) ausgehen können und von ihr zeigen, daß sie auf  $AB$  normal steht, was mit Hilfe der Proposition 8 ohne weiteres möglich ist. – Wie P. Tummers (1984) darlegt, sind für das «fehlerhafte» Vorgehen von Albertus *keine* Quellen oder Parallelen zu finden.

Im Anschluß an die Präsentation der Proposition 11 gibt Albertus wiederum einen Kommentar: Er behandelt die Konstruktion der Normalen im *Endpunkt* einer gegebenen Strecke, wie dies auch Anaritius tut. Wir können hier nicht weiter darauf eingehen.

Anschließend an Buch I wird dann der Inhalt der Bücher II–IV behandelt. Wie bereits gesagt, schließt der Albertus-Kommentar mit der letzten Aufgabe von Buch IV, mit Proposition 16 also, behandelt sie aber nicht mehr ganz vollständig. P. Tummers (1984) nennt die Gründe, die für die Hypothese sprechen, daß Albertus Magnus nicht weiter gekommen ist als bis zu dieser Stelle, daß er aber *keineswegs die Absicht ausdrückt, das Werk nicht vollenden zu wollen*.

\* \* \*

Hat dieser Kommentar einen Einfluß auf die Nachwelt gehabt? Es ist nur dieses *eine* Manuskript bekannt; man weiß nicht, ob es seinerzeit je gelesen worden ist. Aber er ist eben doch der *erste Kommentar*, der im *lateinischen Westen entstanden* ist, und er gibt ein gutes Bild über das *Niveau* des mathematischen Wissens, namentlich bezüglich der Geometrie Euklids und der *Einbettung dieser Kenntnisse in die Philosophie der Zeit*.<sup>38</sup>

#### *Literatur*

- BACHMANN, H. 1985. Der Weg der mathematischen Grundlagenforschung. Bern: Lang.
- BECKER, O./HOFMANN, J.E. 1951. Geschichte der Mathematik. Bonn: Athenäum.

<sup>38</sup> Ich verdanke meinem Kollegen Prof. Ruedi Imbach herzlich die Anregung zu dieser Arbeit und seine fördernden Ratschläge bei der Abfassung. – Weiter danke ich Eric Baak, z.Zt. Assistent am Mathematischen Institut unserer Universität, bestens für seine wertvolle Hilfe bei der Übersetzung niederländisch geschriebener Texte.

- BODEWIG, E. 1932. Die Stellung des hl. Thomas von Aquino zur Mathematik. *Arch. f. Gesch. der Philosophie* XLI, pp. 401–434.
- BODEWIG, E. 1935. Zahl und Kontinuum in der Philosophie des hl. Thomas. *Divus Thomas*, pp. 55–77, 187–207.
- BOYER, C.B. 1968. History of Mathematics. New York: Wiley.
- BULMER-THOMAS, I. 1970/80. Euclid. In: GILLIPSIE, Ch. (ed.), Dictionary of Scientific Biography, Bd. 4, pp. 414–437.
- BUSARD, H.L.L. 1987. The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements. Stuttgart: Steiner.
- CANTOR, M. 1913. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Bd. 2. Leipzig: Teubner.
- CLAGETT, M. 1953. Medieval Latin Translations from the Arabic of the Elements of Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath. *Isis* 44, pp. 16–42.
- CRAEMER-RÜEGENBERG, I. 1980. Albertus Magnus. München: Beck.
- COURANT, R./ROBBINS, H. 1962. Was ist Mathematik? Berlin: Springer.
- DÄHNERT, U. 1934. Die Erkenntnislehre des Albertus Magnus. Leipzig: Hirzel.
- DIJKSTERHUIS, E.J. 1956. Die Mechanisierung des Weltbildes. Berlin: Springer. (Repr. 1983 Berlin: Springer).
- Editio Colonienensis (Ed. Col.) 1951 ff. Alberti Magni Opera omnia. Münster i. W.: Aschendorf.
- FLASCH, K. 1986. Das philosophische Denken im Mittelalter. Stuttgart: Reclam.
- FOLKERTS, M. 1970. «Boethius» Geometrie II – Ein mathematisches Lehrbuch des Mittelalters. Wiesbaden: Steiner.
- FOLKERTS, M. 1981. The Importance of the Pseudo-Boethian «Geometria» during the middle ages. In: MASI, M. (ed.), Boethius and the liberal Arts, pp. 187–209. Bern: Lang.
- FRIES, A. 1981. Albertus Magnus – Ausgewählte Texte, Lateinisch-Deutsch. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- GERICKE, H. 1984. Mathematik in Antike und Orient. Berlin: Springer.
- GERICKE, H. 1990. Mathematik im Abendland – Von den römischen Feldmessern bis zu Descartes. Berlin: Springer.
- GEYER, B. 1944/58. Die mathematischen Schriften des Albertus Magnus. *Angelicum* XXXV–2, pp. 159–175. (Erstmals gedruckt 1944, jedoch vor dem Erscheinen zerstört.)
- GRABMANN, M. 1911. Die Geschichte der scholastischen Methode, Bd. 2. Freiburg i. B.: Herder.

- GRABMANN, M. 1928. Der Einfluß Alberts des Großen auf das mittelalterliche Geistesleben. *Zeitschrift für katholische Theologie* 25, pp. 153–182, 313–356.
- GRABMANN, M. 1936. Mittelalterliches Geistesleben, Bd. II. München: Hueber.
- GÜNTHER, S. 1908. Geschichte der Mathematik, 1. Teil. Leipzig: Göschen.
- HILBERT, D. 1956. Grundlagen der Geometrie, 8. Aufl. Stuttgart: Teubner.
- HOFMANN, J.E. 1953. Geschichte der Mathematik, 1. Teil. Berlin: de Gruyter.
- HOFMANN, J.E. 1960. Über eine Euklid-Bearbeitung, die dem Albertus Magnus zugeschrieben wird. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Cambridge, Vol. 13, pp. 554–566.
- HOSSFELD, P. 1982. Zum Euklidkommentar des Albertus Magnus. *Archivum Fratrum Praedicatorum* 52, pp. 115–133.
- LO BELLO, A. 1983. Albertus Magnus and Mathematics: A translation with annotations of those portions of the commentary on Euclid's Elements published by Bernhard Geyer. *Historia Mathematica* 10, pp. 3–23.
- LORIA, G. 1929/1933. Storia delle Matematiche. 3 Bde. Torino: Sten. (2. Aufl. 1950, Ristamp. 1982 Milano: Hoepli).
- MASI, M. 1981. The influence of Boethius' «De Arithmetica» on late medieval Mathematics. In: DERS. (ed.), *Boethius and the liberal Arts*, pp. 81–95. Bern: Lang.
- MOLLAND, A.G. 1978. An Examination of Bradwardine's Geometry. *Archive for History of Exact Sciences* 19, pp. 113–175.
- MOLLAND, A.G. 1980. Mathematics in the Thought of Albertus Magnus. In: WEISHEIPL, J.A. (ed.), *Albertus Magnus and the Sciences-Commemorative Essays*, pp. 463–478. Toronto: Pontifical Institute of Medieval Studies.
- MURDOCH, J. 1970/80. Euclid: Transmission of the Elements. In: GILLIPSIE, Ch. (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, Bd. 4. New York: Scribner's Sons, pp. 437–459.
- NEUENSCHWANDER, E. 1989. Euklid. In: BAUTIER, H.R. e.a. (ed.), *Lexikon des Mittelalters*, Bd. 4. Zürich: Artemis.
- OSTLENDER, H. 1952. Die Autographe Alberts des Großen. In: DERS. (ed.), *Studia Albertina; Festschrift für Bernhard Geyer zum 70. Geburtstage. Beiträge zur Geschichte der Philosophie und Theologie des Mittelalters*, Supplementband IV, pp. 3–21. Münster: Aschendorff.
- OSTROWSKI, A. 1945. Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Basel: Birkhäuser.
- SCHÖNBECK, J. 1984. Euklid durch die Jahrhunderte. In: *Jahrbuch Überblicke Mathematik 1984*. Mannheim: Bibliograph. Institut, pp. 81–104.

- SCHREIBER, P. 1987. Euklid. Leipzig: Teubner.
- SEIDENBERG, A. 1974/75. Did Euclid's Elements, Book I, Develop Geometry Axiomatically? *Archive for History of exact Sciences* 14, pp. 263–295.
- SMITH, D.E. 1923/25. History of Mathematics. Boston: Ginn. (Repr. 1958. New York: Dover).
- SUTER, H. 1879. Geschichte der Mathematischen Wissenschaften, Erster Teil, 2. Aufl. (Repr. o. Jg. Vaduz FL: Sändig Reprints Hans R. Wohlwend).
- SZABO, A. 1969. Anfänge der griechischen Mathematik. München: Oldenbourg.
- THAER, C. 1980. Euklid – Die Elemente, Buch I–XIII. Nach Heibergs Text aus dem Griechischen übersetzt. 7. Aufl. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- TROPFKE, J. 1980. Geschichte der Elementarmathematik, Bd. 1, 4. Aufl., vollst. neu bearbeitet von K. Vogel, K. Reich, H. Gericke. Berlin: de Gruyter.
- TUMMERS, P.M.J.E. 1980. The Commentary of Albert on Euclid's Elements of Geometry. In: WEISHEIPL, J.A. (ed.), Albertus Magnus and the Sciences – Commemorative Essays, pp. 479–499. Toronto: Pontifical Institute of Medieval Studies.
- TUMMERS, P.M.J.E. 1984. Albertus (Magnus)' Commentaar op Euclides' Elementen der Geometrie, 2 Bde. Nijmegen.
- VAN DER WAERDEN, B.L. 1966. Erwachende Wissenschaft – Ägyptische und Griechische Mathematik, 2. Aufl. Basel: Birkhäuser.
- WAGNER, C. 1985. Alberts Naturphilosophie im Lichte der neueren Forschung (1979–1983). In: IMBACH, R./FLÜELER, Chr. (ed.). 1985, Albert der Große und die deutsche Dominikanerschule. Sonderdruck der *Freiburger Zeitschrift für Philosophie und Theologie*, 32, 1–2.
- WEISHEIPL, J.A. 1958. Albertus Magnus and the Oxford Platonists. Proceedings of the American Catholic Philosophical Association, Vol. XXXII, pp. 1424–139.
- WEISHEIPL, J.A. (ed.) 1980. Albertus Magnus and the Sciences – Commemorative Essays. Toronto: Pontifical Institute of Medieval Studies.