

Zur trigonometrischen Höhenrechnung

Autor(en): **Müller, E.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres**

Band (Jahr): **14 (1916)**

Heft 12

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-184116>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

zugleich, vor einigen Jahren hören zu müssen, dass meine Messungen mit den etwa 35 Jahre späteren Messungen nicht übereinstimmen sollten, und es ist mir eine Genugtuung, nun vernehmen zu können, dass der Grund dieser Misstimmigkeiten entdeckt worden ist. Ich erinnere mich, damals in einiger Entfernung nördlich der Signalstelle einige Trichter von ungefähr 4 Meter Durchmesser und 2 Meter Tiefe bemerkt zu haben, die durchaus das Gepräge eines Einsturzes hatten. Ueber die Ursache dieser Einsenkungen war ich nicht im klaren; ich habe sie damals als Folge der Versickerung von Schneewasser betrachtet; sie scheint indessen mit einem verworfenen, zerklüfteten Zustande der Gesteinsmassen in Verbindung zu stehen. *St.*

Zur trigonometrischen Höhenrechnung.

Die auf Seite 290 dieser Zeitschrift abgeleitete Formel für $\log d'$ gilt nur für relativ kleine Exzentrizitäten. Um auch grösseren Exzentrizitäten gerecht zu werden, dürfen wir im Cosinussatze, von dem wir ausgegangen sind, das e^2 nicht vernachlässigen. Die Entwicklung nimmt dann folgenden Gang:

$$d^2 = d'^2 + e^2 - 2 d' e \cos i$$

$$d^2 = d'^2 \left(1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'} \right)$$

1. $2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x)$, wenn

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'} \text{ gesetzt wird}$$

$$\log (1 + x) = M \cdot \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \right)$$

$$x = - \frac{2 e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$

$$- \frac{x^2}{2} = \frac{2 e^2 \cos^2 i}{d'^2} - \frac{2 e^3 \cos i}{d'^3} + \frac{e^4}{2 d'^4}$$

$$\frac{x^3}{3} = \frac{8 e^3 \cos^3 i}{3 d'^3} - \frac{4 e^4 \cos i}{d'^4} + \dots$$

$$- \frac{x^4}{4} = \frac{4 e^4 \cos^4 i}{d'^4} + \dots$$

$$\log(1+x) = M \left(-\frac{2e \cos i}{d'} + \frac{e^2(1-2\cos^2 i)}{d'^2} + \frac{e^3(2\cos i - \frac{8}{3}\cos^3 i)}{d'^3} - \dots \right)$$

Nun ist: $1 - 2\cos^2 i = 1 - (1 + \cos 2i) = -\cos 2i$

$$2\cos i - \frac{8}{3}\cos^3 i = 2\cos i - \frac{8}{3} \left(\frac{3}{4}\cos i + \frac{1}{4}\cos 3i \right)$$

$$= 2\cos i - 2\cos i - \frac{2}{3}\cos 3i = -\frac{2}{3}\cos 3i$$

Mit diesen Vereinfachungen wird:

$$2. \log(1+x) = M \left(-\frac{2e \cos i}{d'} - \frac{e^2 \cdot \cos 2i}{d'^2} - \frac{2e^3 \cos 3i}{3d'^3} - \dots \right)$$

Gleichung 2. in 1. eingesetzt ergibt:

$$3. \log d' = \log d + \frac{M \cdot e \cdot \cos i}{d'} + \frac{M \cdot e^2 \cdot \cos 2i}{2d'^2} + \frac{M \cdot e^3 \cdot \cos 3i}{3d'^3} + \dots$$

Für die nachfolgende Betrachtung nehmen wir nun an, die sechste Stelle von $\log d'$ solle richtig sein.

Wollen wir das zweite Korrektionsglied vernachlässigen, so haben wir die Bedingung zu erfüllen:

$$\frac{M \cdot e^2 \cos 2i}{2d'^2} < 0,0000005$$

Der grösste Wert, den $\cos 2i$ annehmen kann, ist 1. Es wird dann:

$$e^2 < d'^2 \frac{0,000001}{0,434}$$

$$e < d' \sqrt{0,0000023}$$

$$4. \quad e < d' \cdot 0,0015$$

Ist diese Bedingung 4. erfüllt, so wird auf alle Fälle das erste Glied genügen. Es ergibt sich dann für

$d' =$	300	500	1000	2000 m
$e <$	45	75	150	300 cm

Benützen wir auch das zweite Glied, so heisst unsere Bedingung:

$$\frac{M \cdot e^3 \cos 3i}{3d'^3} < 0,0000005$$

$$\cos 3i \text{ max} = 1$$

$$e^3 < d'^3 \frac{0,0000015}{0,434}$$

$$e < d' \cdot \sqrt[3]{0,0000035}$$

5. $e < d' \cdot 0,015$

Diese Bedingung 5. gibt uns folgende Maximalwerte für e, bei denen das dritte Korrektionsglied vernachlässigt werden kann.

$$\begin{array}{cccc} d' = & 300 & 500 & 1000 & 2000 \text{ m} \\ e < & 4,5 & 7,5 & 15,5 & 30,0 \text{ m} \end{array}$$

Die Mitbenützung des zweiten Gliedes wird also ziemlich sicher in den meisten Fällen genügen, bietet aber dann keine Vorteile gegenüber andern Methoden, da in so extremen Fällen

das erste Glied $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$ nicht mehr mit dem Rechenschieber bestimmt, und das d' im Nenner nicht durch d ersetzt werden kann.

Auch bei grossen Exzentrizitäten erreichen wir mit dem ersten Gliede allein genügende Genauigkeit, wenn

$$\begin{array}{l} \cos 2 i = 0, \text{ oder} \\ i = 45^{\circ}, 135^{\circ} \text{ etc. ist.} \end{array}$$

Kriens, im Oktober 1916.

E. Müller.

Du calcul trigonométrique des altitudes.

Dans l'article que, sous ce titre, nous avons publié à la page 310 de notre journal, il y a lieu de remarquer que la formule que nous avons déduite pour log d' n'est valable que pour des excentricités relativement minimales.

Lorsqu'on a à faire avec des excentricités plus grandes, il faut modifier les développements de la formule dont nous sommes partis, en ce sens que nous conservons le terme e². Les développements sont donc les suivants:

$$d^2 = d'^2 + e^2 - 2 d' e \cos i \text{ ou}$$

$$d^2 = d'^2 \left(1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'} \right) \text{ et}$$

1° $2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x)$, lorsque nous posons

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2 e \cos i}{d'}$$

$$\text{or } \log (1 + x) = M \cdot \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \right)$$

$$x = - \frac{2 e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$