Zeitschrift: Schweizerische Geometer-Zeitung = Revue suisse des géomètres
Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres
Band: 14 (1916)
Heft: 12

Artikel: Zur trigonometrischen Höhenrechnung
Autor: Müller, E.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-184116

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

zugleich, vor einigen Jahren hören zu müssen, dass meine Messungen mit den etwa 35 Jahre späteren Messungen nicht übereinstimmen sollten, und es ist mir eine Genugtuung, nun vernehmen zu können, dass der Grund dieser Misstimmigkeiten entdeckt worden ist. Ich erinnere mich, damals in einiger Entfernung nördlich der Signalstelle einige Trichter von ungefähr 4 Meter Durchmesser und 2 Meter Tiefe bemerkt zu haben, die durchaus das Gepräge eines Einsturzes hatten. Ueber die Ursache dieser Einsenkungen war ich nicht im klaren; ich habe sie damals als Folge der Versickerung von Schneewasser betrachtet; sie scheint indessen mit einem verworfenen, zerklüfteten Zustande der Gesteinsmassen in Verbindung zu stehen. *St.*

Zur trigonometrischen Höhenrechnung.

Die auf Seite 290 dieser Zeitschrift abgeleitete Formel für log d' gilt nur für relativ kleine Exzentrizitäten. Um auch grösseren Exzentrizitäten gerecht zu werden, dürfen wir im Cossatze, von dem wir ausgegangen sind, das e^2 nicht vernachlässigen. Die Entwicklung nimmt dann folgenden Gang:

$$d^2 = d'^2 + e^2 - 2\, d'\, e \cos i$$

$$d^2 = d'^2 \left(1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\, e \cos i}{d'}\right)$$

1. $$2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x), \text{ wenn}$$

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\, e \cos i}{d'} \quad \text{gesetzt wird}$$

$$\log (1 + x) = M \cdot \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \ldots\right)$$

$$x = - \frac{2\, e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$

$$- \frac{x^2}{2} = \text{———} - \frac{2\, e^2 \cos^2 i}{d'^2} + \frac{2\, e^3 \cos i}{d'^3} - \frac{e^4}{2\, d'^4}$$

$$\frac{x^3}{3} = \text{———} \quad \text{———} - \frac{8\, e^3 \cos^3 i}{3\, d'^3} + \frac{4\, e^4 \cos i}{d'^4} - \ldots$$

$$- \frac{x^4}{4} = \text{———} \quad \text{———} \quad \text{———} - \frac{4\, e^4 \cos^4 i}{d'^4} + \ldots$$

$$\log(1 + x) =$$

$$M\left(-\frac{2\,e\cos i}{d'} + \frac{e^2(1 - 2\cos^2 i)}{d'^2} + \frac{e^3(2\cos i - {}^8/_3\cos^3 i)}{d'^3} - ..\right)$$

Nun ist: $1 - 2\cos^2 i = 1 - (1 + \cos 2\,i) = -\cos 2\,i$

$$2\cos i - \frac{8}{3}\cos^3 i = 2\cos i - \frac{8}{3}\left(\frac{3}{4}\cos i + \frac{1}{4}\cos 3\,i\right)$$

$$= 2\cos i - 2\cos i - \frac{2}{3}\cos 3\,i = -\frac{2}{3}\cos 3\,i$$

Mit diesen Vereinfachungen wird:

$$2.\quad \log(1 + x) = M\left(-\frac{2\,e\cos i}{d'} - \frac{e^2\cdot\cos 2i}{d'^2} - \frac{2\,e^3\cos 3i}{3\,d'^3} - ..\right)$$

Gleichung 2. in 1. eingesetzt ergibt:

$$3.\quad \log d' = \log d + \frac{M\cdot e\cdot\cos i}{d'} + \frac{M\cdot e^2\cdot\cos 2\,i}{2\,d'^2} + \frac{M\cdot e^3\cdot\cos 3i}{3\,d'^3} + ..$$

Für die nachfolgende Betrachtung nehmen wir nun an, die sechste Stelle von log d' solle richtig sein.

Wollen wir das zweite Korrektionsglied vernachlässigen, so haben wir die Bedingung zu erfüllen:

$$\frac{M\cdot e^2\cos 2\,i}{2\,d'^2} < 0{,}0000005$$

Der grösste Wert, den cos 2 i annehmen kann, ist 1. Es wird dann:

$$e^2 < d'^2\,\frac{0{,}000001}{0{,}434}$$

$$e < d'\sqrt{0{,}0000023}$$

$$4.\qquad e < d'\cdot 0{,}0015$$

Ist diese Bedingung 4. erfüllt, so wird auf alle Fälle das erste Glied genügen. Es ergibt sich dann für

d'	=	300	500	1000	2000	m
e	<	45	75	150	300	cm

Benützen wir auch das zweite Glied, so heisst unsere Bedingung:

$$\frac{M\cdot e^3\cos 3\,i}{3\,d'^3} < 0{,}0000005$$

$$\cos 3\,i\ \max = 1$$

$$e^3 < d'^3\,\frac{0{,}0000015}{0{,}434}$$

$$e < d'\cdot\sqrt[3]{0{,}0000035}$$

5. $e < d' \cdot 0{,}015$

Diese Bedingung 5. gibt uns folgende Maximalwerte für e, bei denen das dritte Korrektionsglied vernachlässigt werden kann.

d'	=	300	500	1000	2000 m
e	<	4,5	7,5	15,5	30,0 m

Die Mitbenützung des zweiten Gliedes wird also ziemlich sicher in den meisten Fällen genügen, bietet aber dann keine Vorteile gegenüber andern Methoden, da in so extremen Fällen das erste Glied $\frac{M \cdot e \cos i}{d'}$ nicht mehr mit dem Rechenschieber bestimmt, und das d' im Nenner nicht durch d ersetzt werden kann.

Auch bei grossen Exzentrizitäten erreichen wir mit dem ersten Gliede allein genügende Genauigkeit, wenn

$$\cos 2\,i = 0, \text{ oder}$$
$$i = 45^0,\ 135^0 \text{ etc. ist.}$$

Kriens, im Oktober 1916. *E. Müller.*

Du calcul trigonométrique des altitudes.

Dans l'article que, sous ce titre, nous avons publié à la page 310 de notre journal, il y a lieu de remarquer que la formule que nous avons déduite pour log d' n'est valable que pour des excentricités relativement minimes.

Lorsqu'on a à faire avec des excentricités plus grandes, il faut modifier les développements de la formule dont nous sommes partis, en ce sens que nous conservons le terme e^2. Les développements sont donc les suivants:

$$d^2 = d'^2 + e^2 - 2\,d'\,e \cos i \text{ ou}$$

$$d^2 = d'^2 \left(1 + \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\,e \cos i}{d'}\right) \text{ et}$$

1⁰ $2 \log d = 2 \log d' + \log (1 + x)$, lorsque nous posons

$$x = \frac{e^2}{d'^2} - \frac{2\,e \cos i}{d'}$$

$$\text{or } \log (1 + x) = M \cdot \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + - \ldots\right)$$

$$x = -\frac{2\,e \cos i}{d'} + \frac{e^2}{d'^2}$$