

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 17 (1919)

Heft: 9

Artikel: Statik der Luft-Seilbahnen [Fortsetzung]

Autor: Zwicky, C.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-185589>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 03.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

die Berechnung der Neuzuteilung und deren Uebertragung ins Feld, das Vorhandensein *eines Planes, der auf einer Vermessung beruht*, unerlässlich.

(Fortsetzung folgt.)

Statik der Luft-Seilbahnen.

Von C. Zwicky, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung.)

6. Berechnung der Zugkräfte.

Während die Ermittlung der Dimensionen der Seilkurve für die Kettenlinie sich etwas mühsamer gestaltet als für die Parabel, trifft hinsichtlich der Bestimmung der Zugkräfte eher das Umgekehrte zu.

Bei der Kettenlinie gilt nämlich für ein Seilstück s_x vom Scheitel P_0 bis zu einem Punkt P mit den Koordinaten x, y und dem Argument $\varphi = \frac{x}{a}$:

$$\text{tang } \tau_x = p_x = \text{Sin } \varphi \text{ und } s_x = a \cdot p_x = \sqrt{y^2 - a^2}$$

Andererseits folgt aus dem Kräftepolygon mit der Poldistanz

$$H = a \cdot g$$

für das Gewicht G_x zu s_x , sowie für die Zugkraft S_x in P :

$$G_x = p_x \cdot H = \frac{S_x}{a} \cdot ag = g \cdot s_x$$

$$S_x = \sqrt{H^2 + G_x^2} = g \cdot \sqrt{a^2 + s_x^2} = g \cdot y = g \cdot a \cdot \text{Cos } \varphi.$$

Damit erhält man nun speziell für ein Seil von der Länge $\widehat{AB} = s_B - s_A = s$:

$$G = g \cdot s$$

$$S_A = g \cdot y_A = g \cdot a \cdot \text{Cos } \varphi_A = H \cdot \text{Cos } \varphi_A$$

$$S_B = g \cdot y_B = g \cdot (y_A + h) = S_A + g \cdot h.$$

Es ist somit die Differenz

$$\underline{S_B - S_A = g \cdot h}$$

konstant für alle Kettenlinien mit der gleichen Steigung h und dem gleichen Seilgewicht g pro m^1 .

Im weitem ergibt sich mit der Bogenmitte M:

$$S_M = g \cdot y_M = g \cdot \left(y_A + \frac{h}{2} - z \right) = \frac{1}{2} (S_A + S_B) - g \cdot z,$$

woraus für die mittlere Zugkraft S im ganzen Seil folgt:

$$S = \frac{1}{6} \cdot \{S_A + 4S_M + S_B\} = \frac{1}{2} \cdot (S_A + S_B) - \frac{2}{3} \cdot g \cdot z.$$

Speziell für $h = 320$ m mit $g = 1,0$ kg/m¹ wird:

$$S_B = S_A + 320 \text{ kg}, \quad S = S_A + (160 - \frac{2}{3} \cdot z) \text{ kg}.$$

Dies gibt für die Kettenlinien No. 1, 2 und 3:

Kurve	No.	1	2	3
p_A	‰	20	25	30
$H = a \cdot g$	kg	2114.9	2830.2	4263.5
$S_A = H \cdot \cos \varphi_A$	„	2157	2917	4451
$S_B = S_A + g \cdot h$	„	2477	3237	4771

Alle diese Zugkräfte sind etwa 50 kg kleiner als die entsprechenden Kräfte bei den Parabelseilkurven für die gleichen Neigungen p_A .

7. Bestimmung von weitem Zwischenkurven.

Aus den Rechnungsergebnissen für die Kurven No. 1, 2 und 3 erhält man für weitere Werte der Seilneigung p_A die Dimensionen der Seilkurven und die Größe der Zugkräfte durch Interpolationsrechnungen.

In der nachfolgenden Tabelle, welche das Schlußergebnis der Berechnungen für das nur mit seinem eigenen Gewichte belastete Seil darstellt, ist bezüglich der Zugkräfte nicht das Seilgewicht g pro m¹, sondern vielmehr das Totalgewicht $G = g \cdot s$ als eine konstante Größe angenommen worden, weil ein an beiden Enden verankertes Seil stets das gleiche Eigengewicht besitzt, wenn auch seine Länge s infolge Temperaturänderungen eine andere geworden ist.

Bezeichnet S^* die Zugkraft zum Punkte M für parabelförmige Seilkurven, so gilt:

$$S^* = \frac{G}{p_B - p_A} \cdot \sqrt{1 + p^2} = \frac{G}{2} \cdot \sqrt{1 + p^2} \cdot \frac{1}{p - p_A}, \text{ also mit}$$

$$G = 865 \text{ kg} \quad \text{und} \quad p = 0,40$$

$$S^* = \frac{865}{2} \cdot \sqrt{1,16} \cdot \frac{1}{0,40 - p_A} = \frac{465,82}{0,40 - p_A}$$

Nun bilden wir bei den drei berechneten Kettenlinien No. 1 bis 3 die Differenzen:

$$\Delta_A = S_A - S^*, \quad \Delta_B = S_B - S^* \quad \text{und} \quad \Delta = S - S^*,$$

welche sich mit p_A nur sehr wenig ändern. Ist dann für einen weitem Wert p_A die Hilfskraft S^* berechnet, so hat man jetzt:

$$S_A = S^* + \Delta_A, \quad S_B = S^* + \Delta_B, \quad S = S^* + \Delta.$$

Haupttabelle B.

Kurvenform	No.	Neigungen		Längen		Seilbeanspruchungen		
		p_A %	p_B %	s m	z m	S_A kg	S_B kg	σ kg/cm ²
Kettenlinien	1	20	60.951	866.064	40.850	2154	2474	2137
		22.5	58.225	5.010	35.655	2482	2802	2446
	2	25	55.531	4.102	30.485	2920	3241	2860
		26	54.462	3.779	28.424	3140	3461	3066
		27	53.398	3.479	26.367	3394	3715	3305
		27.5	52.868	3.339	25.340	3537	3858	3439
		28	52.339	3.203	24.314	3691	4012	3584
	3	29	51.285	2.950	22.265	4042	4363	3913
		30	50.235	862.720	20.221	4463	4784	4308
Parabeln	1	20	60.0	865.876	40.00	2205	2522	2188
		22.5	57.5	4.883	35.00	2533	2852	2497
	2	25	55.0	4.021	30.00	2972	3291	2910
		26	54.0	3.713	28.00	3192	3511	3118
		27	53.0	3.426	26.00	3445	3765	3356
		27.5	52.5	3.291	25.00	3589	3909	3490
		28	52.0	3.160	24.00	3743	4063	3635
	3	29	51.0	2.915	22.00	4094	4415	3965
		30	50.0	862.692	20.00	4515	4836	4359

C.

Die Stützpunkte A und B.

I.

Uebersicht.

Die Stützpunkte an den beiden Seilenden werden durch je einen Querbalken dargestellt, der an der Spitze eines hölzernen oder eisernen Joches J befestigt ist. Je nach der Form der Terrainlinie von A nach B müssen diese Joche eine mehr oder weniger beträchtliche Höhe erhalten, damit weder das Seil selbst, noch die an diesem aufgehängte Verkehrslast an irgend einer Stelle bis zur Bodenoberfläche hinabreicht.

Wir setzen nun zunächst voraus, die beiden Joche J bestehen nur je aus zwei, mit einem Querholm verbundenen Pfosten; das Seil sei nur durch sein eigenes Gewicht belastet und an seinen beiden Enden einfach an den Holmen befestigt.

Nach dem Kräftepolygon in Fig. 4^b werden dann durch das Seilgewicht $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = G$ auf die Stützpunkte A und B die beiden Zugkräfte $S_A = \mathfrak{A}\mathfrak{D}$ und $S_B = \mathfrak{D}\mathfrak{B}$ ausgeübt; durch deren Horizontalkomponenten $H_A = \mathfrak{B}_0\mathfrak{D} = -H$ und $H_B = \mathfrak{D}\mathfrak{B}_0 = +H$ werden dann die Joche auf Biegung beansprucht, während die Vertikalkomponente $V_A = \mathfrak{A}\mathfrak{B}_0$ das Joch J_A auf Zug, dagegen $V_B = \mathfrak{B}_0\mathfrak{B}$ das Joch J_B auf Druck beansprucht. Die Zugkraft V_A erfordert eine solide Verankerung des Fundamentes von J_A , und die Biegungskräfte H_A und H_B werden um so gefährlicher, je größer die Höhe der Joche ist. Diese primitive Befestigungsart des Seiles ist daher statisch nicht zweckmäßig und kommt infolge dessen nur bei kleinen Seildimensionen zur Anwendung, also insbesondere bei Drahtleitungen für Elektrizität.

Bei größern Anlagen wird stets das Seil über die Stützpunkte A und B hinaus verlängert und dann entweder bei der Bodenoberfläche an Verpfählungen, bzw. an eingegrabenen Mauerwerksklötzen verankert, oder aber durch ein frei schwebendes Gegengewicht L belastet.

Hinsichtlich der Verankerungen und der Gegengewichte sind nun folgende drei Anordnungen zu unterscheiden:

- II. Das Seil ist bei A und bei B verankert;
- III. Bei A ersetzt ein Gegengewicht L_A die Verankerung;
- IV. Bei B ersetzt ein Gegengewicht L_B die Verankerung.

II.

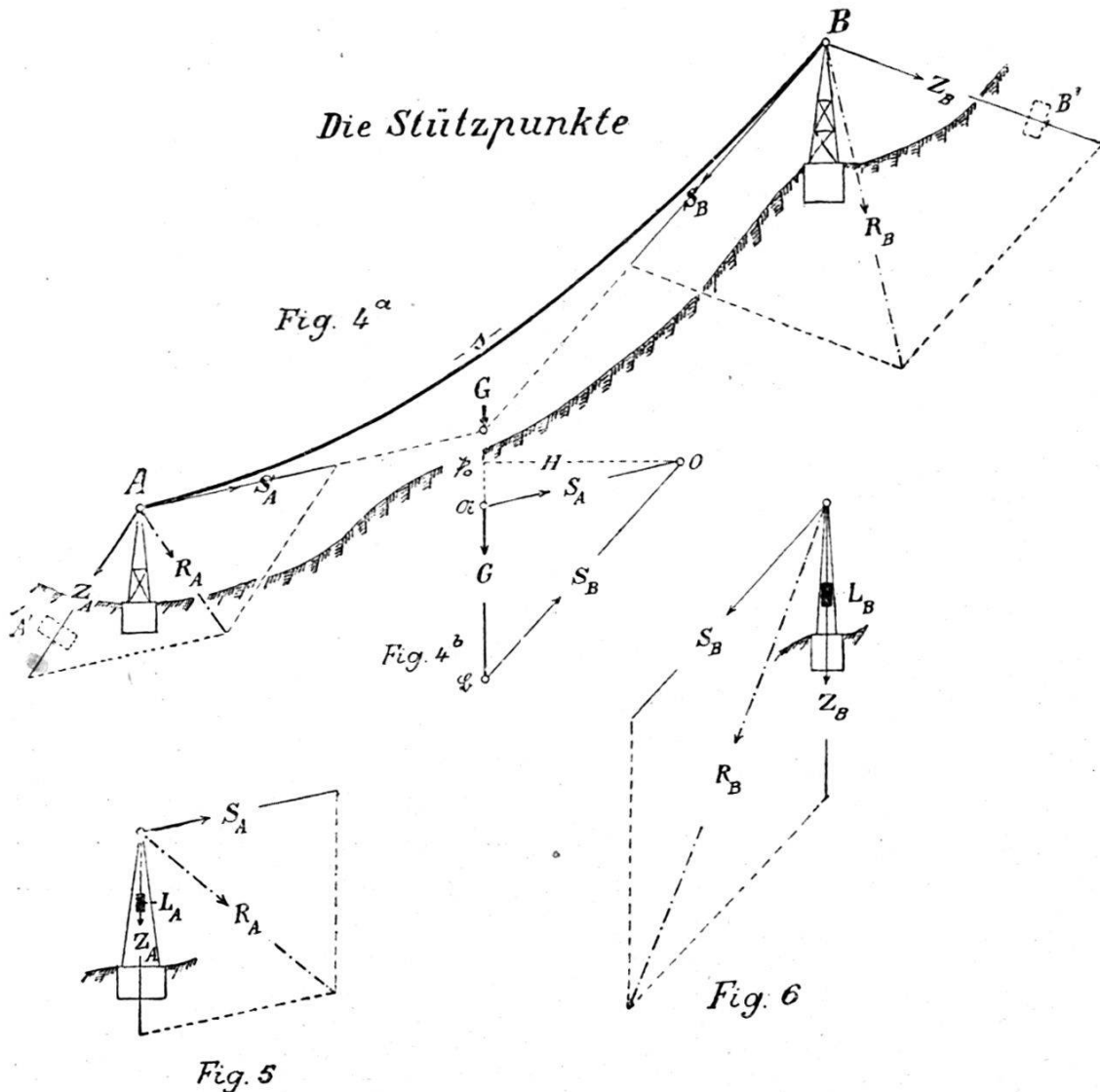
Seil mit beidseitiger Verankerung.

Bei einem solchen Seil ist die Bogenlänge $\widehat{AB} = s$ für alle möglichen Belastungen nahezu konstant, so daß die Form der Seilkurve nur geringen Aenderungen unterworfen ist. Die Bewegung einer Verkehrslast geht daher gleichmäßiger vor sich, so daß Verklemmungen und Entgleisungen der bewegten Last weniger zu befürchten sind; außerdem muß weniger riskiert werden, daß die Verkehrslast an einzelnen Stellen bis zur Bodenoberfläche hinabreicht und dann daselbst liegen bleibt.

Ist das Seil nach Fig. 4a bei A' und B' an schweren Betonklötzen verankert, so pflanzen sich die Zugkräfte S_A und S_B als Kräfte Z_A und Z_B auf die Seilstücke AA' und BB' fort, so daß wird:

$$Z_A = S_A = \mathfrak{A} \mathfrak{D} \quad \text{und} \quad Z_B = S_B = \mathfrak{D} \mathfrak{B}.$$

Z_A und S_A einerseits und S_B und Z_B andererseits liefern die Resultierenden R der Stützdrücke auf die Joche J. Diese



beiden Resultierenden weisen nun Horizontalkomponenten H_A und H_B auf, welche wesentlich kleiner sind als die Poldistanz $\mathfrak{D}\mathfrak{B}_0 = H$; dabei wird speziell $H_B = 0$, wenn man dem Seilstück BB' die Neigung $-p_B$ gibt, wo p_B wie früher die Neigung der Endtangente t_B der Seilkurve \widehat{AB} bedeutet. Andererseits sind die Vertikalkomponenten V_A und V_B von R_A und R_B nun beide abwärts gerichtet. Damit gestaltet sich die statische Beanspruchung der beiden Joche wesentlich günstiger als bei einem Seile, das einfach an den Jochen aufgehängt ist, wie wir es in der Uebersicht zuerst angenommen hatten.

III.

Seil mit einem Gegengewicht L_A .

Bei dieser Anordnung läuft das Seil bei A über eine Rolle und trägt beim Endpunkt A' ein Gegengewicht L_A (vergleiche Fig. 5), das sich als vertikale Zugkraft Z_A bis A fortpflanzt und hier eine gleich große Zugkraft S_A hervorruft. Daher gilt nun hier:

$$\underline{S_A = Z_A = L_A = \text{konstant};}$$

d. h. die Zugkraft S_A bleibt in ihrer Größe unverändert, wenn die Belastung des Seiles durch Schneedruck oder durch eine Verkehrslast irgend eine Zunahme erfährt. Im Kräftepolygon der Fig. 4b entspricht dann für verschiedene Seilbelastungen als Ort des Poles \mathfrak{D} eine Kreislinie mit dem Zentrum \mathfrak{U} und dem Radius L_A .

Mit zunehmender Belastung wird die Strecke $\mathfrak{U}\mathfrak{B}$ größer, so daß dann auch die Zugkraft $S_B = \mathfrak{D}\mathfrak{B}$ eine Zunahme erfährt.

Da hier Z_A vertikal gerichtet ist, so wird nun die Horizontalkomponente H_A von R_A gleich der Poldistanz H , also relativ sehr groß; dieser Nachteil fällt indessen wenig in Betracht, falls das Joch J_A nur eine geringe Höhe besitzt, wie es in der Regel der Fall sein wird. — Die Verankerung bei B' wird man zweckmäßig so disponieren, daß das Seilstück BB' die Neigung $-p_B$ erhält, um damit als Resultierende R_B eine vertikale Kraft zu erhalten, so daß dann beim Joche J_B keine Beanspruchung auf Biegung stattfindet.

IV.

Seil mit einem Gegengewicht L_B .

Bei dieser Anordnung (Fig. 6) ist das Seilstück BB' vertikal und es ist nun:

$$\underline{S_B = Z_B = L_B = \text{konstant.}}$$

Gegenüber der Disposition III ergeben sich hier folgende zwei Vorteile:

1. Bei jeder beliebigen Belastung des Seiles kommt von allen Seilquerschnitten demjenigen bei B die größte Zugkraft S zu; wenn nun $S_{\max} = S_B$ einen konstanten Wert besitzt, so gibt die für irgend eine Belastung berechnete Zugspannung $\sigma_B = S_B : F$ direkt Aufschluß darüber, ob die zulässige Beanspruchung unter keinen Umständen überschritten wird.
2. Wenn die Abwärtsbewegung einer Verkehrslast bei einem Punkte P wegen zufälliger Verklemmung einer Rolle plötzlich unterbrochen wird, dann können sich im Seilstück PB keine erheblichen Stöße geltend machen, weil das Seil bei B eine elastische Auflagerung besitzt, bei welcher eventuelle Stoßwirkungen durch eine kleine Aufwärtsbewegung des Gegengewichtes L_B paralysiert werden können.

Demgegenüber macht sich als Nachteil der Umstand geltend, daß nun die Horizontalkomponente H_B von R_B groß ausfällt, was um so mehr in Betracht kommt, als das Joch J_B in der Regel eine größere Höhe besitzen muß.

* * *

Hinsichtlich der statischen Verhältnisse bei dem Seile zwischen A und B besteht zwischen den Anordnungen III und IV kein prinzipieller Unterschied, so daß wir uns im Nachfolgenden auf die Behandlung des Falles III beschränken können. Dagegen liegen bei einem Seile mit der Anordnung II in mehrfacher Hinsicht wesentlich andere Bedingungen vor. Dementsprechend sind von nun an die beiden Anordnungen II und III jeweils besonders zu behandeln.

D.

Temperaturänderungen.

I.

Die Temperatur.

Die Temperatur des Seiles ist bedingt durch diejenige der Luft, welche in der gemäßigten Erdzone etwa zwischen -30° C und $+50^{\circ}$ C schwankt.

Der Einfluß der Temperaturänderungen auf die Form der Seilkurve und auf die Beanspruchung des Seilmaterials ist wesentlich verschieden, je nachdem es sich um ein beidseitig verankertes Seil oder aber um ein solches mit einem Gegengewicht handelt.

II.

Seil mit beidseitiger Verankerung.

1. Die Theorie.

Mit steigender Temperatur erfährt das Seil eine etwelche Verlängerung, womit dann der Seildurchhang z etwas größer wird. Dies hat aber eine Verminderung der Zugspannungen zur Folge, was mit einer Abnahme der Seillänge verbunden ist. Hieraus ergibt sich nun, daß die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Seil deformationen infolge der damit verbundenen Spannungsänderungen teilweise aufgehoben werden.

a) *Seilverlängerung durch Temperaturzunahme.* Es bezeichne:

s_{00} = Seillänge bei der Temperatur 0° und der Spannung 0 ;

s_{t0} = " " " " " t° " " " 0 ;

$s_{t\sigma}$ = " " " " " t° " " " σ ;

α = Temperatur-Ausdehnungskoeffizient für Stahldrähte;

E = Elastizitätsmodul für Drahtseile aus Stahldraht;

λ_t = Verlängerung durch Temperaturzunahme von 0° bis t° ;

λ_{σ} = Verlängerung durch Spannungszunahme von 0 bis σ .

Alsdann gelten bezüglich des Temperatureinflusses die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} \lambda_t &= s_{t0} - s_{00} = s_{00} \cdot \alpha \cdot t \\ \underline{s_{t0} = s_{00} + \lambda_t = s_{00} \cdot (1 + \alpha t)} \end{aligned} \quad (1)$$

b) *Seilverlängerung durch Zugbeanspruchung.* Wird ein auf seiner ganzen Länge auf dem Boden aufliegendes Seil von der Länge s_{t0} und der Spannung 0 in seinen Endpunkten auf-

gehängt, so daß dasselbe nun eine mittlere Zugspannung σ besitzt, dann erfährt dasselbe eine Verlängerung:

$$\lambda_{\sigma} = s_{t_0} \cdot \frac{\sigma}{E},$$

wenn vorläufig vorausgesetzt wird, es habe bei Drahtseilen wie bei massiven Eisenstäben der Elastizitätsmodul E einen konstanten Wert.

Für die Länge $s_{t\sigma}$ bei der Temperatur t und der mittleren Spannung σ ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} s_{t\sigma} &= s_{t_0} + \lambda_{\sigma} = s_{t_0} \left(1 + \frac{\sigma}{E} \right) = s_{00} (1 + \alpha t) \cdot \left(1 + \frac{\sigma}{E} \right) = \\ &= s_{00} + s_{00} \cdot \alpha t + s_{00} \cdot \frac{\sigma}{E} + s_{00} \cdot \alpha t \cdot \frac{\sigma}{E}. \end{aligned}$$

Unter Vernachlässigung des verschwindend kleinen letzten Gliedes im obigen Ausdruck für $s_{t\sigma} = s$ erhält man dann für die totale Verlängerung λ , wenn noch teilweise s_{00} durch s ersetzt wird:

$$\lambda = s - s_{00} = s \cdot \alpha t + s \cdot \frac{\sigma}{E} = \lambda_t + \lambda_{\sigma}. \quad (2)$$

c) *Temperatureinfluß beim gespannten Seil.* Bei einem nur durch sein eigenes Gewicht G belasteten Seile betrage

für die Temperaturen	t'	und	t''
„ Seilneigung bei A	$p_{A'}$	„	$p_{A''}$
„ Seillänge \widehat{AB}	s'	„	s''
„ mittlere Zugspannung	σ'	„	σ'' .

Alsdann gelten für die beiden Seillängen s' und s'' gemäß (2) die zwei Gleichungen:

$$\begin{aligned} s' &= s_{00} + s \cdot \alpha t' + s \cdot \frac{\sigma'}{E} \\ s'' &= s_{00} + s \cdot \alpha t'' + s \cdot \frac{\sigma''}{E}. \end{aligned}$$

Hieraus folgt dann:

$$s'' - s' = \alpha \cdot s \cdot (t'' - t') + s \cdot \frac{\sigma'' - \sigma'}{E}. \quad (3)$$

Man kenne nun für eine bestimmte Temperatur t' die Seilneigung $p_{A'}$ und die zugehörigen Größen s' und σ' . Alsdann wähle man für $p_{A''}$ einige Werte aus der Haupttabelle B, der man die zugehörigen Größen s'' und σ'' entnehmen kann. Da-

mit erhält man die entsprechenden Temperaturen t'' durch folgenden Rechnungsgang:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sigma'' - \sigma' &= \Delta\sigma & \text{und} & & \Delta\lambda_\sigma &= \frac{s}{E} \cdot \Delta\sigma \\ \text{b) } s'' - s' &= \Delta s & \text{„} & & \Delta\lambda_t &= \Delta s - \Delta\lambda_\sigma \\ \text{c) } \Delta t &= \frac{\Delta\lambda_t}{\alpha \cdot s} & \text{„} & & t'' &= t' + \Delta t. \end{aligned}$$

(Fortsetzung folgt.)

Druckfehlerberichtigung. In der Tabelle auf Seite 175 sind in den Abschnitten zu Bogenlänge s und Steigung h die Schlußformeln zu vertauschen.

Statt	$h = a \cdot \frac{h}{a}$	lies	$s = a \cdot \frac{s}{a}$
Statt	$s = a \cdot \frac{s}{a}$	lies	$h = a \cdot \frac{h}{a}$

Zw.

Sektion Aargau, Basel und Solothurn.

Protokollauszug der 18. Hauptversammlung.

Die diesjährige Frühlingsversammlung in Baden war von 18 Mitgliedern besucht. Der gegenwärtige Mitgliederbestand beträgt 50.

Dem Protokoll und der Jahresrechnung wurde die Genehmigung erteilt.

Als Delegierte wurden Schärer und Schmaßmann und als Rechnungsrevisoren Ruh und Zumbach bestimmt.

Analog den vom Bund bewilligten Teuerungszuschlägen für die Neuvermessungen wurde beschlossen, es sei der Vorstand zu beauftragen, ein Gesuch vorzubereiten, um für die Feldeinteilungen und Regietagelöhne ebenfalls Teuerungszuschläge zu erwirken.

Betreffend „Hilfskräfte“ erhält der Vorstand Weisung, sich mit den Gewerbeschulen von Aarau und Basel in Verbindung zu setzen und Bericht zu erstatten.

Liestal, im Juli 1919. Der Aktuar: *H. Schmaßmann.*

Adressänderungen.

Oskar Bryner, Grundbuchgeometer, Basel, Steinentorstr. 22, bisher Zürich, Meinradstraße 7.

Paul Gerber, professeur au Technicum de Fribourg, früher Kreisgeometer in Thun.