

# Statik der Luft-Seilbahnen [Fortsetzung statt Schluss]

Autor(en): **Zwicky, C.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **17 (1919)**

Heft 12

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-185599>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

der optischen Achse. Im vorliegenden Normalfall fällt die + Y Achse mit der optischen Achse zusammen und die + X Achse mit der Horizontalprojektion der Verbindungsgeraden der Standpunkte. Aus nachstehender Figur ergeben sich für die Raumkoordinaten E,  $\Delta X$ ,  $\Delta H$  eines beliebigen Objektpunktes folgende Beziehungen:

Wir machen  $AS \parallel B^*P^*$ , dann ist:

$$\Delta ASP_1^* \sim P^*B^*A \text{ und}$$

$$b : E = (x_1' - x_1'') : f; \text{ denn } o's = x_1' - x_1''; E = \frac{bf}{x_1' - x_1''}$$

Ferner ist:

$$\Delta AP_1^*O' \sim \Delta AP^*Q; \text{ hieraus: } \Delta X : x_1' = E : f \text{ und:}$$

$$\Delta X = \frac{E x_1'}{f} = \frac{b x_1'}{x_1' - x_1''}$$

$$\Delta AP_1^{**}O' \sim \Delta AP^{**}Q; \text{ hieraus: } \Delta H : y_1' = E : f \text{ und:}$$

$$\Delta H = \frac{E y_1'}{f} = \frac{b y_1'}{x_1' - x_1''}$$

System der Abstandsgleichung für den Normalfall:

$$\left| \begin{array}{l} E = \frac{b}{a} \cdot f \\ \Delta X = \frac{b}{a} \cdot x_1' \\ \Delta H = \frac{b}{a} \cdot y_1' \end{array} \right| \quad \text{I.}$$

(Schluß folgt.)

## Statik der Luft-Seilbahnen.

Von C. Zwicky, Professor an der Eidgen. Technischen Hochschule Zürich.

(Fortsetzung statt Schluß.)

### II.

#### Seil mit Winddruck.

##### 1. Theorie.

Auf ein Seil von der Länge  $s$ , dem Gewichte  $G = g \cdot s$  und dem Durchmesser  $D$  wirke auch noch ein Winddruck von der Stärke  $\omega \text{ kg/m}^2$ , und zwar senkrecht zur Vertikalebene durch die beiden Stützen A und B, also horizontal.

Die auf die Längeneinheit  $\Delta s = 1$  m entfallenden äußern Kräfte sind dann:

$$g = \frac{G}{s} \quad \text{und} \quad w = \frac{2}{3} D \cdot \omega.$$

Diese beiden Kräfte greifen im gleichen Punkte (Mitte der Seilachse) an und lassen sich daher zu einer Resultierenden  $r$  vereinigen:

$$r = \sqrt{g^2 + w^2}.$$

Diese Kraft  $r$  liegt in einer Vertikalebene, die zu derjenigen durch  $AB$  senkrecht steht, und mit der Vertikalen bildet sie einen Winkel  $\beta$ , der bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\text{tang } \beta = \frac{w}{g}.$$

Sämtliche  $\frac{s}{1} = s$  Kräfte  $r$  des ganzen Seiles bilden somit ein System von parallelen Kräften, die alle in der Längsachse des Seiles angreifen; daher ist die ihnen entsprechende Seilkurve eine Kettenlinie, die nun aber in einer geneigten Ebene liegt.

Dreht man diese Ebene — mit  $AB$  als Drehachse — um den Winkel  $\beta$  nach abwärts, so wird dieselbe eine Vertikalebene; daher kann man die Kräfte  $r$  nun als Gewichte auffassen, und da  $r > g$  ist, kann man jetzt setzen:

$$r = g + e,$$

wo  $e = v \cdot g$  das dem Winddruck  $w$  entsprechende Zusatzgewicht bedeutet.

Wir machen nun weiter die Annahme, sowohl das Gewicht des Seiles wie auch der Winddruck seien proportional zur Spannweite  $l$  anstatt zur Bogenlänge  $s$  verteilt. Diese Annahme erscheint um so mehr als zulässig, als ohnehin die Größe des Winddruckes nie sehr genau bestimmbar ist. Alsdann kann man das Zusatzgewicht  $e$  als eine Belastung durch Schneedruck auffassen und damit die Berechnungen für Winddruck auf diejenigen für Schneedruck zurückführen.

Hiefür ergibt sich nun sehr einfach:

$$r^2 = g^2 + w^2 = (g + e)^2 = g^2 + 2g \cdot e + e^2$$

$$w = \sqrt{2g \cdot e + e^2} = g \cdot \sqrt{2v + v^2}$$

Nach dieser Formel läßt sich der Betrag des Winddruckes  $w$  berechnen, welcher einem gegebenen Schneedruck  $e$  entspricht,

d. h. zur gleichen Seilkurve und zum gleichen Kräftepolygon gehört.

### 2. Anwendung.

Einem Winddruck  $\omega = 100 \text{ kg/m}^2$  entspricht bei einem Seil vom Durchmesser  $D = 16 \text{ mm} = 0,016 \text{ m}$  pro  $\text{m}^1$  der Seillänge ein Winddruck  $w$  von

$$w = \sqrt[3]{3} \cdot 0,016 \cdot 100 = 1,07 \text{ kg/m}^1,$$

was ziemlich genau übereinstimmt mit dem Eigengewicht des

Seiles  $g = \frac{G}{l} = 1,08 \text{ kg/m}^1$ . Der beim Seil sich geltend machende Winddruck kann somit bis zu relativ hohen Beträgen ansteigen.

Wir gehen nun aber wieder von der Deformation des Seiles aus und berechnen den derselben entsprechenden Winddruck. Die Berechnungsmethode bleibt hier für das beidseitig verankerte Seil und für das Seil mit einem Gegengewicht vollständig gleich; es sind dabei einzig für die Zahlen  $v = \frac{e}{g}$  nicht die gleichen Werte einzusetzen. Dafür erhält man nun die folgende

Winddruck-Tabelle.

Seilneigung $p_A$		°/o	27.5	25	22.5	20
Beidseitig verankertes Seil	$v = \frac{e}{g}$	—	0	0.413	0.952	1.715
	$w = g \cdot \sqrt{2v + v^2}$	$\text{kg/m}^1$	0	<b>1.08</b>	<b>1.81</b>	<b>2.72</b>
	$\omega = \sqrt[3]{2} \cdot \frac{w}{D}$	$\text{kg/m}^2$	0	101	170	255
	$\text{tang } \beta = \frac{w}{g}$	—	0	1.00	1.68	2.52
Seil mit Gegengewicht $L_A$	$v = \frac{e}{g}$	—	0	0.208	0.420	0.632
	$w = g \cdot \sqrt{2v + v^2}$	$\text{kg/m}^1$	0	<b>0.73</b>	<b>1.09</b>	<b>1.39</b>
	$\omega = \sqrt[3]{2} \cdot \frac{w}{D}$	$\text{kg/m}^2$	0	68	102	130
	$\text{tang } \beta = \frac{w}{g}$	—	0	0.68	1.01	1.29

G.

## Belastung des Seiles durch eine Verkehrslast.

I.

### Die Verkehrslast.

a) *Charakteristik.* Die bisher besprochenen Belastungen durch das Eigengewicht des Seiles, durch Schneedruck oder durch Winddruck waren ruhende, über die ganze Seillänge  $s$ , beziehungsweise über deren Horizontalprojektion  $l$ , gleichmäßig verteilte Belastungen. Dem gegenüber handelt es sich bei der Verkehrslast um eine bewegliche Last, welche in einem einzelnen, mit der Zeit sich ändernden Querschnitt des Seiles angreift. Mit der Lage dieses Querschnittes ändert sich dann für eine bestimmte Größe der Verkehrslast sowohl die Form der Seilkurve, als auch die Zugbeanspruchung des Seiles.

Eine solche Einzellast  $Q$  setzt sich nun zusammen aus:

$Q_1$  = Gewicht des leeren Wagens;

$Q_2$  = Gewicht der Nutzlast;

$Q_3$  = Auflagerdruck, der von der eventuellen Aufhängung eines Zugseiles an dem Wagen herrührt.

Es ist somit:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$  bei einem Tragseil mit Zugseil,

$Q = Q_1 + Q_2$  " " " ohne "

b) *Bewegliche Einzellast.* Ist der Lastangriffspunkt  $P$  ein veränderlicher Punkt der Seilachse, dann bewegt sich die Wagenrolle längs einer durch  $P$  gehenden Kurve. Für eine spezielle Lage von  $P$  denken wir uns die Last  $Q$  zerlegt in eine Komponente  $Q_n$  in der Richtung der Normalen  $n$  jener Kurve und in eine Komponente  $Q_t$  in der Richtung der Kurventangente  $t$ . Die Komponente  $Q_n$  drückt auf das Seil und erzeugt eine Reibung  $R = \rho \cdot Q_n$ , um welche die Beschleunigungskraft  $Q_t$  vermindert wird auf  $Q'' = Q_t - R$ .

Auf das Tragseil selbst, dessen Relativbewegung derjenigen der Rolle entgegengesetzt ist, äußert sich die Reibung  $R$  im umgekehrten Sinne; zusammen mit  $Q_n$  liefert dieselbe die Resultierende  $Q' = \sqrt{Q_n^2 + R^2} = Q_n \cdot \sqrt{1 + \rho^2}$ , welche etwas steiler als  $Q_n$  gerichtet ist und nun die auf das Seil direkt einwirkende Belastung darstellt.

c) *Ruhende Einzellast.* Wird durch ein Verklemmen der Wagenrolle oder durch ein Bremsen des Zugseiles die Bewegung



für

	AP		PB
Neigung:	$p_1 = \frac{y}{x}$	und	$p_2 = \frac{h-y}{l-x}$
Länge: AP:	$d_1 = \sqrt{x^2 + y^2} = x \cdot \sqrt{1 + p_1^2}$ und		
PB:	$d_2 = \sqrt{(l-x)^2 + (h-y)^2} = (l-x) \cdot \sqrt{1 + p_2^2}$		

mit der Bedingung:

$$d_1 + d_2 = s = \text{konstant.}$$

Der Ort von P ist somit eine Ellipse mit den Seilenden A und B als Brennpunkten und der Seillänge s als große Achse 2a. Mit  $AB = d = \sqrt{l^2 + h^2} = 2c$  ergibt sich dann für die kleine Achse 2b:

$$2b = \sqrt{(2a)^2 - (2c)^2} = \sqrt{s^2 - d^2}$$

Hieraus erhält man aus der Mittelpunkts Gleichung der Ellipse:

$$\frac{\xi^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1$$

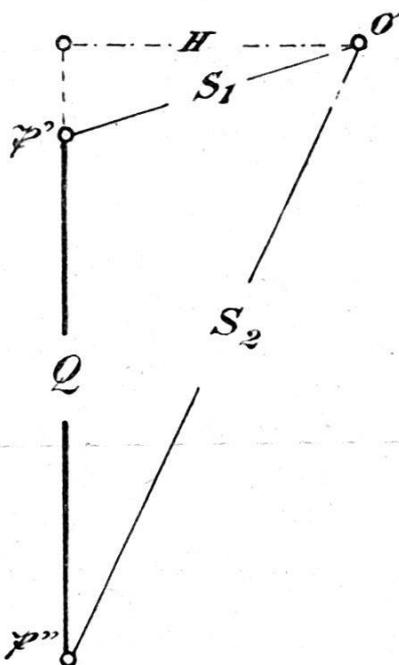
für die Ordinate  $\eta$  von P in bezug auf die Sehne AB als  $\xi$ -Achse:

$$\eta = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - \xi^2}.$$

Bezeichnet nun  $\delta$  den Neigungswinkel der Sehne AB, so erhält man aus  $\xi$  und  $\eta$  für die Hauptkoordinaten x, y von P:

$$x = (c + \xi) \cdot \cos \delta + \eta \cdot \sin \delta = \frac{l}{2} + \frac{l}{d} \cdot \xi + \frac{h}{d} \cdot \eta$$

$$y = (c + \xi) \cdot \sin \delta - \eta \cdot \cos \delta = \frac{h}{2} + \frac{h}{d} \cdot \xi - \frac{l}{d} \cdot \eta,$$



womit dann auch die Seilneigungen  $p_1$  und  $p_2$  bestimmt sind, wenn vom Punkte P die Größe  $\xi$  statt x gegeben ist.

Aus Fig. 8b folgt nun weiter aus:

$$P' P'' = Q = \text{vertikal,}$$

$$P' O \parallel AP \quad \text{und} \quad P'' O \parallel PB,$$

für die Poldistanz H, sowie für die Zugkräfte  $S_1$  und  $S_2$  in den beiden Seilstücken AP und PB:

$$H = \frac{Q}{p_2 - p_1}$$

Fig. 8 b

$$S_1 = H \cdot \sqrt{1 + p_1^2} \quad \text{und} \quad S_2 = H \cdot \sqrt{1 + p_2^2}.$$

Nimmt man jetzt für  $\xi$  einige Werte an, wobei  $-\frac{d}{2} < \xi < +\frac{d}{2}$  sein muß, so erkennt man aus den Beträgen der damit berechneten Zugkräfte  $S_1$  und  $S_2$ , bei welcher Lage des Angriffspunktes P von Q diese Kräfte ihre maximalen Werte annehmen werden.

b) *Anwendung.* Bei unsern Rechnungsbeispielen ist:

$$l = 800 \text{ m}, \quad h = 320 \text{ m} \quad \text{und} \quad d = 861.62 \text{ m}.$$

Speziell für eine Temperatur  $t = -4^\circ \text{C}$  ist dann für das nur mit seinem eigenen Gewichte  $G = 865 \text{ kg}$  belastete Seil mit Seilkurve als Kettenlinie:

$$p_A = 27,5 \text{ ‰}; \quad s = 863.34 \text{ m}; \quad S_A = 3537 \text{ kg}, \quad S_B = 3858 \text{ kg}.$$

Mit  $s = 863.34 \text{ m}$  und  $Q = G = 865 \text{ kg}$  erhält man dann:

$$a = s/2 = 431.67 \text{ m}; \quad c = \frac{d}{2} = 430.81 \text{ m};$$

$$b = \sqrt{(a + c) \cdot (a - c)} = 27.235 \text{ m}.$$

Annahme für $\xi$		m	-300	-100	0	+100	+300
Koordinaten von P	$\eta = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - \xi^2}$	m	19.583	26.495	27.235	26.495	19.583
	x	m	128.73	316.99	410.12	502.69	685.81
	y	m	30.39	98.26	134.71	172.54	253.25
Neigungen	$p_1 = \frac{y}{x}$	—	0.2403	0.3100	0.3285	0.3432	0.3693
	$p_2 = \frac{h-y}{l-x}$	—	0.4314	0.4600	0.4753	0.4961	0.5846
	$p_2 - p_1 = \Delta p$	—	0.1911	0.1500	0.1468	0.1529	0.2153
Zugkräfte	$H = \frac{Q}{\Delta p}$	kg	4525	5765	5893	5660	4018
	$S_1 = H \cdot \sqrt{1 + p_1^2}$	kg	4654	6035	<b>6203</b>	5984	4283
	$S_2 = H \cdot \sqrt{1 + p_2^2}$	kg	4928	6345	<b>6524</b>	6318	4654

In dieser Tabelle haben  $S_1$  und  $S_2$  ihre größten Werte für  $\xi = 0$ ; und da für  $\xi = -100 \text{ m}$  und für  $\xi = +100 \text{ m}$  die Beträge  $S_1$ , bzw.  $S_2$  ziemlich gleich groß sind, so entsprechen

die Werte  $S_1$  und  $S_2$  für  $\xi = 0$  jedenfalls annähernd deren maximalen Beträgen. Spezieller erhält man noch für  $x = 400$  m, d. h. für  $P = M$ :

$$y = 130.75 \text{ m}; \quad S_1 = 6226 \text{ kg}, \quad S_2 = 6545 \text{ kg}.$$

Hieraus erkennt man nun, daß die durch eine Einzellast  $Q$  hervorgebrachten Zugkräfte  $S_1$  und  $S_2$  ihre maximalen Werte dann annehmen, wenn der Angriffspunkt  $P$  von  $Q$  die Abszisse

$x = \frac{l}{2}$  besitzt. Ob diese Eigenschaft aber allgemein für alle

Werte  $\frac{h}{l}$  und  $\frac{s}{d}$  gültig ist, läßt sich aus dem eben behandelten Beispiel allein noch nicht hinreichend sicher beurteilen.

## 2. Das mit Eigengewicht und Verkehrslast belastete Seil.

a) *Theorie.* Denken wir uns den Lastangriffspunkt  $P$  durch seine Koordinaten  $x, y$  gegeben, dann besteht die Seilkurve  $\widehat{AB}$  aus zwei Kurvenstücken  $\widehat{AP} = s_1$  und  $\widehat{PB} = s_2$ , welche in  $P$  unter einem gewissen Knickwinkel zusammentreffen. Dabei sind diese beiden Kurven — falls  $P$  von der Mitte der Spannweite  $l$  nicht stark abweicht — jedenfalls derart flache Kurven, daß dieselben unbedenklich als Parabeln betrachtet werden können.

Für die Gewichte  $G_1$  und  $G_2$  der beiden Seilstücke  $\widehat{AP}$  und  $\widehat{PB}$  mit den Sehnenlängen  $d_1 = \sqrt{x^2 + y^2}$  und  $d_2 = \sqrt{(l-x)^2 + (h-y)^2}$  gilt dann genau:

$$G_1 = \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot G \quad \text{und} \quad G_2 = \frac{s_2}{s_1 + s_2} \cdot G$$

und mit großer Annäherung:

$$G_1 = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot G \quad \text{und} \quad G_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \cdot G = G - G_1.$$

(Fortsetzung folgt.)