

Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden [Schluss]

Autor(en): **Baeschlin, F.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **19 (1921)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-186793>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Bestimmung der Fehlerellipse beim einfachen Vorwärtseinschneiden.

(Schluß.)

Führt man die Ausdrücke (8)—(11) in die Formen [a a], [b b] und [a b] ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 [a a] &= \frac{y^2}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{y^2}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \\
 [b b] &= \frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)^2}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)^2}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \\
 [a b] &= - \left\{ \frac{\left(x + \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} + \frac{\left(x - \frac{c}{2}\right)y}{\left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2} \right\}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Führen wir die Werte von (24) in die Formeln (19) und (22) oder (23) ein, so ist die Fehlerellipse bestimmt.

Beispiel.

$c = 1000$ Meter.

$y_0 = 10\,000$ Meter, $x_0 = 5500$ Meter.

$\mu = 1'$

$N_1 = 61^\circ 37' 46''$, $N_2 = 151^\circ 37' 46''$.

$Q_1 = \pm 13.0$ Meter; $Q_2 = \pm 1.3$ Meter.

Den Formeln (22) oder (23) kann noch eine andere Form gegeben werden.

Bekanntlich ist:

$$\cotg 2N = \frac{\cotg N - \tg N}{2} \tag{25}$$

Daraus folgt die quadratische Gleichung:

$$\cotg^2 N - 2 \cotg 2N \cotg N - 1 = 0.$$

Die Auflösung nach $\cotg N$ ergibt:

$$\cotg N = \cotg 2N \pm \sqrt{1 + \cotg^2 2N} \tag{26}$$

Setzt man für $\cotg 2N$ den Ausdruck (19) ein, so folgt:

$$\cotg N = \frac{[b b] - [a a]}{2 [a b]} \pm \sqrt{1 + \left\{ \frac{[b b] - [a a]}{2 [a b]} \right\}^2}$$

Damit nehmen die Formeln (22) die Form an:

$$A_{1 \text{ und } 2} = \frac{\mu}{\rho} \sqrt{\frac{[a a] + [b b]}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 [a b]^2 + ([b b] - [a a])^2}} \quad (27)$$

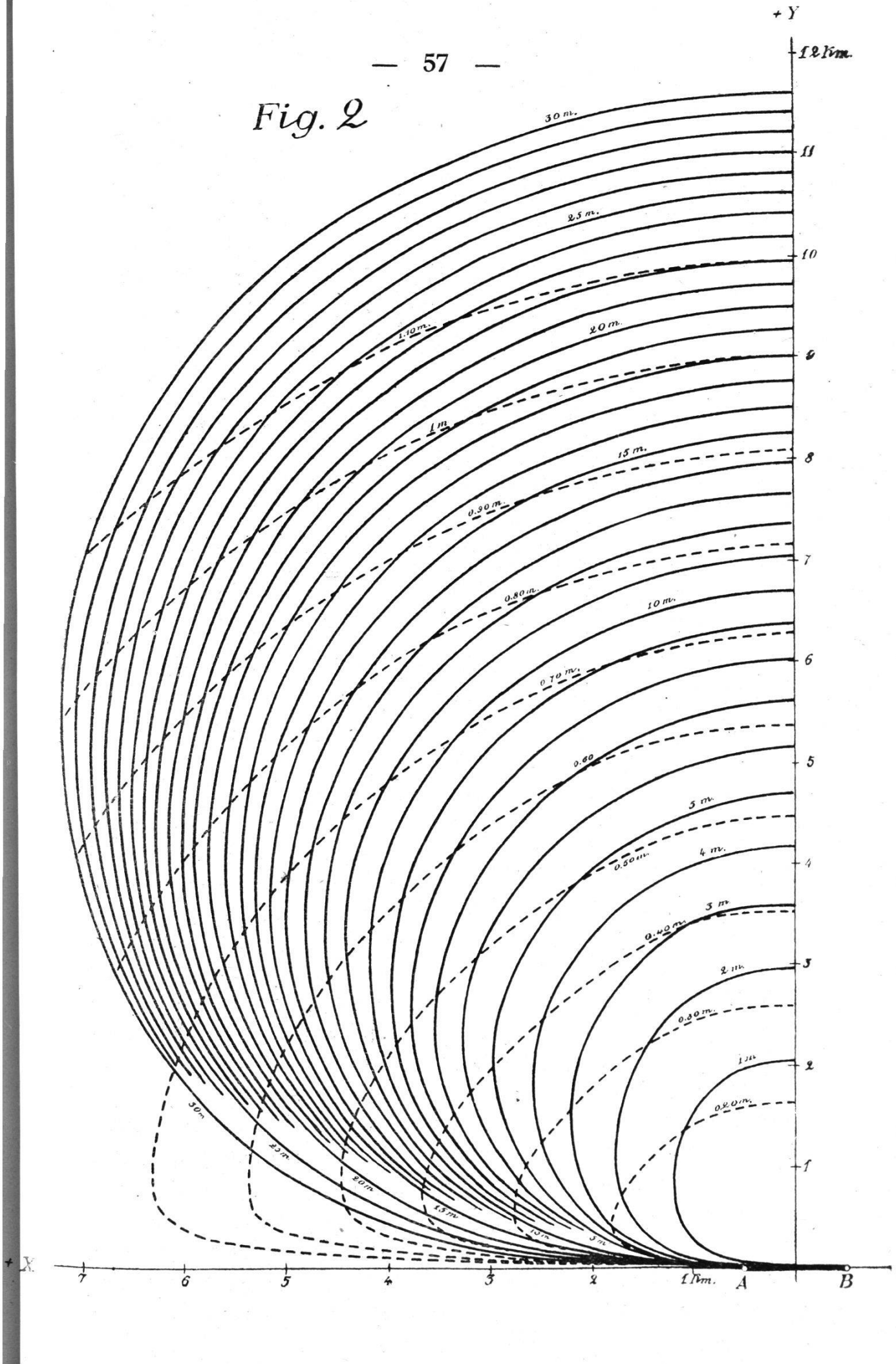
$$\frac{[a a] [b b] - [a b]^2}{[a a] [b b] - [a b]^2}$$

Mit Hilfe dieser Formel, in der $[a a]$, $[b b]$ und $[a b]$ durch die Ausdrücke (24) zu ersetzen sind, kann man die Aufgabe lösen, die Kurven zu bestimmen, welche Punkte mit gleicher großer oder kleiner Axe der mittleren Fehlerellipse miteinander verbinden.

In der nachstehenden Gleichung der Kurven gleicher Halbachsen der mittleren Fehlerellipse bedeutet a die Halbaxe und zwar ist überall das obere Vorzeichen zu nehmen, wenn es sich um die große Halbaxe, das untere, wenn es sich um die kleine Halbaxe handelt.

$$\begin{aligned} & \frac{4 a^4 \rho^4 c^4 y^4}{\mu^4} - \frac{4 a^2 \rho^2 c^2 y^2}{\mu^2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right] \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & - \frac{4 a^2 \rho^2 c^2 y^2}{\mu^2} \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right] \\ & + \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & \quad \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & + 2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^3 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^3 \\ & + 4 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 y^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 - 4 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 y^2 \quad (28) \\ & \quad \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + 8 \left(x + \frac{c}{2} \right) \left(x - \frac{c}{2} \right) y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \\ & + \left(x + \frac{c}{2} \right)^4 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + \left(x - \frac{c}{2} \right)^4 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + y^4 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 + y^4 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^4 \\ & + 2 \left(x + \frac{c}{2} \right)^2 \left(x - \frac{c}{2} \right)^2 \left[\left(x + \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2} \right)^2 + y^2 \right]^2 \end{aligned}$$

Fig. 2



$$\begin{aligned}
 &+ 2 \left(x + \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^4 \\
 &+ 2 \left(x + \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \\
 &+ 2 \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \\
 &+ 2 \left(x - \frac{c}{2}\right)^2 y^2 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^4 \\
 &- 2 y^4 \left[\left(x + \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 \left[\left(x - \frac{c}{2}\right)^2 + y^2\right]^2 = 0.
 \end{aligned}$$

Für Ueberschlagsbetrachtungen genügt es anzunehmen, die große Axe gehe vom Außenpunkt nach der Mitte der Basis c .

Figur 2 zeigt ausgezogen die Kurven für die großen Halbachsen, punktiert die Kurven für die kleinen Halbachsen für den Fall $\mu = 1'$ (Minute centesimal) und $c = 1000$ Meter.

Zollikon, im Oktober 1920.

F. Baeschlin.

Zur Praxis einiger Ausgleichungsaufgaben.

Von E. Hammer, Stuttgart.

Die folgenden Zeilen geben Bemerkungen zu zwei Ausgleichungsaufgaben, die *Eggert* in seine neue, wesentlich erweiterte Bearbeitung des ersten Bandes des *Jordanschen Handbuchs der Vermessungskunde* (7. Auflage, 1920) aufgenommen hat; die eine als einfaches Beispiel für *vermittelnde* Bestimmung zweier Unbekannten bei nichtlinearem Zusammenhang zwischen ihnen und den Messungen, die zweite als ebenso einfaches Beispiel für direkte *bedingte* Messungen. Meine Bemerkungen sind z. T. didaktischer Art, z. T. aber wohl auch für solche Leser von Interesse, die schon weiter in die Ausgleichungsrechnung eingedrungen sind.

I. Die *erste* der genannten Aufgaben (a. a. O. S. 72) ist die Berechnung der Koordinaten eines Lagepunktes in einem System gegebener Punkte durch «mehrfachen Bogenschnitt», wie der in Norddeutschland beliebte Ausdruck lautet. Die Aufgabe ist als ansprechendes einfaches Beispiel für vermittelnde Bestimmung zweier Unbekannten bei zunächst nichtlinearen Verbesserungsgleichungen viel behandelt worden, von *Koll* in der preußischen «Anweisung IX», von *Eggert* a. eben a. O., rech-