

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 19 (1921)

Heft: 3

Artikel: Längenbestimmung unzugänglicher Ordinaten bei
Koordinatenaufnahmen

Autor: Löschner, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-186795>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$(16) \left\{ \begin{array}{l} \text{mittl. Fehler der Abszisse } m_x = m_{x n} = \frac{6,8}{\sqrt{2,95}} = \pm 4 \text{ cm u.} \\ \text{» » » Ordinate } m_y = m_{y n} = \frac{6,8}{\sqrt{0,91}} = \pm 7 \text{ cm} \end{array} \right.$$

(Fortsetzung folgt.)

Längenbestimmung unzugänglicher Ordinaten bei Koordinatenaufnahmen.

Von Prof. Dr. H. Löschner, Brunn, Deutsche Technische Hochschule.

I.

Bei Koordinatenaufnahmen kommt es zuweilen vor, daß einzelne Ordinaten unzugänglich oder nicht gut meßbar sind, beispielsweise, wenn eine Häuserreihe am Steilufer eines breiten Mühlganges vom andern Ufer aus aufzunehmen ist.

Man kommt zunächst auf den Gedanken, das sogenannte „Umlegen der Ordinaten“ anzuwenden, das in manchen Lehrbüchern der Vermessungskunde¹ im Anschlusse an die Besprechung der Koordinatenaufnahme vorgeführt wird. Diese Methode besteht im Abstecken rechtwinklig gleichschenkliger Dreiecke mit Hilfe einer Kreuzscheibe oder eines zum Abstecken 45-gradiger Winkel geeigneten Winkelspiegels. Es ist ein Vorwärtsabschneiden unter Einhaltung von Bedingungen in bezug auf die Größe der Winkel. Die Methode erscheint zwar theoretisch sehr einfach und hat den Vorteil, daß die Ordinatenlänge ohne jede Rechnung erhalten wird; sie läßt sich aber in der Praxis oft nicht anwenden, weil ein bequemes Hilfsmittel zur Absteckung 45-gradiger Winkel nur selten zur Verfügung steht. Uebrigens ist zu beachten, daß beim Umlegen einer Ordinate der Freihand-Winkelabstecker in *zwei* Punkten verwendet wird und somit der bei Freihandinstrumenten sehr bemerkenswerte Zentrierungsfehler *zweimal* einwirkt. Ferner ist zu beachten, daß schon bei der gewöhnlichen Koordinatenaufnahme mit nur einmaliger Verwendung des Winkelspiegels die Ordinatenlänge bei genaueren Arbeiten nicht gerne viel über 20 m ausgedehnt wird, und daß beim Umlegen der Ordinaten wegen der Doppel-

¹ Vergl. Jordan-Reinhertz, Bd. II, 1904, S. 94; Dolezal's Hand- und Lehrbuch, Bd. I, S. 661.

verwendung des Freihand-Winkelabsteckers die Vermeidung langer Ordinaten in noch höherem Maße geboten erscheint, was das Anwendungsgebiet in der Praxis stark einschränkt.

Im nachfolgenden werden zur Bestimmung von Lage und Länge unzugänglicher Ordinaten exaktere Methoden angegeben, die zum Teil auch bei größeren Ordinatenlängen befriedigende Ergebnisse liefern können.

II.

1. Bestimmung der Ordinatenlänge durch Vorwärtseinschneiden mit Winkelspiegel und Schrägschnitt.

Diese Methode unterscheidet sich vom „Umlegen der Ordinaten“ dadurch, daß der Schrägschnitt nicht unter dem festen Winkel von 45° , sondern unter einem beliebigen geeigneten Winkel angeordnet wird und daß zur Erhöhung der Genauigkeit die Festlegung des Schrägschnittes nicht mit Freihandinstrument, sondern mit einem Stativinstrument erfolgt. Als solches kommt in Frage die Winkeltrommel, oder aber in der Regel besser ein kleiner Theodolit, der die Zentrierung rascher mit größerer Genauigkeit ausführen läßt. Es empfiehlt sich, das Instrument zunächst lediglich in der Richtung quer zur Abszissenlinie zu zentrieren und danach den Bodenpunkt anzunehmen, bzw. einzumessen, so daß eine besondere Arbeit zur Zentrierung in der Richtung der Abszissenlinie entfällt. Es empfiehlt sich

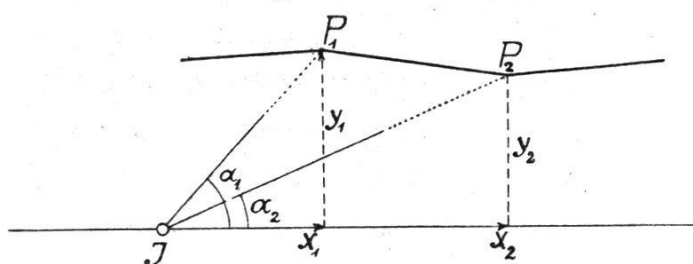


Fig. 1

auch in der Regel, zwei oder mehrere Ordinaten von einem gemeinsamen Punkt J aus (Fig. 1) anzuschneiden.

Die Berechnung der unzugänglichen Ordinate y erfolgt nach der

Formel: $y = x \cdot \tan \alpha$. (1)

Haften den Messungsergebnissen x und α die Unsicherheiten (mittlere Fehler) Δx und $\Delta \alpha$ an, so ergibt sich die Unsicherheit (der mittlere Fehler) Δy aus:

$$(\Delta y)^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \cdot (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 \cdot (\Delta \alpha)^2$$

also ist

$$\Delta y = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha (\Delta x)^2 + \left(\frac{x}{\cos^2 \alpha} \right)^2 \cdot (\Delta \alpha)^2}$$

und wegen

$$\frac{x}{\cos \alpha} = e \quad \text{und} \quad \frac{e}{\cos \alpha} = h$$

folgt

$$\Delta y = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha (\Delta x)^2 + h^2 (\Delta \alpha)^2} \quad (2)$$

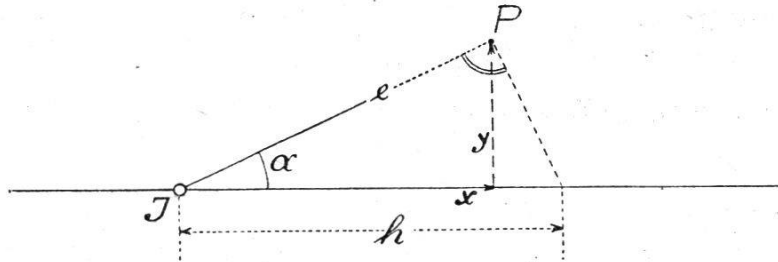


Fig. 2

Der Fehler (Δx) der Abszissenlänge x enthält nicht nur den kleinen Fehler im Längenmessen, sondern auch den wichtigeren kombinierten Ziel- und Zentrierfehler des Winkelspiegels.

Der Einfluß des Fehlers (Δx) wird um so kleiner, je kleiner der Winkel α ist. Doch haben wir zu beachten, daß bei kleinem α die Strecke x groß wird, was zu umständlicherer Längenmessung führt. Bei $\alpha = 45^\circ$ geht der Fehler (Δx) unverändert (in voller Größe) auf y über, so daß $\Delta y = \Delta x$ wird. Man wird daher den Winkel α nicht gern über 45° (jedenfalls aber nicht über 60° , wo $\operatorname{tg} \alpha = 1.73$) wählen.

Nimmt man die Genauigkeit in der Lage des Fußpunktes der mit dem Winkelspiegel gefällten Lote durchschnittlich mit $3'$ an, so folgt die lediglich durch die Benützung des Winkelspiegels begründete lineare Abweichung $\Delta x = y \cdot \operatorname{tg} 3'$ und hiernach:

$$\Delta y = \operatorname{tg} \alpha \cdot (y \cdot \operatorname{tg} 3') = 0.000873 \cdot y \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Dieses (Δy) wird zahlenmäßig veranschaulicht in der nachstehenden Tabelle:

	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 75^\circ$
$y = 10 \text{ m}; (\Delta x = 0.9 \text{ cm})$	0.2 cm	0.5 cm	0.9 cm	1.5 cm	3.2 cm
$y = 50 \text{ m}; (\Delta x = 4.4 \text{ cm})$	1.2 cm	2.5 cm	4.3 cm	7.5 cm	16.2 cm

Hiezu wird bemerkt, daß beim Lotfällen mit Winkelspiegel erfahrungsgemäß Maximalfehler in dreifacher Höhe des durchschnittlichen Winkelbetrages von $3'$ vorkommen können, so daß die Tabellenwerte bis zum dreifachen Betrage anwachsen können.

Der Einfluß des Fehlers ($\Delta \alpha$) ist am kleinsten, wenn h den kleinsten Wert erreicht. Dies findet für $\alpha = 45^\circ$ statt, denn $h = y (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)$ wird bei konstantem y für $\alpha = 45^\circ$ ein Minimum. Für diesen *Minimaleinfluß* des Fehlers ($\Delta \alpha$) wird — wenn der Fehlereinfluß (Δx) vernachlässigt werden kann —

$$(\Delta y) = 2 y \cdot (\Delta \alpha)$$

Dieser Minimaleinfluß bei $\alpha = 45^\circ$ wird zahlenmäßig veranschaulicht in der nachfolgenden Tabelle, die den Wert von $\Delta y = h \cdot (\Delta \alpha) = y (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \Delta \alpha$ aufzeigt für den Fall der Unsicherheit ($\Delta \alpha$) = $2'$, wie sie bei einer Winkeltrommel vorkommen kann.

	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 75^\circ$
$y = 10 \text{ m}$	2.3 cm	1.3 cm	1.2 cm	1.3 cm	2.3 cm
$y = 50 \text{ m}$	11.6 cm	6.7 cm	5.8 cm	6.7 cm	11.6 cm

Im Hinblick auf die Fehlereinflüsse in Formel (2) erscheint es also am zweckmäßigsten, den Winkel α mit 45° zu wählen.

In der Tabelle I sind die Ergebnisse einiger, zu verschiedenen Zeiten ausgeführten Versuchsmessungen enthalten. Die Längen waren mit Hanfband, die Winkel mit Winkeltrommel von $2'$ Noniusangabe gemessen worden.

Bei den letzten Versuchen macht sich der ungünstige Einfluß eines zu großen Basiswinkels α sehr bemerkbar.

Will man eine weitere Verfeinerung bei der Ausmittlung unzugänglicher Ordinatenlängen erreichen, so hat man in erster Linie Freihandinstrumente (Winkelspiegel) auszuschließen.

Tabelle I.

No.	x	α	$y = x \operatorname{tg} \alpha$	y direkt gemessen	Fehler
1	30·07 ₅	31° 53'	18·71 m	18·72 m	+ 1 cm
2	21·84	36 53	16·39	16·39	0
3	21·84	36 51	16·37	16·39	+ 2
4	7·28	53 33	9·86	9·85	— 1
5	7·28	53 27	9·82	9·85	+ 3
6	12·31	56 24	18·53	18·57	+ 4
7	12·32	56 24	18 54	18·56	+ 2
8	12·32	56 19	18·48	18·56	+ 8
9	18·74	58 16	30·30	30·06	— 24
10	2·65	82 47	20 93	22·03	+ 110

III a.

Bestimmung der Ordinatenlänge durch Vorwärtseinschneiden mit scharfer Messung beider Basiswinkel, die nach dem Augenschein mit 90° und 45° abgesteckt sind.

In der Abszissenlinie werden die Scheitel der Winkel α gleich ungefähr 90° und β gleich ungefähr 45° durch Querstriche (z. B. mit Rötöl oder Messer) vermerkt. (Bei meinen Probemessungen ergaben sich beim Einschätzen des rechten Winkels Abweichungen von 1°, 2° bis 3°. Das Einschätzen der Winkel von 45° läßt sich durch die brachimetrische Winkelschätzung¹ leicht verschärfen.) Sodann werden diese Scheitelpunkte genau in die Abszissenlinie eingewiesen und durch Kreuzzeichen oder (auf

¹ Vergl. Löschner, Oesterr. Z. f. V. 1913, S. 310 ff. Eine Spanne entspricht bei ausgestreckter Hand ungefähr 20°.

Wiesen) durch Pflock und Nagel markiert. Nun folgt die Messung der Winkel α und β . Die Verwendung eines kleinen Strich- oder Skalenmikroskoptheodolits erscheint dabei in der Regel zweckmäßiger als die Verwendung einer Winkeltrommel, weil die Zentrierung und Horizontierung mit größerer Schärfe und Sicherheit — dabei mit unbedeutend größerem Zeitaufwand —

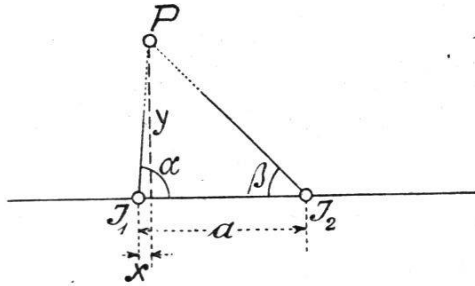


Fig. 3.

vonstatten geht. Auch schon beim Einweisen der Instrumentenstandpunkte in die Abszissenrichtung ergab sich die Verwendung eines leichten Theodolits für feinere Arbeiten als zweckmäßiger. Denn ich habe beim Einvisieren mit der Winkeltrommel auf 50 m Entfernung Querfehler bis zu 8 cm erhalten,

entsprechend einem Winkelfehler bis zu $5\frac{1}{4}'$. Diese Querfehler, die beim Einweisen mit freiem Auge nicht größer sind, beeinflussen die Ordinatenlänge in voller Größe.

Aus Figur 3 folgt:

$$x = \overline{J_1 P} \cdot \cos \alpha = \frac{a \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \quad (3)$$

$$\text{oder } x = \frac{a \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \quad (3^1)$$

$$\text{und } y = (a - x) \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (4)$$

Die Tabellen II und III enthalten die Ergebnisse einiger Probemessungen, die einerseits mit einem leichten Skalenmikroskoptheodolit, andererseits mit einer Winkeltrommel (Ablesung ohne Lupe) erhalten worden sind. Die Versuche mit der 31 m langen Ordinate fanden auf einem Tennisplatze statt, in der Art, daß zu einer angenommenen Abszissenlinie in einem gegebenen Punkte mittels des Theodolits die Senkrechte ausgesteckt wurde. Die Endpunkte der Abszissenlinie, sowie Fußpunkt und Endpunkt der Ordinate wurden durch Pflock und Nagel versichert, der Ordinatenfußpunkt absichtlich so, daß die Markierung nicht leicht zu sehen war. Die wahre Länge der Abszissen und der Ordinate wurde mit einem gleichmäßig gespannten Feinstahlband ermittelt. Wegen Platzmangel waren bei dieser längern Ordinate die Winkel β viel größer als 45° . Die

Versuche mit den rund 15 m langen Ordinaten, wo Hanfbandmessungen genügten, fanden auf ziemlich ebenem, horizontalem Landstraßenboden statt. In allen Fällen waren die Endpunkte der Ordinaten als Einstellpunkte für das Fernrohr (durch Strichmarken) gut gekennzeichnet, worauf bei Anwendung aller hier vorggeführten Methoden naturgemäß Bedacht zu nehmen ist. (Als Signale kommen namentlich Gebäudeecken, Fensterkreuze, Pflöcke, Baumstämme, Absteckstäbe in Betracht.)

(Fortsetzung folgt.)

Répartition des frais dans les remaniements parcellaires.

Par *H. Fluck*, ingénieur rural diplômé.

1^o *Introduction.* Chacun reconnaît aujourd'hui l'importance considérable des remaniements parcellaires au point de vue de l'économie publique et privée. La Confédération et les cantons encouragent l'exécution de ces entreprises, aussi bien en décrétant des prescriptions légales imposant la participation obligatoire qu'en accordant des subventions importantes, et dans les cercles agricoles des voix se font entendre avec raison qui insistent sur l'absolue nécessité et les avantages importants des remaniements parcellaires. Si, malgré tout, nous constatons encore souvent l'opposition de certains propriétaires contre les remaniements parcellaires, nous ne pouvons que l'attribuer en bonne partie à une répartition défectueuse des frais. Lorsque, par suite d'une répartition contestable des frais, un participant a l'impression d'être désavantagé par rapport aux autres, il est évident qu'il renoncera à donner son approbation à l'exécution d'une entreprise, bien qu'il en reconnaisse la nécessité. Lorsque la loi lui impose l'obligation d'y participer, on est d'autant plus en droit de demander que cette loi pose le principe de la répartition des frais et la détermine équitablement. Nous doutons fort que tel soit le cas général aujourd'hui et nous voulons dès lors examiner au point de vue critique les diverses répartitions de frais contenues dans les lois et indiquer comme conclusions les améliorations que nous proposons. Il n'est pas dans nos intentions d'entrer dans le détail de la partie purement juridique de

graph etc. (Fortsetzung). — *Heft No. 3.* Der v. Orel-Zeiß'sche Stereo-Autograph etc. (Schluß).

5. *Allgemeine Vermessungsnachrichten. Heft No. 7.* Das Nachbarrecht (Fortsetzung). Die Obliegenheiten der Grundbuchführer. — *Heft No. 8.* Das Nachbarrecht (Fortsetzung). — *Heft No. 9.* Das Nachbarrecht (Fortsetzung). Die Anteilnahme der Katasterangaben an dem öffentlichen Glauben des Grundbuches, von Blatta. Wiederherstellung der Polygonpunkte der kurhessischen Rutenmessungen und Entwicklung des kurhessischen Katasters, von Ahrens. Beilage: Mitteilungen mit Zeitschriften- und Bücherschau.

Korrigenda

zu «Längenbestimmung unzugänglicher Ordinaten bei Koordinatenaufnahmen» von Prof. Dr. Löschner:

pag. 64, 6. Zeile v. u.: $y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$ statt $y x = \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

pag. 64, 4. Zeile v. u.: (mittleren Fehler) statt mittlere.

pag. 64, 2. Zeile v. u.: $(\Delta y)^2$ statt $(\Delta y^2 =)$.

pag. 68, 20. Zeile v. o.: $x = \frac{a \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \cdot \cos \alpha$ statt

$$x = \frac{a \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$
