

Zur Gewichtsverteilung bei der eingehängten Dreieckskette [Schluss]

Autor(en): **Hellebrand**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **24 (1926)**

Heft 6

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-189586>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SCHWEIZERISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

REVUE TECHNIQUE SUISSE DES MENSURATIONS ET AMÉLIORATIONS FONCIÈRES

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Redaktion: F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständiger Mitarbeiter für Kulturtechnik: Dr. H. FLUCK, Dipl. Kulturingenieur, Neuchâtel, 9, Passage Pierre qui roule. — Collaborateur attiré pour la partie en langue française: CH. ROESGEN, ingénieur-géomètre, Genève, 11, rue de l'Hôtel-de-Ville — Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats.

□ Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme: □
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORM. G. BINKERT, WINTERTHUR

Jährlich 12 Nummern
(erscheinend am zweiten Dienstag
jeden Monats)
und 12 Inseraten-Bulletins
(erscheinend am vierten Dienstag
jeden Monats)

No. 6
des XXIV. Jahrganges der
„Schweiz. Geometerzeitung“.
8. Juni 1926

Jahresabonnement Fr. 12.—
(unentgeltlich für Mitglieder)
Ausland Fr. 15.—

Inserate:
50 Cts. per 1spaltige Nonp.-Zeile

Zur Gewichtsverteilung bei der eingehängten Dreieckskette.

(Schluß.)

Hiebei wurden zur Abkürzung eingeführt:

$$L'^2 = o'^2 \left\{ 1 + \frac{k^2}{o^2} + \frac{f^2}{o^2} + \frac{c^2}{o^2} + 2 \frac{k}{o} \cos \sigma_{FD} + 2 \frac{f}{o} \cos \sigma_{DA} \right. \\ \left. + 2 \frac{c}{o} \cos \sigma_{AQ} + 2 \frac{kf}{o^2} \cos (\sigma_{DA} - \sigma_{FD}) + 2 \frac{kc}{o^2} \cos (\sigma_{AQ} - \sigma_{FD}) \right. \\ \left. + 2 \frac{fc}{o^2} \cos (\sigma_{AQ} - \sigma_{DA}) \right\};$$

$$R_1 = o'^2 \left\{ 1 + \frac{k^2}{o^2} + 2 \frac{k}{o} \cos \sigma_{FD} + \frac{f}{o} \cos \sigma_{DA} + \frac{c}{o} \cos \sigma_{AQ} \right. \\ \left. + \frac{kf}{o^2} \cos (\sigma_{DA} - \sigma_{FD}) + \frac{kc}{o^2} \cos (\sigma_{AQ} - \sigma_{FD}) \right\};$$

$$R_2 = o'^2 \left\{ \frac{f}{o} \sin \sigma_{DA} + \frac{c}{o} \sin \sigma_{AQ} + \frac{kf}{o^2} \sin (\sigma_{DA} - \sigma_{FD}) \right. \\ \left. + \frac{kc}{o^2} \sin (\sigma_{AQ} - \sigma_{FD}) \right\}$$

und zwar ist:

$$\frac{k}{o} = \frac{\sin 20 \sin 17 \sin (14 + 13)}{\sin (20 + 19) \sin 16 \sin 13}$$

$$\frac{f}{o} = \frac{\sin 20 \sin 17 \sin 14 \sin 11 \sin (8+7)}{\sin (20+19) \sin 16 \sin 13 \sin 10 \sin 7},$$

$$\frac{c}{o} = \frac{\sin 20 \sin 17 \sin 14 \sin 11 \sin 8 \sin 5 \sin (2+1)}{\sin (20+19) \sin 16 \sin 13 \sin 10 \sin 7 \sin 4 \sin 1}, \text{ daher}$$

$$\frac{kf}{o^2} = \frac{\sin^2 20 \sin^2 17 \sin (13+14) \sin 14 \sin 11 \sin (8+7)}{\sin^2 (20+19) \sin^2 16 \sin^2 13 \sin 10 \sin 7} \text{ u. s. f.}$$

während die Südwinkel schon im ersten Teil ausgewiesen wurden.

Die Gesamtänderung in den Koordinaten von D , hervorgerufen durch die Fehler der gemessenen Dreieckswinkel und der gegebenen Q -Koordinaten, läßt sich vor der Winkelausgleichung, wie folgt, darstellen:

$$d\mathfrak{x}_D = d\mathfrak{x} \frac{R_1}{L'^2} + d\mathfrak{y} \frac{R_2}{L'^2} - \frac{2\mathfrak{x}_D}{L'} \left\{ \frac{\partial L'}{\partial 1} d1 + \frac{\partial L'}{\partial 1} d2 + \dots + \frac{\partial L'}{\partial 20} d20 \right\}$$

$$+ \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \left\{ \frac{\partial R_1}{\partial 1} d1 + \frac{\partial R_1}{\partial 2} d2 + \dots + \frac{\partial R_1}{\partial 20} d20 \right\}$$

$$+ \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \left\{ \frac{\partial R_2}{\partial 1} d1 + \frac{\partial R_2}{\partial 2} d2 + \dots + \frac{\partial R_2}{\partial 20} d20 \right\}$$

und

$$d\mathfrak{y}_D = -d\mathfrak{x} \frac{R_2}{L'^2} + d\mathfrak{y} \frac{R_1}{L'^2} - \frac{2\mathfrak{y}_D}{L'} \left\{ \frac{\partial L'}{\partial 1} d1 + \dots + \frac{\partial L'}{\partial 20} d20 \right\}$$

$$- \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \left\{ \frac{\partial R_2}{\partial 1} d1 + \dots + \frac{\partial R_2}{\partial 20} d20 \right\} + \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \left\{ \frac{\partial R_1}{\partial 1} d1 + \dots \right.$$

$$\left. + \frac{\partial R_1}{\partial 20} d20 \right\}.$$

Bezeichnen wir die Koeffizienten von $d1, d2, d3 \dots$ in der Abszissenfunktion mit $f_1, f_2, f_3 \dots$, jene in der Ordinatenfunktion mit $g_1, g_2, g_3 \dots$, setzen $p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 = C_1$, so wird

$$f_1 = -\frac{2\mathfrak{x}_D}{L'} \frac{\partial L'}{\partial 1} + \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \frac{\partial R_1}{\partial 1} + \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \frac{\partial R_2}{\partial 1},$$

$$g_1 = -\frac{2\mathfrak{y}_D}{L'} \frac{\partial L'}{\partial 1} - \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \frac{\partial R_1}{\partial 1} + \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \frac{\partial R_1}{\partial 1},$$

$$f_2 = -\frac{2\mathfrak{x}_D}{L'} \frac{\partial L'}{\partial 2} + \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \frac{\partial R_1}{\partial 2} + \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \frac{\partial R_2}{\partial 2},$$

$$g_2 = -\frac{2\mathfrak{y}_D}{L'} \frac{\partial L'}{\partial 2} - \frac{\mathfrak{x}}{L'^2} \frac{\partial R_2}{\partial 2} + \frac{\mathfrak{y}}{L'^2} \frac{\partial R_1}{\partial 2},$$

$$f_3 = 0, \quad g_3 = 0;$$

bei der Einfachheit der zugehörigen Uebertragungskoeffizienten

$$r_1 = -\frac{p_3}{C_1} (p_1 f_2 + p_2 f_1), \quad e_1 = -\frac{p_3}{C_1} (p_1 g_2 + p_2 g_1),$$

können die Werte $\left[\frac{FF}{p} \right], \left[\frac{GG}{p} \right]$ unmittelbar angesetzt werden:

$$\left[\frac{FF}{p} \right] = \frac{1}{C_1} \{p_1 f_2^2 + p_2 f_1^2 + p_3 (f_2 - f_1)^2\},$$

$$\left[\frac{GG}{p} \right] = \frac{1}{C_1} \{p_1 g_2^2 + p_2 g_1^2 + p_3 (g_2 - g_1)^2\}.$$

Wir ordnen den Dreieckswinkeln 1, 2...20 die Gewichte $p_1, p_2 \dots p_{20}$ zu und erhalten für den mittleren Punktfehler in D , die Anteile der einzelnen Dreiecke zusammenfassend:

$$\begin{aligned} M^2_D = m^2_Q & \frac{R_1^2 + R_2^2}{L'^4} + \frac{m^2}{Q^2 C_1} \{p_1 (f_2^2 + g_2^2) + p_2 (f_1^2 + g_1^2) \\ & + p_3 [(f_2 - f_1)^2 + (g_2 - g_1)^2] + \dots \\ & + \frac{m^2}{Q^2 C_7} \{p_{19} (f_{20}^2 + g_{20}^2) + p_{20} (f_{19}^2 + g_{19}^2) \\ & + p_{21} [(f_{20} - f_{19})^2 + (g_{20} - g_{19})^2]\}. \end{aligned}$$

Nach den Entwicklungen des ersten Teiles sind die partiellen Differentialquotienten leicht zu finden; es ist

$$\frac{\partial L'}{\partial 1} = -\left(\frac{L'}{L}\right)^2 \frac{a}{L' \sin 1} \{x \cos \sigma_{AQ} + y \sin \sigma_{AQ}\},$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial 1} = -\left(\frac{L'}{L}\right)^2 \frac{a}{\sin 1} \{x_D \cos \sigma_{AQ} + y_D \sin \sigma_{AQ}\},$$

$$\frac{\partial R_2}{\partial 1} = -\left(\frac{L'}{L}\right)^2 \frac{a}{\sin 1} \{x_D \sin \sigma_{AQ} - y_D \cos \sigma_{AQ}\}$$

und nach einigen Umformungen

$$f_1^2 + g_1^2 = \frac{a^2 \overline{PD}^2}{L^2 \sin^2 1};$$

in ähnlicher Weise ergibt sich

$$\frac{\partial L'}{\partial 2} = -\left(\frac{L'}{L}\right)^2 \frac{a}{L' \sin 2} \{x \cos (\sigma_{AQ}-3) + y \sin (\sigma_{AQ}-3)\},$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial 2} = -\left(\frac{L'}{L}\right)^2 \frac{a}{\sin 2} \{x_D \cos (\sigma_{AQ}-3) + y_D \sin (\sigma_{AQ}-3)\},$$

$$\frac{\partial R_2}{\partial 2} = - \left(\frac{L'}{L} \right)^2 \frac{a}{\sin 2} \{ x_D \sin (\sigma_{AQ} - 3) - y_D \cos (\sigma_{AQ} - 3) \}$$

und damit sehr einfach

$$f_2^2 + g_2^2 = \frac{a^2 \cdot \overline{PD}^2}{L^2 \sin^2 2} = \frac{b^2 \cdot \overline{PD}^2}{L^2 \sin^2 1},$$

schließlich

$$(f_2 - f_1)^2 + (g_2 - g_1)^2 = \frac{c^2 \cdot \overline{PD}^2}{L^2 \sin^2 1}.$$

Und so beträgt der Anteil des ersten Dreieckes an dem Punktfehler in D :

$$M^2_D (I) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 1} \cdot \frac{\overline{PD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_1 b^2 + p_2 a^2 + p_3 c^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3} \quad (I)$$

Es gilt demnach im ersten Dreieck die Seite b als Grundlinie, der Scheitelwinkel ist $\sphericalangle 1$; läge dieses Dreieck allein vor, dann wäre der Fehler im Scheitel

$$M^2 = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 1} \cdot \frac{p_1 b^2 + p_2 a^2 + p_3 c^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3},$$

welcher bei bester Gewichtsverteilung*, d. i.

$p_1 : p_2 : p_3 = ac \sin (\sphericalangle 1 + 60^\circ) : bc \sin (\sphericalangle 2 + 60^\circ) : ab \sin (\sphericalangle 3 + 60^\circ)$
übergeht in

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{m^2}{q_1 \varrho^2 \sin^2 1} \left\{ \frac{b^2 + a^2 + c^2}{2} + \sqrt{3} ab \sin 1 \right\},$$

wenn gesetzt wird $p_1 + p_2 + p_3 = q_1$.

Zeichnet man das Dreieck aus den Seiten a, b, c auf (Abb. 2), vergrößert die Winkel nacheinander um 60° , dann können die Flächeninhalte $ac \sin (\sphericalangle 1 + 60^\circ)$, $bc \sin (\sphericalangle 2 + 60^\circ)$ und $ab \sin (\sphericalangle 3 + 60^\circ)$ leicht bestimmt werden. Nun ist aber

$$\begin{aligned} \frac{b^2 + a^2 + c^2}{2} + \sqrt{3} ac \sin 1 &= a^2 + c^2 - ac \cos 1 + \operatorname{tg} 60^\circ ac \sin 1 \\ &= a^2 + c^2 - 2 ac \cos (\sphericalangle 1 + 60^\circ) = AB'^2, \end{aligned}$$

sodaß sich der Kleinste — mögliche — Punktfehler darstellen läßt durch

$$\mathfrak{M} = \frac{m''}{\varrho''} \cdot \frac{\overline{AB'}}{\sin 1} \cdot \frac{1}{\sqrt{9_1}}.$$

* Die günstigste Gewichtsverteilung . . . , Sitzungsab. d. W. Ak., 1909.

Dieser Punktfehler überträgt sich auf D in der Kettenmitte bloß mit dem Betrage

$$M_D(I) = \mathfrak{M} \cdot \frac{PD}{L},$$

was rund der Hälfte von \mathfrak{M} entsprechen wird.

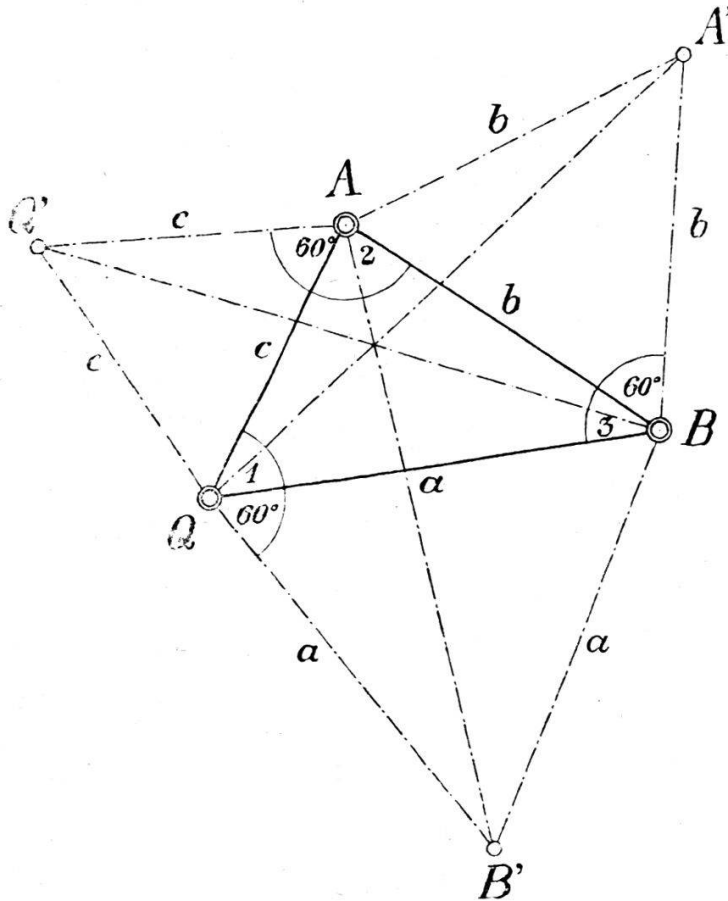


Abbildung 2.

Aus dem weiteren Rechnungsgange sei nur das Wichtigste hervorgehoben, da sich eine bis ins Einzelne gehende Darstellung wegen des großen Umfanges der auftretenden Formeln von selbst verbietet.

Für das zweite Dreieck kommen in Frage:

$$\frac{\partial L'}{\partial 4} = - \left(\frac{L'}{L} \right)^2 \frac{c}{L' \sin 4} \{x \cos(\sigma_{AQ} + 4) + y \sin(\sigma_{AQ} + 4)\},$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial 4} = - \left(\frac{L'}{L} \right)^2 \frac{c}{\sin 4} \{x_D \cos(\sigma_{AQ} + 4) + y_D \sin(\sigma_{AQ} + 4)\},$$

$$\frac{\partial R_2}{\partial 4} = - \left(\frac{L'}{L} \right)^2 \frac{c}{\sin 4} \{x_D \sin(\sigma_{AQ} + 4) - y_D \cos(\sigma_{AQ} + 4)\};$$

vertauscht man hierin $+4$ mit -5 , so erhält man sofort die

Differentialquotienten $\frac{\partial L'}{\partial 5}$, $\frac{\partial R_1}{\partial 5}$, $\frac{\partial R_2}{\partial 5}$ und hat nach kurzer

Rechnung als Wirkung des zweiten Dreieckes

$$M_D^2(\text{II}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 4} \cdot \frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{PD^2}{L^2} \cdot \frac{p_4 e^2 + p_5 b^2 + p_6 d^2}{p_4 p_5 + p_4 p_6 + p_5 p_6}. \quad (\text{II})$$

Als Grundlinie dieses Dreieckes gilt die dem Winkel 4 gegenüberliegende Seite e . Im übrigen wären die beim ersten Dreieck besprochenen Einzelheiten auch hier in Anwendung zu bringen.

Eine etwas umständliche Rechnung, wie sie zum Teil im ersten Abschnitt angedeutet wurde, liefert — nach Einführung der Querlinie QC — für das dritte Dreieck den Fehleranteil:

$$M_D^2(\text{III}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 7} \cdot \frac{\overline{QC}^2}{e^2} \cdot \frac{\overline{PD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_7 g^2 + p_8 e^2 + p_9 f^2}{p_7 p_8 + p_7 p_9 + p_8 p_9}. \quad (\text{III})$$

Auf das vierte — mittlere — Dreieck entfällt:

$$M_D^2(\text{IV}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 10} \cdot \frac{\overline{QD}^2}{g^2} \cdot \frac{\overline{PD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_{10} i^2 + p_{11} g^2 + p_{12} h^2}{p_{10} p_{11} + p_{10} p_{12} + p_{11} p_{12}} \quad (\text{IV})$$

Die beiden letzten Ausdrücke zeigen den immer stärker werdenden Einfluß der mittleren Kettendreiecke gegenüber der geringen Wirkung der Enddreiecke.

Weiterhin folgen:

$$M_D^2(\text{V}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 14} \cdot \frac{\overline{PE}^2}{l^2} \cdot \frac{\overline{QD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_{13} l^2 + p_{14} i^2 + p_{15} k^2}{p_{13} p_{14} + p_{13} p_{15} + p_{14} p_{15}}, \quad (\text{V})$$

$$M_D^2(\text{VI}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 17} \cdot \frac{o^2}{n^2} \cdot \frac{\overline{QD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_{16} n^2 + p_{17} l^2 + p_{18} m^2}{p_{16} p_{17} + p_{16} p_{18} + p_{17} p_{18}} \quad (\text{VI})$$

und für das letzte Dreieck in sinngemäßer Uebereinstimmung mit dem ersten

$$M_D^2(\text{VII}) = \frac{m^2}{\varrho^2 \sin^2 20} \cdot \frac{\overline{QD}^2}{L^2} \cdot \frac{p_{19} r^2 + p_{20} n^2 + p_{21} o^2}{p_{19} p_{20} + p_{19} p_{21} + p_{20} p_{21}} \quad (\text{VII})$$

Um einen tieferen Einblick zu gewinnen, wollen wir eine aus gleichseitigen Dreiecken bestehende Kette nach obigen Formeln durchrechnen. Als beste Gewichtsverteilung gilt hier

$$p_1 = p_2 = p_3 = \frac{q_1}{3}$$

für ein allein stehendes Dreieck:

$$\mathfrak{M}^2(\text{I}) = \frac{m^2}{\varrho^2} \cdot \frac{4}{q_1} \text{ bzw. } \mathfrak{M}^2(\text{II}) = \frac{m^2}{\varrho^2} \cdot \frac{4}{q_2} \text{ u. s. f.,}$$

wobei $q_1, q_2 \dots q_7$ die Gewichtssummen bei den einzelnen Dreiecken bedeuten.

Setzt man $PQ = L = 8 \text{ km}$, dann beträgt

$$\frac{R_1^2 + R_2^2}{L^4} = \frac{\overline{PD}^2}{L^2} = \frac{1}{4},$$

ferner ist $QC = PE = 2\sqrt{3} \text{ km}$, $PD = QD = 4 \text{ km}$, $a = b = c = \dots = 2 \text{ km}$.

Wir haben demnach insgesamt:

$$M_D^2 = \frac{1}{4} m_Q^2 + \frac{m^2 \cdot a^2}{\varrho^2} \left\{ \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} + \frac{3}{q_3} + \frac{4}{q_4} + \frac{3}{q_5} + \frac{1}{q_6} + \frac{1}{q_7} \right\};$$

nehmen wir die Summe $P = q_1 + q_2 + \dots + q_7$ mit 84 an, berechnen $\sqrt{1} + \sqrt{1} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{3} + \sqrt{1} + \sqrt{1} = 9.46$, so folgt:

$$q_1 = \frac{\sqrt{1} \cdot P}{9.46} \doteq 9 = q_2 = q_6 = q_7,$$

$$q_3 = \frac{\sqrt{3} \cdot P}{9.46} \doteq 15 = q_5 \text{ und } q_4 = \frac{\sqrt{4} \cdot P}{9.46} \doteq 18.$$

Für den mittleren Punktfehler in D erhalten wir dann als Kleinstwert

$$\mathfrak{M}_D^2 = \frac{1}{4} m_Q^2 + \frac{m^2 a^2 \cdot 9.46^2}{\varrho^2 P}$$

und mit $m_Q = \pm 14 \text{ cm}$ entsprechend $m_L = \pm 20 \text{ cm}$ — wie im ersten Abschnitt —, $m'' = \pm 10''$ wird

$$\mathfrak{M}_D^2 = 49 \text{ cm}^2 + 100 \text{ cm}^2 \text{ und}$$

$$\mathfrak{M}_D = \pm 12.2 \text{ cm.}$$

Wir ersehen aus dieser kurzen Rechnung, daß jeder Winkel des Mitteldreieckes doppelt so viel Beobachtungen beansprucht als der eines Enddreieckes.

Bei stark gekrümmten Ketten wird sich eine noch schärfere Berücksichtigung der mittleren Dreiecke empfehlen, da sich die Vergrößerungsfaktoren wie etwa $\frac{PD \cdot QD}{L \cdot g}$ dann viel ungünstiger gestalten.

Es erübrigt noch die Aufstellung des Beobachtungsplanes für die in der Einleitung behandelte Kette, welche ein wenig gekrümmt ist und verschieden große Dreiecke aufweist.

Die beste Arbeitsverteilung im einzelnen Dreieck kann zeichnerisch — wie oben besprochen wurde — leicht gefunden und auch der zugehörige kleinste Punktfehler rasch angegeben werden.

Aus einer Zeichnung, in welcher $PQ = 15,15$ cm war, wurden entnommen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_D(\text{I}) &= \frac{5.32}{\sqrt{q_1}} \cdot \frac{m}{\varrho}, & \mathfrak{M}_D(\text{II}) &= \frac{3.95}{\sqrt{q_2}} \cdot \frac{m}{\varrho}, \\ \mathfrak{M}_D(\text{III}) &= \frac{9.27}{\sqrt{q_3}} \cdot \frac{m}{\varrho}, & \mathfrak{M}_D(\text{IV}) &= \frac{8.64}{\sqrt{q_4}} \cdot \frac{m}{\varrho}, \\ \mathfrak{M}_D(\text{V}) &= \frac{6.74}{\sqrt{q_5}} \cdot \frac{m}{\varrho}, & \mathfrak{M}_D(\text{VI}) &= \frac{4.23}{\sqrt{q_6}} \cdot \frac{m}{\varrho}, \\ \mathfrak{M}_D(\text{VII}) &= \frac{3.55}{\sqrt{q_7}} \cdot \frac{m}{\varrho}, & \text{dazu } \frac{PD}{L} &= \frac{7.8}{15.15} = 0.515; \end{aligned}$$

wir haben also für $PQ = 8$ km, wie früher:

$$M_D^2 = 0.515^2 m_Q^2 + \left(\frac{800\,000}{15.15} \cdot \frac{m}{\varrho} \right)^2 \left\{ \frac{5.32^2}{q_1} + \frac{3.95^2}{q_2} + \frac{9.27^2}{q_3} + \frac{8.64^2}{q_4} + \frac{6.74^2}{q_5} + \frac{4.23^2}{q_6} + \frac{3.55^2}{q_7} \right\}$$

und wegen $5.32 + 3.95 + 9.27 + 8.64 + 6.74 + 4.23 + 3.55 = 41.70$, $P = 84$:

$$q_1 = \frac{5.32}{41.70} \cdot P \doteq 11 \quad \text{mit } p_1 = 4, \quad p_2 = 5, \quad p_3 = 2;$$

$$q_2 = \frac{3.95}{41.70} \cdot P = 8 \quad \text{mit } p_4 = 2, \quad p_5 = 3, \quad p_6 = 3 \text{ u. \u00e4hnlich}$$

$$q_3 = 19 \quad \text{mit } p_7 = 7, \quad p_8 = 3, \quad p_9 = 9;$$

$$q_4 = 17 \quad \text{mit } p_{10} = 7, \quad p_{11} = 5, \quad p_{12} = 5;$$

$$q_5 = 14 \quad \text{mit } p_{13} = 4, \quad p_{14} = 5, \quad p_{15} = 5;$$

$$q_6 = 8 \quad \text{mit } p_{16} = 3, \quad p_{17} = 2, \quad p_{18} = 2;$$

$$q_7 = 7 \quad \text{mit } p_{19} = 4, \quad p_{20} = 1, \quad p_{21} = 2,$$

schließlich bei $m_Q = \pm 14$ cm, $m'' = \pm 10''$: $\mathfrak{M}_D^2 = 0.515^2 m_Q^2$

$$+ \left(\frac{800\,000 \cdot m \cdot 41.70}{15.15 \varrho \sqrt{P}} \right)^2 \text{ oder}$$

$$\mathfrak{M}_D^2 = 52 \text{ cm}^2 + 136 \text{ cm}^2, \quad \mathfrak{M}_D = \pm 13.7 \text{ cm}$$

Fa\u00df man die Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchung zusammen, so kann man sagen: Bei der ohne Richtungsanschlu\u00df

eingehängten Dreieckskette wird der Forderung nach bester Ausnützung der Beobachtungsarbeit Rechnung getragen, wenn man auf das einzelne Dreieck umsomehr Beobachtungen aufwendet, je näher es der Kettenmitte liegt, je größer seine Fläche und je schlechter seine Form ist.

Hellebrand.

Schweizer Geographische Koordinaten.

Uebersicht über ihre Grundlagen, Berechnungsmethoden und ihren Verwendungsbereich.

Mitteilung der Eidg. Landestopographie, Sektion für Geodäsie.

L i t e r a t u r n a c h w e i s .

1. *Eschmann*: Ergebnisse der trigonometrischen Vermessungen in der Schweiz, 1840 Zürich.
2. *E. Plantamour* et *A. Hirsch*: Détermination télégraphique de la Différence de longitude entre des stations suisses, 1872 Genève et Bâle.
3. *E. Plantamour*: Observations faites dans les stations astronomiques suisses, 1873 Genève et Bâle.
Schweizerische geodätische Kommission:
Das schweizerische Dreiecknetz. (Bern, Eidg. Landestopographie.)
4. I. Band: Die Winkelmessungen und Stationsausgleichungen, 1881.
5. II. Band: Die Netzausgleichung und die Anschlußnetze der Sternwarten und astronomischen Punkte, 1884.
6. III. Band: La Mensuration des Bases, 1888.
7. IV. Band: Die Anschlußnetze der Grundlinien, 1889.
8. V. Band: Astronomische Beobachtungen im Tessiner Basisnetz, auf Gäbris und Simplon; definitive Dreieckseitenlängen; geographische Koordinaten, 1890.
9. *Rudolf Wolf*: Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, 1897, Bern, Eidg. Landestopographie.
10. *M. Rosenmund*: Die Aenderung des Projektionssystems der schweiz. Landesvermessung, 1903, Bern. Eidg. Landestopographie.
11. *H. Zölly*: Die geodätischen Grundlagen der schweiz. Landesvermessung. Vortrag, gehalten im schweiz. Ingenieur- und Architektenverein, Sektion Bern, 1921. Manuskript.
12. *A. Ansermet*: A propos du nouveau système de projection. Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1923, S. 229.

a) Einleitung: Geographische und rechtwinklige Koordinaten.

In schweizerischen Triangulationen sind *geographische Koordinaten* verhältnismäßig selten zur Festlegung trigonometrischer Punkte verwendet worden. Das „Verzeichnis der geographischen Oerter“ der Eschmannschen Triangulation (1, S. 188)