

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 26 (1928)

Heft: 6

Artikel: Einführung in die Vektorrechnung und die vektorielle Ausgleichung

Autor: Baeschlin, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-190792>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 04.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZERISCHE Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

REVUE TECHNIQUE SUISSE DES MENSURATIONS ET AMÉLIORATIONS FONCIÈRES

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Redaktion: F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständiger Mitarbeiter für Kulturtechnik: Dr. H. FLUCK, Dipl. Kulturingénieur, Neuchâtel, 9, Passage Pierre qui roule (beurl.). — Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats.

□ Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme: □
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORM. G. BINKERT, WINTERTHUR

Erscheinend am 2. Dienstag jeden Monats	No. 6 des XXVI. Jahrganges der „Schweiz. Geometerzeitung“.	Abonnemente: Schweiz . . . Fr. 12.— jährlich Ausland . . . „ 15.— „
Inserate: 50 Cts. per 1spaltige Nonp.-Zeile	12. Juni 1928	Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins

Einführung in die Vektorrechnung und die vektorielle Ausgleichung.

Von Prof. F. Baeschlin.

Einleitung.

In der letzten Zeit wurde von verschiedenen Autoren¹ vorgeschlagen, die Vektorrechnung für die Behandlung vermessungstechnischer Probleme und die Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu verwenden. Im nachstehenden möchte ich zunächst versuchen, die Leser so weit in die Vektor-Analyse einzuführen, als dies für das Verständnis der Anwendungen auf vermessungstechnische Aufgaben und Ausgleichungen nötig ist, um dann eine Einführung in jene Probleme zu geben.

A. Einführung in die Vektorrechnung.

Die Vektorrechnung wurde in die Mathematik eingeführt, um die Beziehungen zwischen im Raume gerichteten Größen bequem analytisch behandeln zu können. Solche gerichtete Größen sind vor allem

¹ [1] A. Schreiber, Das Pothenotsche Problem in vektor-analytischer Behandlung. (Deutsche) Zeitschrift für Vermessungswesen 1908, Seite 625 und ff.

[2] E. Hammer, Vektorielle und Rechenschieber-Auflösung trigonometrischer Aufgaben. (Deutsche) Z. f. V. 1922, Seite 585 u. ff.

[3] K. Friedrich, Neue Grundlagen und Anwendungen der Vektorrechnung. München und Berlin 1921. Verlag von R. Oldenbourg.

[4] R. Schumann, Vektor-analytischer Ausgleich geschlossener geodätischer Figuren in der Ebene. (Deutsche) Z. f. V. 1926, S. 609 u. ff.

[5] R. Schumann, Ueber vektorischen Ausgleich geschlossener geodätischer Figuren in der Ebene im Falle beliebiger Gewichte für Strecken und Richtungen. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien; math.-naturw. Klasse, Abt. II a. 136. Band, 7. Heft. 1927.

[6] R. Schumann, Beitrag zum vektorischen Ausgleich ebener geodätischer Netze bei Verschiedenheit der Gewichte für Strecken und Richtungen. Mitteilungen aus dem Markscheidewesen. Jahreshft 1927, Seite 1 u. ff.

die Kräfte, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Mechanik, aber auch Strecken im Raum und in der Ebene.

Neben solchen gerichteten Größen, welche *Vektoren* genannt werden, gibt es aber auch Größen, denen keine Orientierung im Raume zukommt, wie z. B. die Masse, die Dichte und die Temperatur eines Körpers, die Zeit und viele andere. Solche ungerichtete Größen nennt man *Skalare*.

Man bezeichnet Vektoren im allgemeinen durch gotische Buchstaben (\mathfrak{a} , \mathfrak{b} , \mathfrak{A} , \mathfrak{B} etc.), in den Ingenieurwissenschaften auch etwa durch lateinische Buchstaben mit darübergesetztem horizontalem Pfeil (\vec{a} , \vec{A}). Wir werden hier die Vektoren durch gotische Buchstaben bezeichnen.

Skalare Größen werden allgemein durch lateinische oder griechische Buchstaben bezeichnet (a , b , A , B , α , β etc.).

Ein Skalar stellt einen Zahlenwert dar, welcher das Verhältnis zu derjenigen Einheit angibt, die zur Messung der betreffenden Größe dient.

Ein Vektor besitzt außer dem erwähnten Zahlenwert noch eine bestimmte Richtung. Den Zahlenwert eines Vektors nennt man dessen *Betrag*. Gewöhnlich wird ein Vektor durch eine Strecke dargestellt, deren Länge in einem gewissen Maßstabe dem Betrage des Vektors gleich ist und deren durch einen Pfeil markierte Richtung die Richtung und den Richtungssinn des Vektors angibt.

Der Betrag eines Vektors \mathfrak{A} wird durch $|\mathfrak{A}|$ oder durch den entsprechenden lateinischen Buchstaben A ausgedrückt. Einen Vektor, dessen Betrag gleich eins ist, nennt man *Einheitsvektor*. Wir werden einen solchen Vektor durch Ueberstreichen kennzeichnen. (Einheitsvektor von \mathfrak{A} bezeichnet durch $\overline{\mathfrak{A}}$.)

Daraus ergibt sich, daß

$$\mathfrak{A} = |\mathfrak{A}| \cdot \overline{\mathfrak{A}} = A \cdot \overline{\mathfrak{A}} \quad \text{ist.}$$

Elementare Vektoroperationen.

1. Addition und Subtraktion von Vektoren.

Ausgehend von der Tatsache, daß man zwei Kräfte, die auf denselben Massenpunkt wirken, nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzt, definiert man die Summe \mathfrak{C} zweier Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B}

$$(1) \quad \mathfrak{A} + \mathfrak{B} = \mathfrak{C}$$

folgendermaßen:

An den Endpunkt von \mathfrak{A} legen wir eine Strecke, welche dem Betrag und der Richtung nach gleich \mathfrak{B} ist. Verbindet man den Anfangspunkt von \mathfrak{A} mit dem Endpunkt von \mathfrak{B} , so stellt diese Strecke in Größe und Richtung den Summenvektor \mathfrak{C} dar.

Nehmen wir statt \mathfrak{B} den negativen Vektor $-\mathfrak{B}$, so erhalten wir in analoger Weise die Definition der Differenz zweier Vektoren

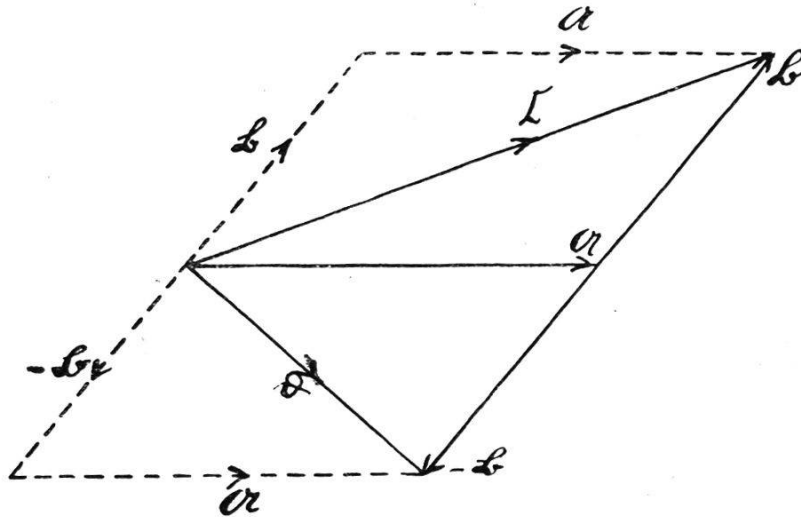
$$(2) \quad \mathfrak{A} + (-\mathfrak{B}) = \mathfrak{A} - \mathfrak{B} = \mathfrak{D}.$$

Aus Figur 1 erkennt man, daß \mathfrak{C} und \mathfrak{D} die Diagonalen der Parallelogramme sind, die man aus \mathfrak{A} und \mathfrak{B} , resp. aus \mathfrak{A} und $-\mathfrak{B}$ bilden

kann, wie auch, daß es in (1) und (2) auf die Reihenfolge der Glieder nicht ankommt. Es ist daher allgemein:

$$(3) \quad \begin{aligned} \mathfrak{A} + \mathfrak{B} &= \mathfrak{B} + \mathfrak{A} \\ \mathfrak{A} - \mathfrak{B} &= -\mathfrak{B} + \mathfrak{A}, \end{aligned}$$

d. h. das Vertauschungs- (kommutative) Gesetz der gewöhnlichen (skalaren) Addition behält seine Gültigkeit auch für Vektoren.



Figur 1.

Der Summenbegriff kann sofort auf eine beliebige Anzahl von Vektoren erweitert werden. Denn je zwei Vektoren können nach (1) zu einem vereinigt werden, so daß nacheinander alle Vektoren einer Summe durch einen einzigen dargestellt werden können. Wie leicht ersichtlich ist, kommt es dabei auf die Gruppierung der Vektoren nicht an. Es ist daher z. B.:

$$(4) \quad \mathfrak{A} + (\mathfrak{B} + \mathfrak{C}) = (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) + \mathfrak{C}.$$

Diese Gleichung drückt die Gültigkeit des assoziativen Gesetzes für die vektorielle Addition aus.

2. Multiplikation von Vektoren.

Aus den Begriffen, Einheitsvektor und Betrag eines Vektors folgt ohne weiteres die Regel für die Multiplikation eines Vektors mit einem skalaren Faktor

$$(5) \quad \begin{cases} \mathfrak{A} = m \cdot a \\ |\mathfrak{A}| = m \cdot |a|; & \bar{\mathfrak{A}} = \bar{a}. \end{cases}$$

Wir deuten die gewöhnliche Multiplikation zweier oder mehrerer Größen, von denen nur eine ein Vektor sein darf, durch einen Punkt zwischen den Faktoren an.

Ohne weiteres erkennt man

$$m \cdot (n \cdot a) = (n \cdot m) \cdot a;$$

Assoziatives Gesetz

$$n \cdot a = a \cdot n$$

Kommutatives Gesetz

$$n \cdot (a + b) = n \cdot a + n \cdot b; \quad (m + n) \cdot a = m \cdot a + n \cdot a$$

Distributives Gesetz.

Was soll nun aber das Produkt zweier Vektoren bedeuten?

Im Hinblick auf die Anwendungen der Vektorrechnung wurde

man dazu geführt, zwei Arten von Multiplikationen von Vektoren zu definieren.

Hier beginnt die erste Schwierigkeit der Vektorrechnung für den Anfänger.

Wir unterscheiden

- a) Das skalare oder innere Produkt zweier Vektoren und
- b) Das Vektor- oder äußere Produkt zweier Vektoren.

a. Das skalare Produkt.

Unter dem skalaren Produkt zweier Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B} verstehen wir einen *Skalar*, der gleich ist dem Produkt der Beträge der gegebenen Vektoren, multipliziert mit dem Cosinus des Winkels, den die beiden Vektoren einschließen.

Man kann dies auch folgendermaßen ausdrücken:

Das skalare Produkt der Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B} ist gleich dem Produkt aus dem Betrag von \mathfrak{A} in die Projektion des Betrages von \mathfrak{B} auf die Richtung von \mathfrak{A} .

Gewöhnlich wird das skalare Produkt dadurch angedeutet, daß man die Faktoren in gewöhnliche runde Klammern setzt und sie durch ein Komma trennt. Oft werden die beiden Vektoren, wie bei gewöhnlicher Multiplikation, einfach nebeneinander gesetzt und zwischen beide ein Punkt gesetzt.

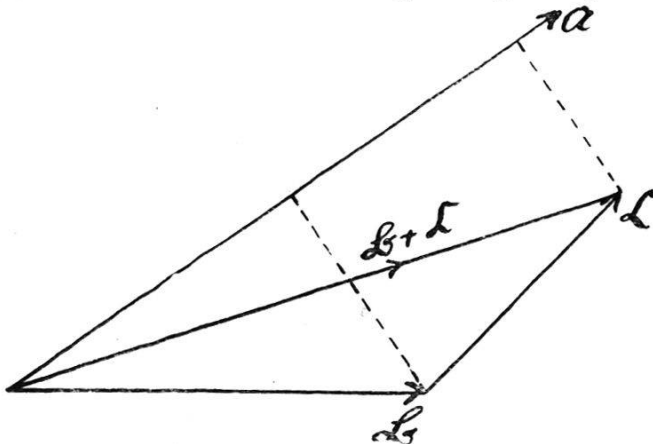
Da aber erfahrungsgemäß dem Anfänger Schwierigkeiten bereitet werden, wenn für zwei verschiedene Operationen dieselben Zeichen benutzt werden, so habe ich mich trotz der größern Schwierigkeiten beim Satze dazu entschlossen, die Bezeichnungen von Hofrat Prof. Dr. Dr. Ing. R. Schumann, Wien, anzuwenden.

Danach deuten wir im folgenden eine skalare Multiplikation durchgehend dadurch an, daß wir die beiden Faktoren zwischen Hohlklammern $(())$, resp. $(())$ einschließen und sie durch ein Komma trennen.

$$(6) \quad ((\mathfrak{A}, \mathfrak{B})) = A \cdot B \cdot \cos \sphericalangle (\mathfrak{A} \mathfrak{B}) = |\mathfrak{A}| \cdot |\mathfrak{B}| \cdot \cos \sphericalangle (\overline{\mathfrak{A}}, \overline{\mathfrak{B}})$$

Da $\cos \sphericalangle (\mathfrak{B} \mathfrak{A}) = \cos \sphericalangle (\mathfrak{A} \mathfrak{B})$ ist, so folgt

$$(7) \quad ((\mathfrak{B}, \mathfrak{A})) = ((\mathfrak{A}, \mathfrak{B})).$$



Figur 2.

D. h. bei der skalaren Multiplikation zweier Vektoren gilt das kommutative Gesetz.

Es läßt sich leicht zeigen, daß

$$(8) \quad ((\mathfrak{A}, (\mathfrak{B} + \mathfrak{C}))) = ((\mathfrak{A}, \mathfrak{B})) + ((\mathfrak{A}, \mathfrak{C})).$$

Denn der Definition gemäß ist $((\mathfrak{A}, (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})))$ das Produkt aus dem Betrage von \mathfrak{A} in die Projektion des Betrages von

$(\mathfrak{B} + \mathfrak{C})$ auf die Richtung von \mathfrak{A} . Die Projektion des Betrages von $(\mathfrak{B} + \mathfrak{C})$ auf die Richtung von \mathfrak{A} ist aber nach Fig. 2 gleich der Summe der Projektionen von \mathfrak{B} und von \mathfrak{C} auf die Richtung von \mathfrak{A} . Da aber $((\mathfrak{A}, \mathfrak{B}))$ gleich dem Produkt des Betrages von \mathfrak{A} in die Projektion des Betrages von \mathfrak{B} ist und analoges für $((\mathfrak{A}, \mathfrak{C}))$ gilt, so ist damit (8) bewiesen.

Danach gilt also das distributive Gesetz auch für die skalare Multiplikation.

Hingegen hat das Symbol $((\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}))$ keine Bedeutung.

Es dürfen also in einem skalaren Produkt nur zwei Vektoren auftreten.

Unter \mathfrak{A}^2 versteht man die Größe

$$(9) \quad \mathfrak{A}^2 \equiv ((\mathfrak{A}, \mathfrak{A})) = |\mathfrak{A}|^2 \cdot \cos 0 = |\mathfrak{A}|^2 = A^2.$$

Obwohl ein skalares Produkt mit mehr als 2 Faktoren im allgemeinen nicht definiert ist, hat dennoch

$$\mathfrak{A}^3 \equiv ((\mathfrak{A}, \mathfrak{A}, \mathfrak{A})) = \mathfrak{A}^2 \cdot \mathfrak{A} = A^2 \cdot \mathfrak{A} = A^3 \cdot \bar{\mathfrak{A}}$$

einen eindeutigen Sinn.

Man erkennt sofort auch:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}^4 &= ((\mathfrak{A}^2, \mathfrak{A}^2)) = A^4 = ((\mathfrak{A}^3, \mathfrak{A})) = A^3 ((\bar{\mathfrak{A}}, \mathfrak{A})) = A^4. \\ \mathfrak{A}^5 &= A^5 \cdot \bar{\mathfrak{A}} \text{ etc.} \end{aligned}$$

Die geraden Potenzen von \mathfrak{A} sind Skalare, die ungeraden Potenzen sind Vektoren, deren Richtung mit der Richtung der Basis übereinstimmt; immer ist der Betrag gleich der entsprechenden Potenz des Betrages der Basis. Dieser Satz gilt aber nur für ganzzahlige Exponenten.

b) Das Vektorprodukt.

Obwohl bei den folgenden Anwendungen der Vektorrechnung auf geodätische Ausgleichungsprobleme keine Vektorprodukte auftreten, gehen wir hier der Vollständigkeit halber doch darauf ein.

Unter dem *Vektorprodukt* oder *äußern* Produkt zweier Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B} verstehen wir einen *Vektor* \mathfrak{C} , dessen Betrag gleich dem Produkt aus den Beträgen der gegebenen Vektoren, multipliziert mit dem Sinus des Winkels $(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ ist und dessen Richtung senkrecht zur Ebene der gegebenen Vektoren ist. Da damit aber der Richtungssinn von \mathfrak{C} noch nicht definiert wäre, so wird gewöhnlich die sog. Fingerregel zur Festlegung des Richtungssinnes des Vektorproduktes benutzt.

Wenn man den ersten Faktor durch den Daumen, den zweiten durch den Mittelfinger der *linken* Hand darstellt, so entspricht die Richtung des Zeigfingers der Richtung des Vektorproduktes. Hier ist aber der positive Drehsinn in der Ebene der Gegenuhrzeigersinn in Uebereinstimmung mit den Festlegungen der Analysis. In der Geodäsie ist es aber allgemein gebräuchlich, den Uhrzeigersinn als positiven Drehsinn zu verwenden. Da wir aber, wie schon erwähnt, bei den geodätischen Anwendungen keine Vektorprodukte verwenden, so sehen wir uns zu keinen Aenderungen veranlaßt, die nur Konfusion stiften würden.

Im allgemeinen wird das Vektorprodukt dadurch angedeutet, daß man die beiden Faktoren in eine eckige Klammer setzt und sie

durch ein Komma trennt. Da wir aber in der Geodäsie die eckigen Klammern zur Andeutung von Summen über einen Index verwenden, so ziehe ich es vor, dem Vorgange von Schumann zu folgen und als Symbol für die vektorielle Multiplikation eckige Hohlklammern ($\llbracket \quad \rrbracket$) zu verwenden.

$$(10) \quad \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket = |\mathfrak{A}| \cdot |\mathfrak{B}| \cdot \sin \sphericalangle (\mathfrak{A} \mathfrak{B}) \cdot n,$$

wo n ein Einheitsvektor senkrecht zu der Ebene der Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B} bedeutet.

Da $\sin \sphericalangle (\mathfrak{B} \mathfrak{A}) = -\sin \sphericalangle (\mathfrak{A} \mathfrak{B})$ ist, so folgt:

$$(11) \quad \llbracket \mathfrak{B}, \mathfrak{A} \rrbracket = -\llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket.$$

D. h.: Für die vektorielle Multiplikation gilt das kommutative Gesetz nicht.

Hingegen läßt sich zeigen, daß

$$(12) \quad \llbracket \mathfrak{A}, (\mathfrak{B} + \mathfrak{C}) \rrbracket = \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{C} \rrbracket,$$

Das distributive Gesetz gilt also auch für die vektorielle Multiplikation.

Auf die weitem Verhältnisse des Vektorproduktes treten wir hier nicht ein.

3. Differentialoperationen.

Es sei ein Vektor \mathfrak{A} gegeben, den wir im allgemeinsten Fall als veränderlich mit dem Ort und der Zeit und als abhängig von andern Parametern ansehen müssen.

Wir nehmen an, der Vektor \mathfrak{A} erleide eine unendlich kleine Aenderung und gehe dabei über in \mathfrak{A}' . Die Aenderung werden wir in Analogie mit der Schreibweise der gewöhnlichen Analysis durch $d\mathfrak{A}$ bezeichnen. Wir müssen annehmen, daß $d\mathfrak{A}$ sich nicht nur auf die Aenderung des Betrages des Vektors \mathfrak{A} beziehe, sondern auch eine Aenderung der Richtung in sich schließe.

Wir setzen also:

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} + d\mathfrak{A},$$

wobei wir die rechte Seite als eine Vektorsumme auffassen,

$$(13) \quad d\mathfrak{A} = \mathfrak{A}' - \mathfrak{A}.$$

Wir wollen jetzt das Differential eines skalaren Produktes zweier Vektoren \mathfrak{A} und \mathfrak{B} ermitteln. Es seien \mathfrak{A}' und \mathfrak{B}' diejenigen Vektoren, in welche \mathfrak{A} und \mathfrak{B} nach der Aenderung übergehen.

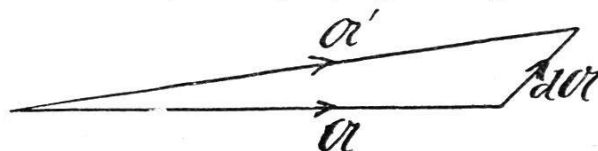
Nach der Definition des Differentials wird also:

$$d(\llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket) = \llbracket \mathfrak{A}', \mathfrak{B}' \rrbracket - \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket$$

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A} + d\mathfrak{A}$$

$$\mathfrak{B}' = \mathfrak{B} + d\mathfrak{B}$$

$$\begin{aligned} d(\llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket) &= \llbracket \mathfrak{A} + d\mathfrak{A}, \mathfrak{B} + d\mathfrak{B} \rrbracket - \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket \\ &= \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket \mathfrak{A}, d\mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket d\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket d\mathfrak{A}, d\mathfrak{B} \rrbracket - \llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket \\ &= \llbracket \mathfrak{A}, d\mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket \mathfrak{B}, d\mathfrak{A} \rrbracket \end{aligned}$$



Figur 3.

da wir die Größe $((d\mathfrak{A}, d\mathfrak{B}))$, als von 2. Ordnung unendlich klein, weglassen können.

Wir erhalten also :

$$(14) \quad d((\mathfrak{A}, \mathfrak{B})) = ((\mathfrak{A}, d\mathfrak{B})) + ((\mathfrak{B}, d\mathfrak{A})).$$

Hier ist die Reihenfolge der Vektoren irrelevant, weil es sich um skalare Multiplikation handelt.

Durch eine analoge Betrachtung erhalten wir

$$(15) \quad d\llbracket \mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket = \llbracket \mathfrak{A}, d\mathfrak{B} \rrbracket + \llbracket d\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \rrbracket$$

wobei auf die Reihenfolge der Vektoren zu achten ist.

Aus (14) erhalten wir:

$$d\mathfrak{A}^2 = 2 ((\mathfrak{A}, d\mathfrak{A})).$$

Wir führen diese Betrachtungen für allgemeine Vektoren nicht weiter, sondern verweisen diesbezüglich auf die am Schlusse des Aufsatzes zitierte Literatur.

Wir wenden uns nun speziellen Verhältnissen zu.

(Fortsetzung folgt.)

Ein logarithmischer Rechenschieber für Kanalisation und Wasserversorgung.

Von *H. Bock*, Ingenieur, Schaffhausen.

Hatte man bis anhin das Netz einer Stadt- oder Gemeindekanalisation zu projektieren, so war man darauf angewiesen, die nötigen Wassermengen-, Gefälls- und Geschwindigkeitswerte aus Büchern zusammenzusuchen. Aber auch in diesen sind Tafeln und Diagramme meist nur für Kreis- und Eiprofil zu finden und für die schnelle Lösung der gerade vorliegenden Aufgabe vielfach ungeeignet. Entweder enthalten sie die Werte für verschiedene Gefälle, aber nur für *eine* (nämlich die volle) Füllung, oder dann wirklich für *verschiedene* Füllhöhen, jedoch nur für 1% Gefäll. Es sind somit meist zeitraubende Umrechnungen und Interpolationen erforderlich. Die *graphischen* Darstellungen (Diagramme) bieten zudem eine gewisse Unsicherheit insofern, als die sich kreuzenden und oft enggescharten Linien gern störend und augen-ermüdend wirken. Ist noch gar die Mithilfe des Stechzirkels erforderlich, so werden die Diagramme bald unzuverlässig. Ein weiteres Moment der Unsicherheit besteht ferner darin, dass man oft nicht weiß, nach welchen Formeln die Tabellen und Diagramme konstruiert worden sind. Hier läuft man dann Gefahr, trotz aller Genauigkeit der Rechnung, unzutreffende Resultate zu erhalten.

Um alle diese Nachteile gänzlich auszuschalten, habe ich einen sehr übersichtlichen Rechenschieber konstruiert, der folgende Vorzüge hat:

1. Der Schieber ist nach der Fundamentalformel:

$$Q = F \cdot v = F \cdot c \cdot \sqrt{R \cdot J}$$

und der sowohl in der Schweiz, wie in Deutschland für Kanalisations-Berechnungen am meisten beliebten kleinen Kutter-Formel: