

Ueber den Einfluss der Gelände-Höhenunterschiede beim optisch-mechanischen Einpassen von Luftaufnahmen

Autor(en): **Bosshardt, R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **31 (1933)**

Heft 5

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-194010>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

SCHWEIZERISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik

ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS

Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik / Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES

Organe officiel de l'Association Suisse du Génie rural / Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie

Redaktion: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)

Ständ. Mitarbeiter f. Kulturtechnik: Dr. H. FLUCK, Dipl. Kulturing., Villa Lepontia, Bellinzona-Ravecchia

Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats

Expedition, Inseraten- und Abonnements-Annahme:

BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR VORMALS G. BINKERT, A.-G., WINTERTHUR

<p style="text-align: center;">No. 5 • XXXI. Jahrgang der „Schweizerischen Geometer-Zeitung“ Erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats 9. Mai 1933</p> <p>Inserate: 50 Cts. per einspaltige Nonp.-Zeile</p>	<p style="text-align: center;">Abonnemente: Schweiz Fr. 12. —, Ausland Fr. 15. — jährlich Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaften für Kulturtechnik u. Photogrammetrie Fr. 9. — jährl. Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins</p>
---	--

**Ueber den Einfluss der Gelände-Höhenunterschiede beim optisch-
mechanischen Einpassen von Luftaufnahmen.**

Von *R. Bofhard*, St. Gallen.

(Referat, gehalten in der Schweiz. Photogrammetrischen Gesellschaft.)

In der Praxis erfolgt die Einpassung und Orientierung der Luftaufnahmen bekanntlich auf optisch-mechanischem Wege, nachdem sich die rein analytische Lösung der Aufgabe als unwirtschaftlich erwiesen hat. Mir will scheinen, daß die ziemlich umfangreiche Literatur über die analytische Lösung des Rückwärtsschnittes im Raum in ihrer Bedeutung für die Praxis derzeit etwas zurückgetreten ist. Dagegen weist die kleine, aber wichtige Literatur über die optisch-mechanische Lösung der Aufgabe sicher noch manche Lücke auf. Alle Verfasser von Abhandlungen über dieses Thema, deren wichtigste und grundlegende diejenige von v. Gruber zu nennen ist, betitelt: „Einfache und Doppelpunkteinschaltung im Raum“, haben es bisher vermieden, auf die Bedeutung der Geländeform bei der gegenseitigen Orientierung der Bilder eines Stereopaars hinzuweisen.

Der Arbeitsvorgang bei der optisch-mechanischen Einpassung eines Bildpaares zerfällt in zwei Teile, erstens in die gegenseitige Orientierung der beiden Stereobilder zu einem sogenannten Modell und zweitens in die absolute Orientierung dieses Modells zum Lot. Ich möchte mich in den folgenden Ausführungen zur Hauptsache mit dem ersten Teil, also der gegenseitigen Orientierung oder der sogenannten Modellherstellung befassen und mich dabei auf die Erörterung der Steilaufnahmen beschränken.

Bekanntlich wird mit der Modellherstellung bezweckt, die beiden Bilder eines Stereopaars gegenseitig so zu einander zu orientieren, daß zusammengehörige Strahlen der beiden Strahlenbündel sich wiederum

im Raume schneiden. Der Ort aller dieser Schnittpunkte ist die Oberfläche des abgebildeten Geländes im Maßstabe der im Autographen eingestellten Basis. Ist diese Bedingung des Schnittes zusammengehöriger Strahlen nicht erfüllt, so äußert sich dies in sogenannten „Parallaxen“ im Blickfeld des Autographen; d. h. wenn wir versuchen, die Bilder ein- und desselben Objektpunktes in beiden Aufnahmen mit der Meßmarke anzuzielen, so decken sich die beiden Bilder dieses Punktes nicht. Es entstehen dabei sowohl Horizontal- oder Seitenparallaxen und Vertikal- oder Höhenparallaxen.

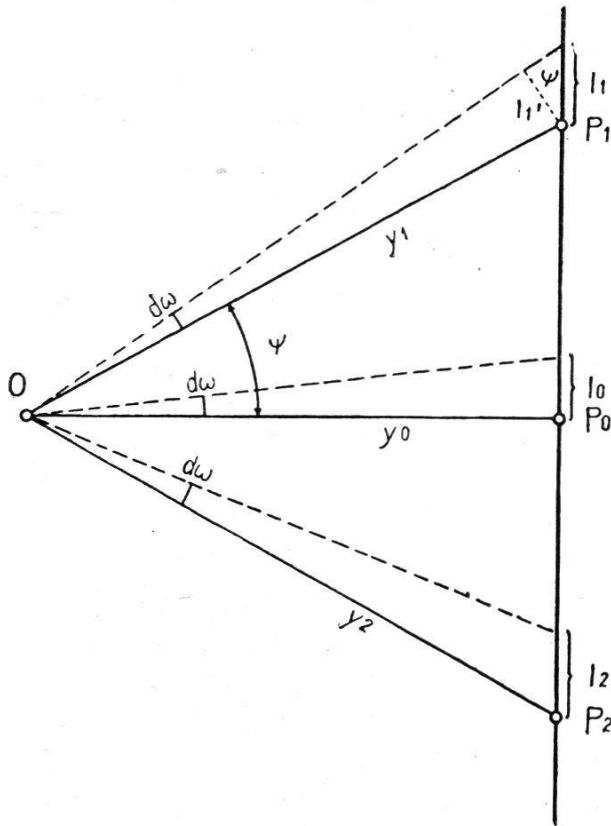
Seitenparallaxen lassen sich im Autographen nicht direkt wahrnehmen und vergleichen. Beim Vorhandensein einer Seitenparallaxe bei Luftaufnahmen würden sich die beiden zueinander gehörigen Strahlen entweder oberhalb oder unterhalb des richtigen Schnittpunktes schneiden. Sie könnte daher nur auf dem Umwege der Höhenablesung wahrgenommen werden. Da wir jedoch im Augenblick der Modellherstellung die Höhe des richtigen Schnittpunktes, z. B. die eines Paßpunktes noch nicht zur Kontrolle verwenden können, sondern erst bei der absoluten Orientierung nach dem Lote, so fällt die Seitenparallaxe bei der Modellherstellung außer Betracht. Erst bei der absoluten Orientierung ist es uns möglich, festzustellen, ob noch eine Seitenparallaxe im Modell vorhanden ist oder nicht. Ich werde auf diesen Fall später zurückkommen.

Die gegenseitige Orientierung erfolgt nach dem Gesagten ausschließlich auf Grund der Höhenparallaxen. Die Größe der Korrekturen, welche an den Auswertekammern angebracht werden müssen, um die Höhenparallaxen zum Verschwinden zu bringen, richtet sich nach der Größe der Parallaxen. Diese letztern müssen daher gemessen oder wenigstens geschätzt werden können, damit ein Vergleich möglich ist. Die Parallaxenmessung, namentlich die Genauigkeit derselben, ist äußerst wichtig, insbesondere wenn es sich um das Einpassen nach dem Verfahren des Folgebildanschlusses handelt.

Um die Parallaxen messen zu können, benötigen wir einen Maßstab. Als solcher dient die Meßmarke, welche bei den drei wichtigsten Autographensystemen als materieller Punkt ausgebildet ist. Als Maßstabeinheit verwendet man am zweckmäßigsten den Durchmesser der Punktmarke. Es ist nun interessant, daß, *bei Annahme der Punktmarke als Maßstabeinheit*, ein und dieselbe Parallaxe bei den verschiedenen Autographentypen ungleich groß gemessen wird, wenn es sich um Gelände mit großen Höhenunterschieden handelt.

Bei den *Autographen von Wild* und *Hugershoff* sind die Abstände zwischen Plattenebene und Kammerobjektiv und zwischen Kammerobjektiv und Bildebene der Betrachtungsoptik unveränderlich. Wenn man daher die Meßmarke in die Plattenebene abbildet, so erscheint sie vom plattenseitigen Hauptpunkt des Kammerobjektives aus gesehen immer unter demselben Winkel. Die Parallaxenmessung ist demnach im Wesen eine angulare. Praktisch allerdings werden auch bei diesen Autographen Strecken und keine Winkel verglichen und zwar kann

man sagen, daß mit kleinen Abweichungen von wenigen Prozenten gegen den Rand hin, die Parallaxen auf der Platte selbst gemessen und verglichen werden, oder, im Modellraum betrachtet, in einer Ebene senkrecht zur Aufnahmeachse.



Figur 1.

Anders verhält es sich beim *Planigraphen*. Bei diesem wird bekanntlich je nach den relativen Höhenunterschieden der Abstand von Kammerobjektiv und Markenebene ständig verändert, so daß im Planigraphen das Gelände stets in einem ganz bestimmten, der Basis entsprechenden Maßstabe erblickt wird, unabhängig davon, ob ein Geländepunkt näher oder weiter vom Aufnahmestandort entfernt ist. Mit andern Worten: die Bilder werden um so stärker vergrößert, je weiter der Aufnahmestandort von dem betreffenden Geländeteil entfernt ist und umgekehrt, während die Marke selbst in ihrer Größe unverändert bleibt. Wenn man daher den Durch-

messer der Marke kennt, so ist es möglich, mit Hilfe derselben am Stereomodell selbst beliebige Strecken in Metermaß zu messen. Daraus geht hervor, daß am Planigraphen die Parallaxen am Gelände selbst, bzw. am Modell desselben, gemessen werden.

So lange es sich um ebenes Gelände handelt, so besteht bei den genannten Autographentypen praktisch kein Unterschied hinsichtlich der Parallaxenmessung. Haben wir es dagegen mit gebirgigem Gelände zu tun, so werden unter Voraussetzung genau gleicher Verhältnisse und der Wahl des Markendurchmessers als Maßstab die Parallaxen verschieden groß gemessen. Für eine Geländepartie, welche dem Aufnahmestandort nahe, also in der Natur höher gelegen ist, erscheint beim Wildautographen oder Aerokartographen die Parallaxe größer als beim Planigraphen, umgekehrt bei weit entferntem Gelände kleiner. Bei Höhenunterschieden, wie wir sie bei uns in der Schweiz haben, kann der Unterschied bis zu 30% betragen.

Nach diesem Hinweis auf den Unterschied in der Parallaxenmessung bei den verschiedenen Autographentypen, möchte ich übergehen zur Behandlung des Einflusses der Geländeform auf die Einpassung von Luftaufnahmen, insbesondere von konvergenten Steilaufnahmen. Die gegenseitige Orientierung eines Stereopaars erfolgt

bekanntlich so, daß die Basiskomponenten by und bz , sowie Schwenkung, Kippung und Kantung einer oder beider Kammern so lange geändert werden, bis alle Höhenparallaxen aus dem Modell verschwunden sind. Die Reihenfolge in der Vornahme dieser Korrekturen ist verschieden, je nachdem es sich um Senkrecht-, Schräg- oder konvergente Aufnahmen handelt. Dabei gilt als Grundsatz, daß jede vorzunehmende Korrektur die Wirkungen der vorausgegangenen Korrekturen nicht oder möglichst wenig ändert. Diese Näherungsmethode führt bei ebenem oder wenig coupiertem Gelände ziemlich rasch zum Ziel. Bei den mannigfaltigen Geländeformen dagegen, mit denen wir es im Gebirge zu tun haben, ist es viel schwerer, die Wirkung einer Korrektur vorausszusehen, so daß, wenn es endlich gelungen ist, eine Parallaxe zu beseitigen, es vielfach vorkommt, daß an irgend einer andern Stelle der Platte eine neue aufgetaucht ist. In schwierigen Fällen ist es daher ratsam, sich die Wirkungen der verschiedenen Korrekturen zu notieren.

Bei den vielen Gebirgsplatten, die wir in den letzten sechs Jahren eingespannt haben, hat sich die Unsicherheit der *Kippungskorrektur* besonders häufig in unliebsamer Weise bemerkbar gemacht. Mit der Kippungskorrektur möchte ich mich daher etwas näher befassen.

Die Kippungskorrektur erfolgt bekanntlich bei reinen Senkrecht-aufnahmen in der Y — Z -Ebene, bei konvergenten Steilaufnahmen in einer Ebene, wenigstens beim Planigraphen, die durch die Aufnahmeachse und die Normale zur Flugrichtung durch den Aufnahmestandpunkt bestimmt wird. Man bringt zunächst angenähert in der Haupthorizontalen durch Aenderung von bz oder durch Kippung ω die dortige Parallaxe zum Verschwinden. Hierauf beobachtet man die vorhandenen Parallaxen in der Nähe des oberen bzw. unteren Plattenrandes. Um diese zum Verschwinden zu bringen, ist eine Kippungs-Ueber- oder -Unterkorrektur nötig, deren Größe einem Vielfachen derjenigen der betreffenden Parallaxe entspricht. Dies deshalb, weil die Wirkungen einer Kippung, gemessen als Strecken in der Mitte bzw. am Rande der Platte, ungleich groß sind.

Bezeichnet Y die Flughöhe, $d\omega$ die Kippung, welche nötig ist, um die Parallaxe p oben und unten zu beseitigen, so gilt die Beziehung

$$y d\omega = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \psi} \cdot p \quad 1)$$

wobei ψ dem Winkel zwischen der verlängerten Kammerachse und dem Strahl nach dem betreffenden Geländepunkt entspricht. Für einen

Punkt P_1 , welcher sich am Plattenrande befindet, beträgt $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \psi_1} = 7$,

für einen Punkt ungefähr in der Mitte zwischen Plattenhauptpunkt und Plattenrand = 28. Parallaxen, welche sich in den genannten Platten- (bzw. Gelände-)Gegenden vorfinden, müssen somit um das 7- bzw. 28fache ihrer Größe überkorrigiert werden. Mit andern Worten: Parallaxen, welche durch eine Kippungskorrektur $d\omega$ beseitigt werden müssen, sind möglichst am oberen oder unteren Plattenrande zu beobachten.

Dieser Satz und die genannten Zahlen haben jedoch nur Gültigkeit, wenn das Gelände annähernd eben und horizontal ist. Sind darin große Höhenunterschiede vorhanden, so können sich die genannten Zahlen erheblich vergrößern oder verkleinern oder die Ueberkorrektur kann zu einer Unterkorrektur werden. Unter Unterkorrektur ist eine solche Kippung zu verstehen, bei welcher die Parallaxe im Sinne derselben noch vergrößert werden muß.

Für den Photogrammeter ist es nun wichtig zu wissen, bei welchen Geländeformen über- und bei welchen unterkorrigiert werden muß und wo die Grenze zwischen beiden Alternativen sich befindet. Die Beantwortung der letzten Frage ist sehr einfach; sie lautet: *wenn die Geländepunkte auf dem „gefährlichen Kreis“ der Kippungskorrektur liegen.*

Die Figur 2 bedeutet einen Schnitt senkrecht zur Flugrichtung durch den Konvergenzpunkt K der beiden Aufnahmen bzw. bei Senkrechtaufnahmen durch die Aufnahmeachse der zu orientierenden Kammer. O_1 und O_2 seien die Projektionen der beiden Aufnahmestandpunkte auf diese Schnittebene. Es ist ferner der Einfachheit halber angenommen, die Flughöhen beider Aufnahmen seien gleich groß und die Basiskomponente bz sei nach erfolgter Orientierung gleich Null. Die Aufnahme in O_2 sei zu derjenigen in O_1 zu orientieren und zwar sei zunächst durch Nachstellen von bz die Parallaxe in K zu Null gemacht worden. Wäre die Kippungskorrektur $d\omega$ genau bekannt, so könnten durch eine entsprechende Kippung und nachheriges Nachstellen von bz um $dbz = a$ die sonst in der Ebene $E-E$ vorhandenen Parallaxen 1—1' und 2—2' zu Null gemacht werden. Ersteres ist jedoch nicht der Fall.

Wenn man oben die unter 1) angegebene Formel in der v. Gruber angegebenen Form anschreibt:

$$Y d\omega = \frac{Y^2}{Z^2} \cdot \text{Restfehler}, \quad 2)$$

wobei als Restfehler die Parallaxen 1—1' und 2—2' zu verstehen sind und sie entsprechend umformt, so ergibt sich:
nach den Bezeichnungen in Figur 2:

$$Y = OK = Y_1 \quad Z = 1 - K = Z_1$$

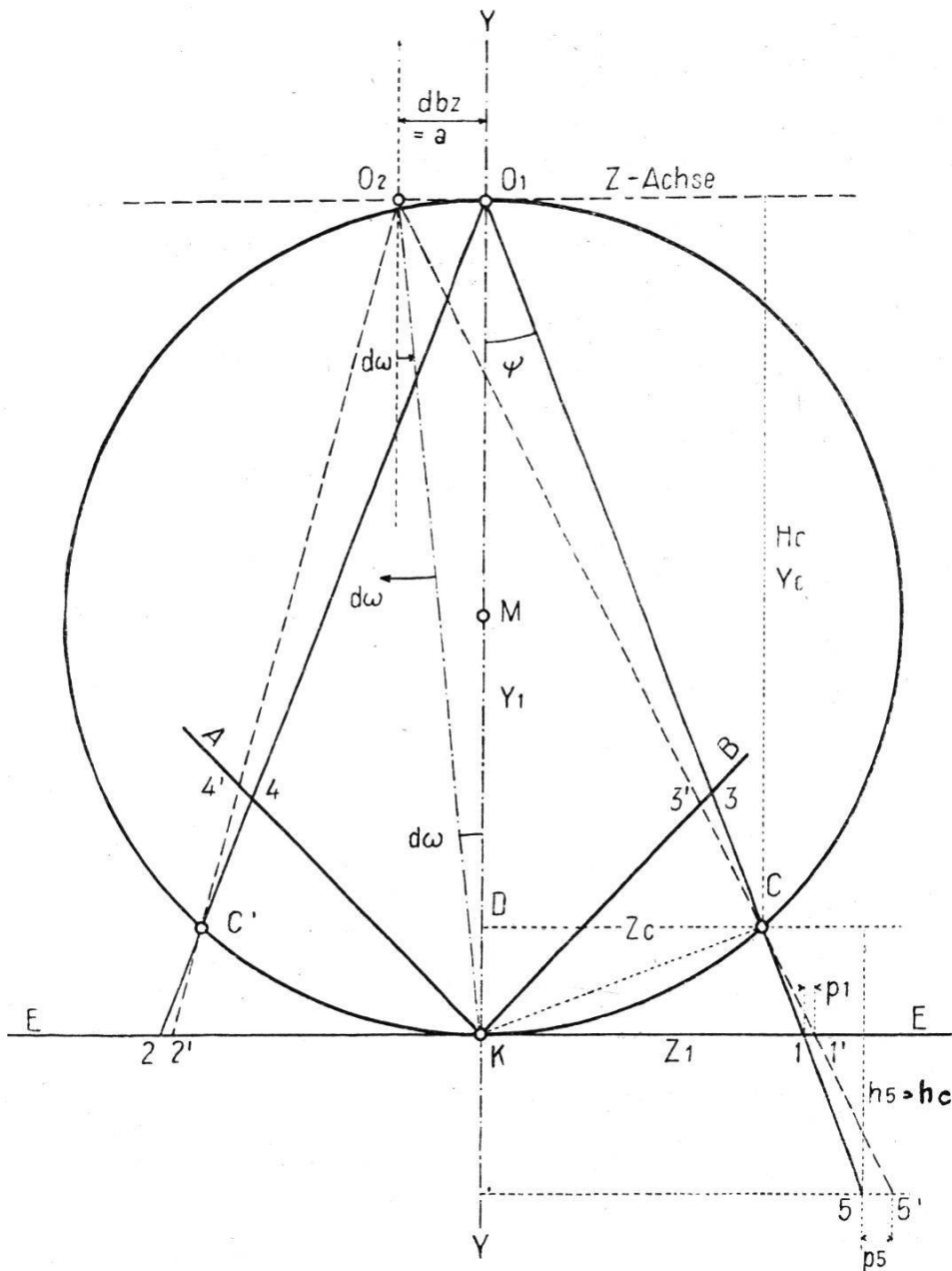
Restfehler = 1 — 1' = p_1 ,
so daß man schreiben kann:

$$Y_1 d\omega = \frac{Y_1^2}{Z_1^2} \cdot p_1 = a. \quad 3)$$

Wenden wir uns nun dem Schnittpunkt C der zusammengehörenden Strahlen $O_1 - 1$ und $O_2 - 1'$ zu und bezeichnen analog dem Punkt 1 die entsprechenden Koordinaten mit

$Y_c = O_1 C$ und $Z_c = DC$, so ergibt sich aus den Dreiecken $O_1 O_2 C$ und 1 — 1' — C :

$$Y_1 - Y_c = \frac{Y_c \cdot p_1}{a}$$



Figur 2.

Beide Seiten mit Y_1 multipliziert und für a den in Gleichung 3) gefundenen Wert eingesetzt, gibt

$$(Y_1 - Y_c) Y_1 = \frac{Y_c}{Y_1} Z_1^2 \quad 4)$$

Aus den Dreiecken $O_1 DC$ und $O_1 K 1$ erhält man ferner:

$$Z_1 = \frac{Z_c Y_1}{Y_c}$$

In 4) eingesetzt gibt: $(Y_1 - Y_c) Y_1 = \frac{Y_1}{Y_c} Z_c^2$ 5)

Der Wert $\frac{Y_1}{Y_c}$ nähert sich um so mehr der Zahl 1, je kleiner die Strahlenneigung ψ ist. Für die äußersten Randstrahlen beträgt die Abweichung etwa 14%. Da wir es sowie mit Näherungen zu tun haben, so sei $\frac{Y_1}{Y_c} = 1$ gesetzt und man erhält:

$$(Y_1 - Y_c) Y_1 \approx Z_c^2. \quad 6)$$

Z_c ist demnach genähert nichts anderes als die mittlere Proportionale zwischen den Abschnitten DK und $O_1 D$, d. h. das Dreieck $O_1 KC$ ist ein rechtwinkliges und der Punkt C liegt auf einem Kreis mit der Strecke $O_1 K$ als Durchmesser. Alle von den Aufnahmeorten O_1 und O_2 ausgehenden zusammengehörigen Strahlen schneiden sich daher in Punkten, welche genähert auf dem genannten Kreise liegen. Für alle auf dem Kreise liegenden Geländepunkte ist die Parallaxe $p = \text{Null}$. Wir können somit folgende Sätze aufstellen:

1. *Liegen konvergente Steil- oder Senkrechtaufnahmen vor über ein Gelände, dessen Schnitt mit einer senkrecht zur Flugrichtung durch den Konvergenzpunkt, bzw. die Aufnahmeachse der zu orientierenden Kammer gelegten Ebene genähert eine Kreislinie bildet, so werden für alle auf dieser Linie gelegenen Geländepunkte die Höhenparallaxen Null oder unscheinbar klein und eine allfällige Kippungskorrektur ist daher unbestimmbar.*

2. *Für alle Geländepunkte, welche außerhalb der erwähnten Kreislinie liegen, ist eine eventuell vorhandene Höhenparallaxe durch Ueberkorrektur und für Geländepunkte, welche innerhalb des Kreises liegen, durch Unterkorrektur zu beseitigen.*

Das im zweiten Satz Gesagte geht aus der Figur 2 ohne weiteres hervor. Der richtige Drehsinn für $d\omega$ ist mit einem Pfeil bezeichnet. Für Punkte in der Linie $E - E$ muß überkorrigiert, d. h. Punkt $1'$ in der Richtung gegen 1 zu verschoben werden. Bei einem tief eingeschnittenen Tal, bei dem der Flug genau über die Talrinne erfolgte und dessen Profillinie in der Figur 2 mit $A - K - B$ bezeichnet sei, muß, entsprechend dem Drehsinn von $d\omega$ unterkorrigiert, d. h. Punkt $3'$ noch weiter von Punkt 3 entfernt werden.

Es ist bereits vorher bei der Kritik der unter 1) genannten Formel

$Y d\omega = \frac{1}{\text{tg}^2 \psi} \cdot p$ gesagt worden, daß die Ueberkorrektur um so kleiner sein muß, je größer der Winkel ψ ist, d. h. je weiter der Geländepunkt von der Haupthorizontalen entfernt ist, mit andern Worten, die Größe der Parallaxe nimmt mit dem Quadrat von $\text{tg} \psi$ zu. Die Größe der Parallaxe ist jedoch nach Figur 2 auch abhängig vom Abstand des Geländepunktes vom gefährlichen Kreis. Die lineare Größe der Kippungskorrektur ist nach Figur 2: $a = Y_1 d\omega$.

Sie ist abhängig von Y_1 , d. h. von der Flughöhe. Die relative Größe der Korrektur, d. h. das Vielfache, mit welchem die in Erscheinung tretende Höhenparallaxe unter- bzw. überkorrigiert werden muß, sei mit k bezeichnet, dann ist z. B. für Punkt 5:

$$k_5 = \frac{a}{p_5} \text{ und aus den Dreiecken } O_1 O_2 C \text{ und } 5_1 5' C$$

$$\frac{a}{p_5} = \frac{H_c}{h_5} = k_5 \text{ oder allgemein}$$

$$k = \frac{H_c}{h_c} \dots \dots \dots 7)$$

Aus dieser Formel ergibt sich der weitere Satz:

3. Die Geländeform bedingt nicht nur den Sinn der Kippungskorrektur (Unter- bzw. Ueberkorrektur), sondern auch die relative Größe k derselben und zwar ist k gleich dem Quotienten der Höhenunterschiede zwischen dem Schnittpunkt C des Strahles mit dem gefährlichen Kreis und dem Aufnahmestandort einerseits und zwischen dem Schnittpunkt C und dem Gelände anderseits.

(Schluß folgt.)

Der Doppelbild-Tachymeter Kern auf Feldarbeiten in der U. S. S. R.

Von Ing. K. N. Smirnoff, Leiter der Instrumentalabteilung des Staatl. Forschungsinstitutes für Geodäsie und Kartographie in Moskau.

(Schluß.)

6. *Teilungsfehler der Latte:* Da ein Teilungsfehler der Latte einen hundertfach größeren Fehler in der Distanzablesung verursacht, so müssen die Lattenteilungen genau aufgetragen sein. Die Untersuchung der Teilung der Latte wurde auf dem Komparator ausgeführt. Die Ergebnisse waren folgende:

Mittlerer Fehler der Strichdicke ± 0.039 mm

Mittlerer Fehler der Mittellinie ± 0.033 mm

Folglich muß der mittlere Fehler der Distanz

$$100 \times 0.033 \sqrt{2} = \pm 4.2 \text{ mm}$$

betragen.

7. *Die Ermittlung der Genauigkeit der Ablesung* nach der Latte ist in nachfolgender Tabelle angeführt.

Länge in Metern	25	50	75	100	125	130	135	140	Bemerkung
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	
Fehler	± 0.5	0.7	0.6	0.9	1.2	1.7	1.9	1.5	

Diese Fehler wurden aus 25 Ablesungen für jede Strecke erhalten.

8. *Der Fehler infolge nicht horizontaler Lage der Querlatte* ist praktisch unbedeutend, jedoch verursacht er Unbequemlichkeit der Arbeit.

9. *Der Fehler infolge Durchbiegung der Querlatte* wurde nach folgender Formel berechnet:

$$\Delta = 100 (S - S_0) - l_1 \text{ Biegung nach hinten}$$

$$\Delta = 100 (S - S_0) + l_2 \text{ Biegung nach vorn.}$$

Hier ist der Fehler mit Δ bezeichnet, die Sehnenlänge mit S und S_0 und die Pfeilhöhen mit l_1 und l_2 .

10. *Der Fehler infolge nicht perpendikularer Stellung der Querlatte zur optischen Axe* wurde nach der Formel

$$\Delta E = 2 E \sin^2 \frac{\alpha}{2} \text{ (annähernd),}$$