

# Le calcul de l'orientation intérieure en photogrammétrie

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **31 (1933)**

Heft 7

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-194021>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Les divisions des échelles de distance sont très bonnes et la conduite du microscope par le rail à ornière est parfaitement rectiligne.

A la suite des différents essais que j'ai fait avec le coordinatographe polaire Haag-Streit, j'ai pu me convaincre que cet instrument est construit de façon robuste, stable et très soignée. La manipulation en est facile, pratique et rapide. L'alidade étant mobile et le vernier fixe, les lectures se font toujours dans la même position, ce qui facilite beaucoup le travail. La surface libre de la feuille de dessin est maintenue au maximum sans porter atteinte à la solidité de construction. L'instrument permet de travailler avec une grosse précision que j'estime de 0,02 à 0,04 mm et qui n'est en tout cas pas inférieure au  $\frac{1}{20}$  de millimètre. »

#### *Zusammenfassung.*

In jedem modernen Geometerbureau müssen häufig Quadratnetze, rechtwinklige und polare Koordinaten mit großer Genauigkeit aufgetragen werden.

Hierzu eignen sich die drei im Vorstehenden beschriebenen Auftragsgeräte gut, weil sie in ihren Dimensionen den vorkommenden Arbeiten, insbesondere der Grundbuchvermessung, angepaßt sind. Sie ergänzen sich gegenseitig in ihren Funktionen harmonisch, garantieren eine in allen Fällen praktisch genügende Auftraggenauigkeit und machen von ortsfesten Groß-Koordinatographen unabhängig.

Bern, im Mai 1933.

## **Le calcul de l'orientation intérieure en photogrammétrie.**

Par A. Ansermet.

Le calcul de l'orientation intérieure d'une chambre photogrammétrique est un problème très complexe qui a fait l'objet de nombreuses études; il peut être considéré à peu près comme épuisé. Citons à ce sujet notamment les recherches de M. le Prof. Bäschlin (Revue technique suisse des mensurations, 1929, p. 31—36) et de M. le Dr v. Gruber (Internat. Archiv für Photogrammetrie, 1919—23, p. 82, 89).

Le but de cette note succincte est de préconiser une marche des calculs un peu différente de celle adoptée précédemment.

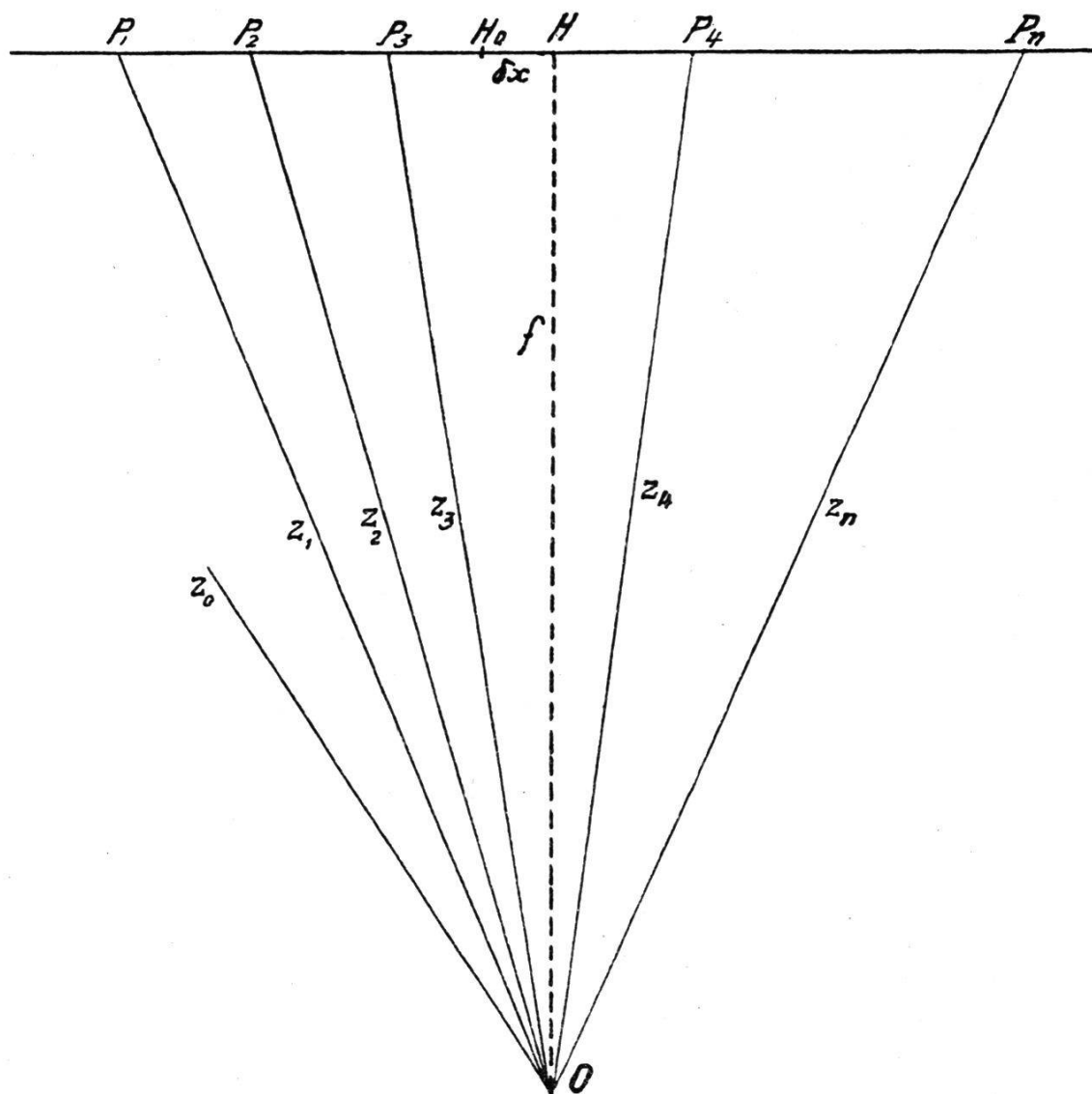
Rappelons tout d'abord qu'il s'agit de déterminer la distance principale de la chambre photographique et le point principal du cliché; une solution complète du problème comporte en outre le calcul de la distorsion de l'objectif, du rétrécissement de la pellicule et des autres éléments susceptibles d'influencer la reconstitution de la gerbe de rayons dans l'espace-image. Cette gerbe, ayant son sommet au point principal d'émergence, devrait être identique à la gerbe de rayons incidents dans l'espace-objet.

Il y a deux moyens d'investigation suivant qu'on dispose ou non d'un photogoniomètre pour déterminer l'orientation des rayons dans

l'espace-image. L'emploi du photogoniomètre est une méthode directe comportant des mesures angulaires sur les repères de cadre ou sur les traits d'une glace quadrillée (Gitterplatte) et éventuellement des mesures linéaires.

La méthode indirecte ou photographique est plus intéressante et générale; elle nécessite des mesures angulaires dans l'espace-objet au moyen d'un théodolite ordinaire et des mesures linéaires sur le cliché. La détermination des poids respectifs des deux catégories de mesures est comme toujours un point délicat.

Considérons une chambre à axe horizontal, le dévers étant éliminé; désignons par  $f$  la distance principale et  $O$  le point principal d'émergence. La perpendiculaire  $OH$  abaissée sur le cliché détermine le point principal  $H$  de l'image. Ce point  $H$  est connu provisoirement grâce aux marques de cadre, tandis que  $f$  est donné approximativement par le constructeur. Soient  $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$  les images de points ou objets bien distincts situés dans le voisinage de l'horizon (clochers, signaux, flèches, etc.). Au moyen d'un comparateur on mesure les abscisses  $x_1 x_2 x_3 \dots x_n$  de ces points à partir de l'origine provisoire  $H_0$ ; on peut opérer aussi dans un appareil de restitution par voie monoculaire.



Admettons qu'on ait effectué des observations en série à l'aide d'un théodolite à un axe et désignons par  $Z_1 Z_2 Z_3 \dots Z_n$  les résultats de ces mesures rapportées à une direction origine  $Z_0$  ( $Z_0 = 0$  p. ex.). Si l'on fait abstraction de la distorsion, on enregistre également, dans l'espace-image, ces mêmes directions. Il y a donc  $(n-3)$  mesures sur-abondantes; une compensation est de rigueur. Les éléments du problème seront donc:

*Données:*

Mesures linéaires non-compensées	Mesures linéaires compensées
$x_1$	$x_1 + v_1$
$x_2$	$x_2 + v_2$
$x_3$	$x_3 + v_3$
.	.
.	.
.	.
$x_n$	$x_n + v_n$
Mesures angulaires non-compensées	Mesures angulaires compensées
$Z_1$	$Z_1 + \epsilon_1$
$Z_2$	$Z_2 + \epsilon_2$
$Z_3$	$Z_3 + \epsilon_3$
.	.
.	.
.	.
$Z_n$	$Z_n + \epsilon_n$

*Inconnues:*

- 1° Distance principale:  $f_0 + \partial f = f$  où  $f_0$  est une valeur provisoire.
- 2° Abscisse du point principal  $H_0H = \partial x$ .
- 3° Orientation de la direction origine:  $Z_0 + \partial Z$  où  $\partial Z$  est la rotation à faire subir à la série des  $n$  directions.

Il y a donc en résumé 3 inconnues:  $\partial f$ ,  $\partial x$  et  $\partial Z$  qui seront déduites de 3 équations normales.

Soient  $p$  et  $g$  les poids respectifs des mesures linéaires et angulaires; nous aurons:  $(pvv) + (g\epsilon\epsilon) = \text{minimum}$ .

Ou pour simplifier

$$(pvv) = \text{minimum},$$

si l'on admet provisoirement comme exacts les angles enregistrés au théodolite.

La méthode dite des « observations médiates » comporte l'établissement de  $n$  équations aux erreurs et l'élimination d'une des inconnues  $\partial x$  ou mieux  $\partial Z$  qui ne présente en fait pas d'intérêt.

Nous voudrions préconiser la compensation *directe* des mesures linéaires ce qui est très facile dans le cas particulier; les trois corrections  $\partial f$ ,  $\partial x$  et  $\partial Z$  n'interviennent pas.

Les équations de condition peuvent revêtir diverses formes; considérons p. ex. le double-rapport ou rapport anharmonique

$$(P_1 P_2 P_3 P_n) = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_n - x_1}{x_n - x_2} = \frac{(x_3 - x_1)(x_n - x_2)}{(x_3 - x_2)(x_n - x_1)}$$

l'indice  $n$  prenant successivement les valeurs 4, 5, 6 . . . .  $n$ .  $P_1$  et  $P_2$  jouent donc le rôle de points *fondamentaux* et  $P_3$  celui de point « unité » (B. Fischer, Koordinatensysteme, p. 41). Nous aurons donc  $(n-3)$  équations de condition et l'avantage de la méthode réside dans le fait que le rapport anharmonique n'est *pas altéré par une déformation uniforme éventuelle de la pellicule*; le rétrécissement de la couche sensible, sauf s'il est irrégulier, n'intervient donc pas ce qui est précieux.

Nous devons avoir

$$(P_1 P_2 P_3 P_n) = \frac{\sin (Z_3 - Z_1)}{\sin (Z_3 - Z_2)} \cdot \frac{\sin (Z_n - Z_1)}{\sin (Z_n - Z_2)} = \gamma_n$$

mais où les abscisses des 4 points sont  $(x_1 + v_1)$ ,  $(x_2 + v_2)$ ,  $(x_3 + v_3)$ ,  $(x_n + v_n)$ ; on aura donc

$(x_3 - x_1 + v_3 - v_1) (x_n - x_2 + v_n - v_2) = \gamma_n (x_3 - x_2 + v_3 - v_2) (x_n - x_1 + v_n - v_1)$  ou logarithmiquement en désignant par  $D$  la différence tabulaire:

$$\log (x_3 - x_1) + (v_3 - v_1) D \log (x_3 - x_1) + \log (x_n - x_2) + (v_n - v_2) D \log (x_n - x_2) = \log \gamma_n + \log (x_3 - x_2) + (v_3 - v_2) D \log (x_3 - x_2) + \log (x_n - x_1) + (v_n - v_1) D \log (x_n - x_1).$$

Telle est l'équation de condition générale dans laquelle on fera successivement  $n = 4, 5, 6 \dots n$ .

Tirons la valeur de  $v_n$ :

$$v_n = a_n v_1 + b_n v_2 + c_n v_3 + l_n$$

où le coefficient  $a_n$  p. ex. a la forme:

$$a_n = \frac{D \log (x_3 - x_1) - D \log (x_n - x_1)}{D \log (x_n - x_2) - D \log (x_n - x_1)}$$

Ce qui caractérise cette méthode, c'est le fait que les  $(n-3)$  inconnues  $v_4, v_5, v_6 \dots v_n$  peuvent s'exprimer immédiatement en fonction de  $v_1, v_2$  et  $v_3$ . Il n'y a donc que 3 équations normales; l'élimination par les coefficients indéterminés est superflue.

Les 3 équations normales sont:

$$(1) \quad \frac{\partial [vv]}{\partial v_1} = 0 \quad (2) \quad \frac{\partial [vv]}{\partial v_2} = 0 \quad (3) \quad \frac{\partial [vv]}{\partial v_3} = 0$$

Une fois les valeurs de  $v$  calculées, on peut déterminer la distance principale  $f$  et le point principal  $H$  par  $\partial x$ ; c'est un simple problème de relèvement et on s'appuyera sur 3 points judicieusement choisis. Il est loisible également de tenir compte des erreurs angulaires  $\epsilon_1 \epsilon_2 \dots \epsilon_n$ ; les  $(n-3)$  équations de condition subsistent, mais il y a un nombre double d'inconnues.

Un exemple numérique permettrait de constater que le travail de calcul n'est en tous cas pas supérieur par la méthode préconisée ci-dessus; il est même inférieur si les éléments provisoires doivent être calculés au préalable, et c'est une facilité de ne pas avoir à se préoccuper de la correction d'orientation  $\partial Z$ .

*Erreur moyenne:* Soit  $m$  cette erreur pour les mesures linéaires; on a:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-3}}$$

La loi de propagation des erreurs permet de calculer les erreurs moyennes  $m_j$  et  $m_x$  relatives à  $f$  et  $\partial x$ .

Il ne reste plus qu'à déterminer la position exacte du point principal  $H$  dans le sens vertical; on utilisera à cet effet les angles verticaux  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots \alpha_n$  enregistrés au théodolite; soient  $y_1 y_2 y_3 \dots y_n$  les ordonnées des points  $P_1 P_2 P_3 \dots P_n$ .

On devrait avoir:

$$\begin{aligned} y_1 &= f \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 : \cos (Z_h - Z_1) \\ y_2 &= f \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 : \cos (Z_h - Z_2) \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= f \cdot \operatorname{tg} \alpha_n : \cos (Z_h - Z_n) \end{aligned}$$

Comme  $(n-1)$  mesures sont surabondantes, un calcul de compensation est nécessaire; on tiendra compte éventuellement de la réfraction.

On peut également faire subir à tout le cliché un déversement de  $90^\circ$ ; la compensation des  $y$  s'effectuera comme précédemment celle des  $x$ .

D'autres méthodes de calcul peuvent se concevoir; mais nous voulons rester dans le cadre que nous nous sommes tracé: mettre en évidence un mode de compensation élégant, bien explicite, entraînant des développements particulièrement simples et d'une compréhension facile.

### Au milieu du Lac.

Je me vante d'avoir découvert, il y a d'ailleurs longtemps déjà et je vous en raconterai l'histoire, une loi géométrique; exactement comme Archimède! Cette loi peut avoir son importance, non seulement, lorsqu'il s'agira de déterminer le milieu de l'Atlantique après avoir fait la triangulation intercontinentale (voir notre Revue de mars 1933, page 49) ou de connaître le milieu du Victoria-Njansa (qui a sauf erreur passé la grandeur de la Suisse), lorsque la mensuration équatoriale (voir notre Revue de sept. 1932, page 201) sera terminée, mais une importance qui touchera peut-être de plus près le simple cœur géométrique de l'un ou l'autre de mes collègues que ces deux grands problèmes qui sont du ressort des plus hautes sciences. (C'est d'ailleurs probablement pour ça que nous n'y comprenons rien.)

Et voilà l'histoire en question:

Il y a tantôt 20 ans, mon chef me chargeait de déterminer sur une carte au 1 : 100 000<sup>e</sup> le milieu du Lac Léman. Ceci parce que le milieu de ce lac forme, d'après les saints protocoles de délimitation Franco-Suisse, notre ligne frontière; ceci aussi, ajoutait bienveillamment mon chef, « parce que vous avez eu la veine de naître au bord du Lac de Genève ». — Quelle tâche pour un géomètre en herbe! Bref, je m'y suis mis et ceci avec tout l'entrain voulu. Toutes les lignes géométriques dont j'avais déjà entendu parler, sans d'ailleurs toujours comprendre, y passèrent; y passèrent aussi tous les systèmes composés de droites