Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 34 (1936)

Heft: 10

Artikel: Koordinaten-Transformation

Autor: Bachmann, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-195978

Wenn auch diese Rechnung nicht ganz streng ist, indem die x und y nicht unabhängig beobachtete Größen sind, so wollen wir sie der Einfachheit halber doch anwenden.

Mit unserer Flächenformel (1) ausgerechnet, gibt Formel (3) folgendes Resultat.

$$MF = \pm \frac{m}{2} \sqrt{\sum_{1}^{n} (y_n - y_{n+2})^2 + (x_n - x_{n+2})^2} \tag{4}$$

$$m = my = mx$$

Man erkennt, daß MF eine Invariante der Koordinaten ist, da

$$(y_n - y_{n+2})^2 + (x_n - x_{n+2})^2 = s^2_{n,\, n+2}$$

wo $s_{n,\, n+2}$ die Entfernung der Punkte n und $n + 2$ ist; diese Entfernung ist aber unabhängig von dem gewählten Koordinatensystem.

Berechnen wir in unserem konkreten Falle, wo $m = 1{,}25$ cm ist, einige mittlere Flächenfehler.

Fall 1.	Bauplatztypus 20 m auf 30 m	$F = 600$ m²	$mF = \pm 0{,}45$ m²
Fall 2.	Flurwegtypus 3 m Breite auf 200 m Länge, alle 50 m ein Steinpaar	$F = 600$ m²	$mF = \pm 1{,}65$ m²
Fall 3.	Größere Parzelle 100 m auf 100 m, alle 50 m ein Stein	$F = 10000$ m²	$mF = \pm 1{,}5$ m²
Fall 4.	Straßentypus 10 m Breite auf 1000 m Länge, alle 50 m ein Steinpaar	$F = 10000$ m²	$mF = \pm 2{,}7$ m²

Diese wenigen Beispiele geben uns schon ein klares Bild über die Größenordnung unserer Flächenfehler; dabei bestätigt sich die Regel, daß schmale lange Parzellen bedeutend größere Flächenfehler aufweisen als quadratische Flächen. Wollte man noch (was ja bei Grundbuchflächenberechnungen nicht der Fall ist), wie Herr S. Bertschmann, Stadtgeometer, in seiner Studie in der „S. Z. f. V. u. KT.“ vom Januar 1935 dargelegt hat, die Höhe über Meer und die Projektionsverzerrung berücksichtigen, so würde z. B. Fall 3 bei einer Höhe über Meer von 450 m und x_m von 52 km folgendermaßen heißen:

$$\underline{F = 10000 \text{ m}^2 \pm 1{,}5 \text{ m}^2 + 0{,}75 \text{ m}^2}$$

Koordinaten-Transformation.

Von *E. Bachmann*, Dipl.-Ing.

Die alte Stadtvermessung von Basel wurde auf ein eigenes Koordinatensystem bezogen, das seinen Koordinatenursprung im ungefähren Schwerpunkt der Stadt, dem Münsterturm, hatte (Martinsturm). Die

Abbildungsfläche war eine Ebene, deren Netzorientierung auf die Himmelsrichtung Nord-Süd abgestimmt war. Heute werden alle Vermessungen im Kantonsgebiet auf die neue winkeltreue, schiefachsige Zylinderprojektion mit Nullpunkt in Bern angepaßt.

Anläßlich der Neuvermessung der Landesgrenze im äußersten Landeszipfel (im Volksmund Hammer genannt, Schmuggelparadies) wurde die Frage aufgeworfen, ob dieser Zipfel, der erst nachträglich an die alte Basler Triangulation angehängt worden ist, eine Verschwenkung gegenüber dem neuen Netz aufweise und wie die Koordinaten der Landesgrenzsteine im allgemeinen miteinander übereinstimmten. Es stellte sich somit die Aufgabe, aus den neuen Zylinderkoordinaten mit Nullpunkt in Bern für die verschiedenen Hoheitssteine die entsprechenden Koordinaten im alten Basler System zu finden. Obgleich die nachfolgende Koordinatentransformation eigentlich nur lokale Bedeutung hat, so dürfte die prinzipielle Lösung dieser Aufgabe doch einen weiteren Kreis von Kollegen interessieren.

Gegeben sind die Zylinderkoordinaten der Landesgrenzsteine No. 50 und 64, diejenigen des Basler Münsters und dessen Meridiankonvergenz. Die Transformation geschieht nach folgenden Ueberlegungen:

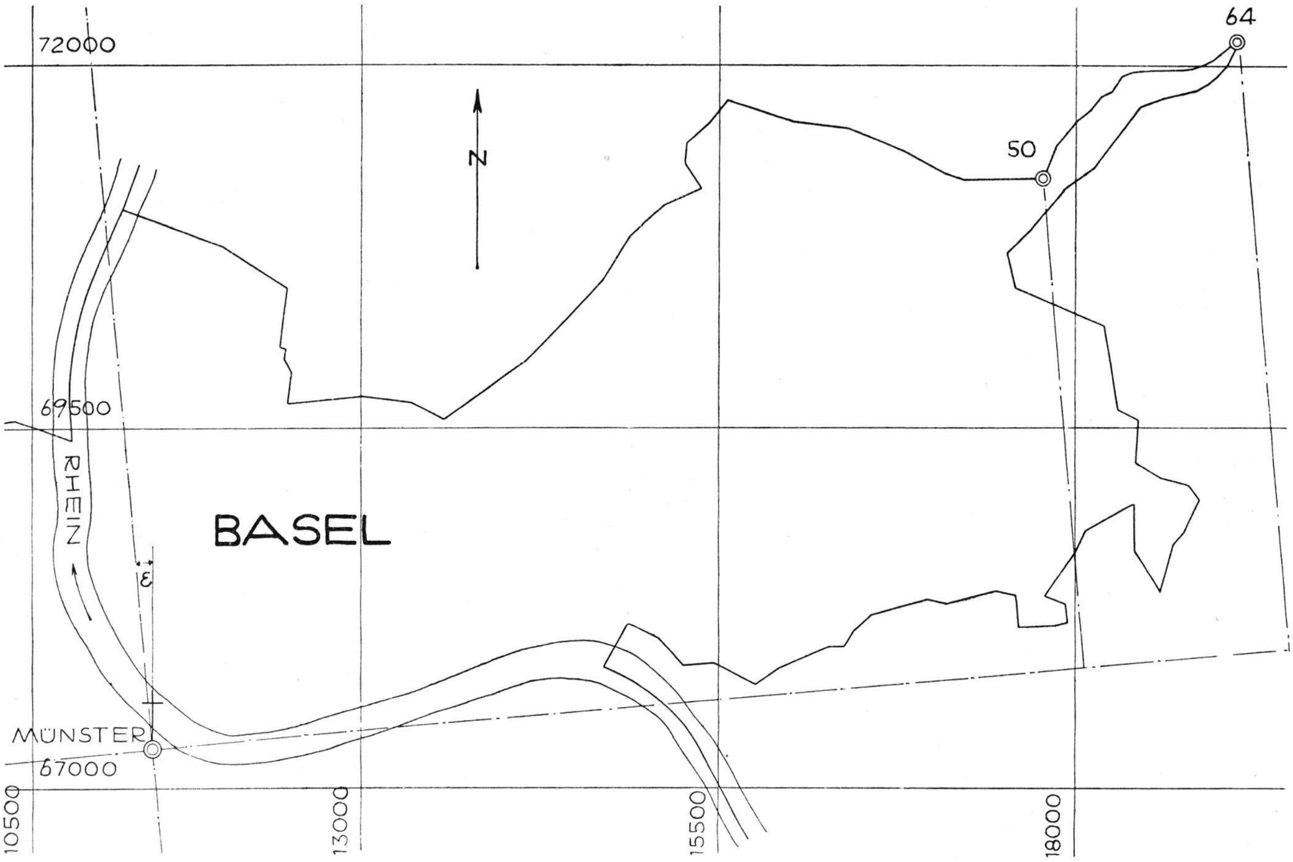
Man denke sich einen Teilausschnitt aus der schiefachsigen Zylinderprojektion um das Basler Münster, ähnlich dem früheren lokalen Koordinatensystem. Dabei weisen die Koordinatendifferenzen zwischen den entsprechenden Punkten und dem Basler Münster zufolge der Projektionsabbildung bestimmte Verzerrungen auf. Es müssen somit zuerst diese Längenverzerrungen für die beiden Koordinatenrichtungen ermittelt werden. Man erhält auf diese Art die wahren Koordinatenlängen zwischen den Punkten und dem Basler Münster. Durch Drehung dieser abgeleiteten Koordinatendifferenzen um die Meridiankonvergenz im Münsterturm erhält man die neuen Koordinaten im alten Basler System. Die Aufgabe kann somit in 3 Etappen gelöst werden.

Für die nachfolgende Berechnung werden folgende Bezeichnungen benützt:

Koordinaten im Zylindersystem	Y	und	X
Koordinatendifferenz im Zylindersystem auf den Münsterturm bezogen	ΔY	»	ΔX
Koordinatendifferenz entzerrt	y_0	»	x_0
Koordinatendifferenz im alten Basler System	y	»	x

Gegeben:

		Y	X
⊡	50	17792,61	71281,33
⊡	64	19190,04	72262,84
♁	Münster	11548,93	67288,60
ϵ	Meridiankonvergenz 12′ 62″		


72000
64
50
N
69500
RHEIN
BASEL
ε
MÜNSTER
67000
10500
13000
15500
18000

1. Koordinatendifferenzen:

⧈	50	17792,61	71281,33
♁	Münster	11548,93	67288,60
		$\varDelta Y$ 6243,68	$\varDelta X$ 3992,73
⧈	64	19190,04	72262,84
♁	Münster	11548,93	67288,60
		$\varDelta Y$ 7641,11	$\varDelta X$ 4974,24

2. Verzerrungsverhältnis nach Y und X.

Formeln nach Jordan III S. 306.

Verzerrungsverhältnis $$\frac{X_0}{\varDelta X} = 1 - \frac{1}{6\,r^2}\,(X_1^2 + X_1 \cdot X_2 + X_2^2)$$

$$\frac{Y_0}{\varDelta Y} = 1 - \frac{X_2^2}{2\,r^2}$$

⧈ 50 — ♁ Münster

$X_1 = 67{,}29$ $\qquad 6\,r^2 = 244135800$

$X_2 = 71{,}28$ $\qquad 2\,r^2 = 81378600$

Entzerrungskoeffizient nach Y = 0,999941049

» » X = 0,999937674

und ausgerechnet

0,999941049 · 6243,68 $\quad Y_0 = \underline{6243{,}31}$

0,999937674 · 3992,73 $\quad X_0 = \underline{3992{,}48}$

⧈ 64 — ♁ Münster

Entzerrungskoeffizient nach Y = 0,999940149

» » X = 0,999935834

und ausgerechnet:

0,999940149 · 7641,11 $\quad y_0 = \underline{7640{,}65}$

0,999935834 · 4974,24 $\quad x_0 = \underline{4973{,}92}$

Probe: Entzerrung der Differenzkoordinaten:

⧈	64	19190,04	72262,84
⧈	50	17792,61	71281,33
		1397,43	981,51

Verzerrung nach Y 0,99993670

» » X 0,99993584

Ausgerechnet:

0,99993670 · 1397,43 $\quad y_0 = \underline{1397{,}34}$

0,99993584 · 981,51 $\quad x_0 = \underline{981{,}44}$

Aus direkter Berechnung:

⧈	64	4973,92	7640,65
⧈	50	3992,48	6243,31
		981,44	1397,34

Die Koordinatendifferenzen stimmen somit überein.

3. Drehung des Koordinatensystems.

$$\begin{array}{lrcl} \text{Drehformel} & y & = & x_0 \cdot \sin \epsilon + y_0 \cos \epsilon \\ & x & = & x \cdot \cos \epsilon - y_0 \sin \epsilon \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \epsilon & = & 12' \; 62'' \text{ für Basler Münster} \\ \cos \epsilon & = & 0{,}9999980 \\ \sin \epsilon & = & 0{,}0019823 \end{array}$$

Dies ergibt für die Landesgrenzsteine 50 und 64 folgende Rechnung:

$$\begin{array}{llrcrcr} ⊡\;50 & x_0 \cdot \sin \epsilon & = & 3992{,}48 \cdot 0{,}0019823 & = & 7{,}91 \\ & y_0 \cdot \cos \epsilon & = & 6243{,}31 \cdot 0{,}9999980 & = & \underline{6243{,}31} \\ & & & y & = & \underline{6251{,}22} \\ & x_0 \,.\, \cos \epsilon & = & 3992{,}48 \cdot 0{,}9999980 & = & 3992{,}47 \\ & -\, y_0 \cdot \sin \epsilon & = & 6243{,}31 \cdot 0{,}0019823 & = & \underline{-12{,}37} \\ & & & x & = & \underline{3980{,}10} \\ ⊡\;64 & x_0 \cdot \sin \epsilon & = & 4973{,}92 \cdot 0{,}0019823 & = & 9{,}86 \\ & y_0 \cdot \cos \epsilon & = & 7640{,}65 \cdot 0{,}9999980 & = & \underline{7640{,}63} \\ & & & y & = & \underline{7650{,}49} \\ & x_0 \cdot \cos \epsilon & = & 4993{,}92 \cdot 0{,}9999980 & = & 4973{,}91 \\ & -\, y_0 \cdot \sin \epsilon & = & 7640{,}65 \cdot 0{,}0019823 & = & \underline{-15{,}15} \\ & & & x & = & \underline{4958{,}76} \end{array}$$

Koordinatengegenüberstellung:

umgerechnete Koord.	⊡	50	6251,22	3980,10
alte Basler Koord.	⊡	50	6250,80	3981,09
			Δ + 0,42	Δ — 0,99
neu	⊡	64	7650,49	4958,76
alt	⊡	64	7650,30	4960,32
			Δ + 0,19	Δ — 1,56

Die Gegenüberstellung der neuen und alten Koordinaten im Basler System zeigt eine Differenz, die vom Landesgrenzstein 50 bis 64 in der X-Richtung abnimmt, während die Differenz in der Richtung der Y-Achse um 57 cm zunimmt. Diese Abweichung läßt auf eine eventuelle Verschwenkung schließen. Allein die verhältnismäßig großen Koordinatendifferenzen, die am Landesgrenzstein 50 bereits linear 1,07 m und am Landesgrenzstein 64 sogar 1,57 m betragen, lassen eher auf eine Drehung des alten Systems schließen mit gleichzeitiger Linearverzerrung. Es wird dies nur an Hand zahlreicher Vergleiche und deren Auswertung abgeklärt werden können. Die prinzipielle Lösung der gestellten Aufgabe, die Koordinatentransformation ist aber damit gelöst.

Solche Transformationen in kleineren Systemen sind sehr leicht auszuführen und man erkennt aus vorstehender Rechnung, daß mit verhältnismäßig kleiner Rechenarbeit und Zeitaufwand gearbeitet werden kann.