

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik =
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 37 (1939)

Heft: 1

Artikel: Kann man für Daniel Huber, Prof. Math. (D.H.P.M.) Ansprüche als
Erfinder der "Methode der kleinsten Quadrate" geltend machen?

Autor: Spiess, Walter

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-197910>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 13.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Kann man für Daniel Huber, Prof. Math. (D. H. P. M.) Ansprüche als Erfinder der „Methode der kleinsten Quadrate“ geltend machen?

Von *Walter Spieß*, dipl. Ing.

In Fachkreisen der schweizerischen Vermessungsfachleute findet man hie und da die Ansicht vertreten, auch ein Schweizer könne Ansprüche geltend machen, die Ideen der Methode der kleinsten Quadrate „erfunden“ zu haben (z. B. „Schweiz. Zeitschrift für Vermessungswesen“, November 1934, p. 247). Dieser teilweisen Entdeckung wird der Basler Mathematikprofessor Daniel Huber (D. H. P. M.) teilhaftig, der von 1768 bis 1829 gelebt hat.

Daniel Huber hat u. a. in den Jahren 1813 bis 1824 das Gebiet des Kantons Basel trianguliert und sich deshalb etwas intensiver mit den Problemen der Meßkunst abgeben müssen, als dies für einen gewöhnlichen Landmesser nötig gewesen wäre. Für seine Überlegungen und Erkenntnisse kamen ihm dabei die Gesetze und Berechnungen zugute, die er für die Auswertung von astronomischen Messungen benötigte.

Was die Person des D. H. P. M. in Verbindung mit der M. d. kl. Q. anbelangt, so machen uns vorerst einmal verschiedene Autoren folgende Angaben:

Peter Merian, Prof. Math., 1830:

Es erging ihm, wie manchem isoliert lebenden Gelehrten in kleinen Städten, daß er manchen guten Gedanken oft lange mit sich herumtrug, welcher bei einem lebhafteren wissenschaftlichen Umgang zu klarerer und vollständigerer Ausbildung gekommen wäre, die denselben zu öffentlicher Bekanntmachung geeignet hätte. So hatte er z. B. schon in frühern Zeiten, durch eigenes Nachdenken, die späterhin durch Gauß und Legendre bekannt gewordene M. d. kl. Q., zur Ausmittlung des wahrscheinlichsten Wertes aus einer Reihe von Beobachtungen gefunden.

Rudolf Wolf, 1858 bis 1862:

Merian erzählt, Huber habe schon in frühern Zeiten, durch eigenes Nachdenken, die späterhin durch Gauß und Legendre...

also eine Wiederholung der Aussagen des Prof. Peter Merian.

Rudolf Wolf, 1879 (Zitierung von Äußerungen des D. H. P. M.):

In einer vorigen Berechnung des Dreiecksystemes hatte ich die an den Koordinaten vorzunehmenden Veränderungen durch Anwendung der M. d. kl. Q. zu bestimmen gesucht. Da aber diese Methode ziemlich weitläufige Rechnungen erfordert, bei welchen leicht Fehler unterlaufen können, so zog ich vor, durch Versuche jene vorzunehmenden Veränderungen nach und nach auszumitteln, welches bequemere Rechnung veranlaßte und Resultate gab, welche von denen der andern Methode nur in Fraktionen von Fußern unterschieden sein konnten.

Der mathematische Historiker Cantor schreibt (1881):

Huber gehört zu den Männern, welche, gleich wie Gauß, die Ausgleichungsmethode der Beobachtungen nach dem kleinsten Werte

der Summe der Fehlerquadrate als richtig erkannten. Während aber Legendre ihnen durch frühere Veröffentlichung zuvorkam, verstand nur Gauß durch bedeutende Nachleistungen auf dem gleichen Gebiete den Namen der M. d. kl. Q. mit dem seinigen fest zu verbinden.

Aus diesen Aussagen geht hervor, daß D. H. P. M. wohl schon Mittel und Wege gesucht hat, sich von der Art und Weise frei zu machen, wie bis anhin Meßresultate verwertet wurden. Diese Methoden sind in Jordan, Vermessungskunde Bd. 1 trefflich beschrieben wie folgt:

Wie Triangulationen in ganzen Netzen früher ausgeglichen wurden, das kann niemand sagen. Man weiß nur soviel, daß vor der M. d. kl. Q. ein ewiges Verwerfen und Wiederholen, Probieren, Rücken und Drücken die Mode war, und es hat sich aus jener Zeit die treffende Redensart erhalten: wenn es nicht stimmt, so schickt man einen Trigonometrier hinaus und läßt ihn einen Winkel so lange messen bis er um 3" größer (oder kleiner) wird.

Aus den biographischen Äußerungen ist also nicht mit Sicherheit zu schließen, daß Daniel Huber die M. d. kl. Q. tatsächlich gefunden hat. Nirgends lassen sich die gemachten Angaben überprüfen, es sei denn, daß persönliche Arbeiten des D. H. den vermißten Nachweis zu erbringen vermögen.

Diese Frage, welche lediglich historischen Wert haben kann, ist nur dadurch abzuklären, daß in Daniel Hubers Arbeiten nach entsprechendem Beweismaterial gesucht wurde. In Betracht kamen Arbeiten mathematischen oder dann vermessungstechnischen Inhaltes.

Von Daniel Huber existiert nun noch eine große vermessungstechnische Arbeit, welche sich mit der Triangulation des Kantons Basel befaßt. Das Manuskript dieser Berechnungen und Untersuchungen befindet sich in zehn zum Teil umfangreichen Bänden in der Universitätsbibliothek Basel und ein kleiner Auszug hievon, enthaltend die Resultate der Berechnungen, auf der Landestopographie in Bern.

Aus diesen Manuskripten geht die Möglichkeit hervor, daß der Basler Mathematikprofessor diese Ausgleichungsmethode mittels der kleinsten Summe der Quadrate schon gekannt hat. Doch das Studium der Vermessungsarbeit legt die Überzeugung nahe, daß D. H. die M. d. kl. Q. wenn gekannt, so doch nicht gefunden habe, er also nicht als ihr Mitbegründer angesehen werden darf.

D. H. äußert sich selbst einmal wie folgt:

Jeder beobachtete Winkel gibt eine solche Gleichung (nämlich eine Fehlergleichung) und kann dann durch das Legendre'sche Maßstab der kl. Quadrate der wahrscheinlichste Wert von Δy und Δx bestimmt werden.

Und weiter führt er aus:

Ich werde diesen Maßstab wählen, weil er so angenommen ist und keine von der eigentlichen größern Wahrscheinlichkeit verschiedenen Resultate geben wird, da die Methode des wahren Maßstabes, wie ich sie mir größtenteils nur noch im Kopfe entworfen habe, noch nicht über die zweier unbekannter Größen hinausgeht und

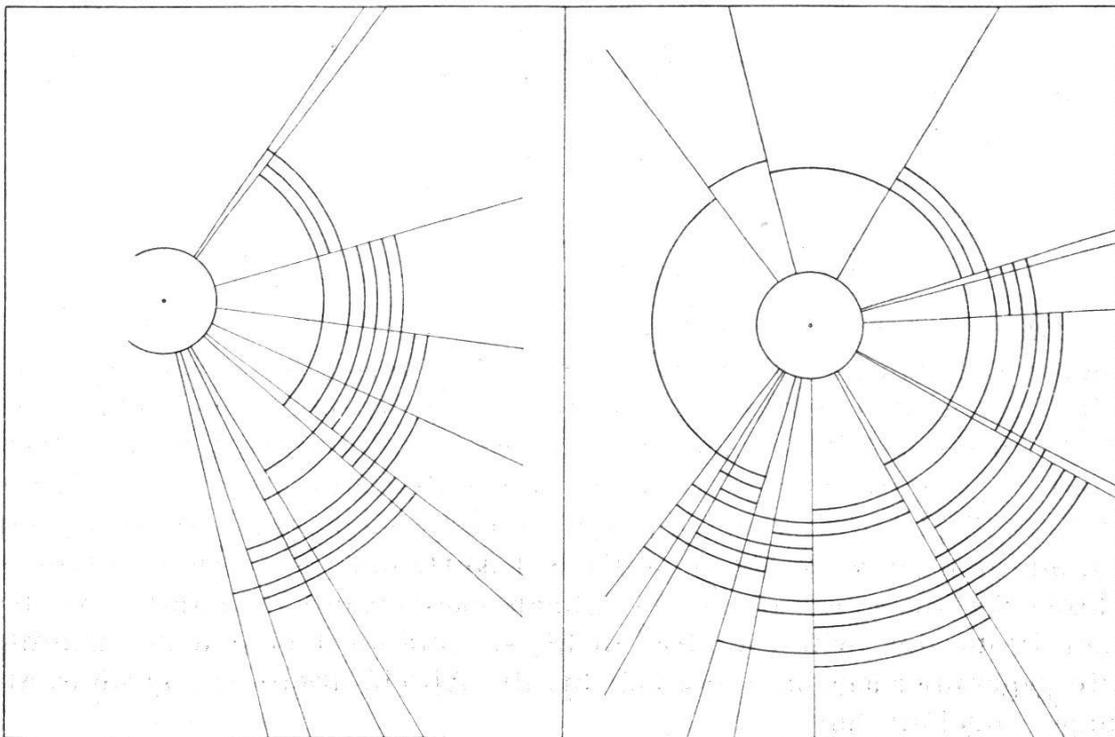
in ihrer Anwendung noch zur Zeit sehr weitläufig und mühsam wäre.

Mit andern Worten: Da, wo D. H. tatsächlich versucht, seine Resultate mit Fehlergleichungen zu erhalten, da spricht er ausdrücklich von der Anwendung des Legendre'schen Maßstabes. Es geschieht dies nicht mit jener Methode, „die ihn seit 16 Jahren beschäftigt“, und welche „noch nicht über die Anfangsschwierigkeiten hinaus ist“. Seine Methode des „wahren Maßstabes“ befaßt sich damit, wie zwei Messungen mit verschiedenen Gewichten in eine Messung übergeführt werden können.

Weder Organisation, Auswertung, noch Berechnung seiner Triangulationsarbeiten lassen darauf schließen, daß D. H. die M. d. kl. Q. kennt. Überall folgt er den Methoden der alten Schule gemäß obigem Zitat aus Jordans Vermessungskunde.

Die Triangulation wurde durch Winkelmessungen eingeleitet nach dem Prinzip, auf der Station so viele Winkel als immer möglich zu messen. Dies geschah wahllos, je nachdem einzelne Sichten besser waren als andere. Wie solche Winkelmessungen angeordnet wurden oder sich ergaben, das zeigen die beiden Stationsrosetten von Basel (Hauptpunkt) und Seltisberg (zentraler Punkt).

Auf der Station wurde keine Stationsausgleichung vorgenommen, sondern je nach Bedarf die errechneten Winkelwerte mittels willkürlicher Kombinationen von Einzelwerten als „Ergebnis“ in die Dreiecksberechnung aufgenommen.



Stationsrosette von Basel.

Stationsrosette von Seltisberg.

Eine solche Ermittlung von Werten eines Winkels sieht bei D. H. ungefähr folgendermaßen aus:

Gemessen sind auf dem Punkte Basel für den Winkel von Wisenberg nach Paßwang die Beobachtungsserien Nr. 151 b, 158, ferner 220, 257, 265.

Station Basel.

	n	Winkel	
151 b	16	33 55 57,8	Beobachtungen aus dem Jahre 1817 mit einem Theodolith gemessen
158	12	43,9	
	28	33 55 51,8	
220	14 R	33 56 18,9	Aug. 1818
257	8 R	16,4	Okt. 1819
265	6 R	14,6	Nov. 1820
	28 R	33 56 17,3	

R = mit dem Reichenbach'schen Vollkreis gemessen.

In Verwertung dieser Meßresultate stellt D. H. weiter fest:

..., so ist an dem in Basel gemessenen Winkel nicht viel zu ändern, da er mit dem großen Kreise gemessen worden ist, und ich glaube, man kommt der Wahrheit am nächsten, wenn man sich ganz an die Bestimmung des Kreises hält und die frühern Theodolithmessungen wegläßt.

Der Winkel wird also angenommen zu $33^{\circ} 56' 17,3''$

Da aber das Dreieck die Winkel zu klein anzeigt, so wollen wir auch diese ein wenig vergrößern und ihn setzen

$$33^{\circ} 56' 19''$$

und dann die Fehler auf die beiden andern Winkel gleichförmig verteilen:

Basel	33° 56' 17,3''	+	Korrektur	=	56' 19''
Wisenberg	52 12 54,6				13 23
Paßwang	93 49 49,5				50 18
	179° 59' 01,4''				00' 00''

Die Winkelwerte selbst — z. B. für den Winkel Wi-Ba-Pa — ergeben sich meist aus einer Anzahl von Messungen, die zu verschiedenen Zeiten ausgeführt wurden. Diese Messungen werden zum endgültigen Wert zusammengefügt, aber nur so weit, als sie günstige Resultate liefern. Ein Kriterium hiezu bildet etwa die Winkelsumme in einem Dreieck, die 180 Grad sein soll, oder dann wieder die Erkenntnis, daß sich auf dem Umwege über eine Dreieckskette eine Seite des Fundamentaldreiecks aus einer andern errechnen lassen sollte. Stimmt z. B. bei jener Probe das Schlußresultat nicht, so verändert er den der Schlußseite gegenüberliegenden Winkel, bis die Abschlußseite die gewünschte Länge ungefähr hat.

Die gemessenen Winkel werden aus verschiedenen Erkenntnissen heraus um gewisse Beträge vergrößert oder verkleinert. So stellt er z. B.

fest: In 36 vollständig gemessenen Dreiecken ergibt sich für den Winkelschluß ein Fehlbetrag von 1199,7". Diese auf ein Dreieck errechnet ergeben 33,3", also auf einen Dreieckswinkel 11,1". Jeder in der Rechnung vorkommende gemessene Winkel wird nun mit diesem Betrag korrigiert. Da aber die Resultate immer noch nicht so sind „wie sie sein sollten“, so werden andere Mittel und Wege gesucht, um zu einem günstigeren Endresultat zu kommen.

Bei dieser Gelegenheit stellt er u. a. fest: Wenn indessen ein mechanischer Grund die Mißweisungen des Instrumentes verursacht, so scheint es doch eher, daß die Korrekturen dem gemessenen Winkel proportional genommen werden müssen:

einem Dreieckswinkel entsprechen	60 Grad	oder	11,10 "	Korr.
also kommen auf	10 Grad		1,85 "	
	20 "		3,70 "	
	30 "		5,55 "	
				usf.

D. H. wird „die Korrekturen inskünftig so anbringen und nicht mehr mit der Konstanten. Wenn sich nämlich ein Winkel aus 4 Einzelwinkeln zusammensetzt, soll ich dann eine 4-fache Korrektur anwenden?, für den Einzelwinkel nur eine einfache? Bei Differenzen heben sich die Korrekturen auf“.

Auch diese Korrektionsart befriedigt ihn nicht. Die erhaltenen Resultate kommen wieder nicht nach Wunsch heraus.

Deshalb beginnt er eine dritte Diskussion, in welcher die Winkel nach folgender Formel korrigiert werden:

$$\frac{11,1}{2} + \frac{a \cdot \frac{11,1}{2}}{60^\circ} = 5,55'' + \frac{a \cdot 5,55''}{60^\circ}$$

Daniel Huber ist nämlich im unklaren, ob alle gemessenen Winkel um das errechnete konstante Maß von 11,1" zu korrigieren sind, oder ob die Korrektur proportional der Größe der gemessenen Winkel verteilt werden soll. Deshalb läßt er beide je zur Hälfte wirken und kommt auf obige Formel. Ist dies geschehen, so wird „nun die Berechnung der einzelnen Punkte von neuem vorgenommen und dabei manchmal eine andere Reihenfolge beobachtet als im s. Z. entworfenen Plan“.

Durch Aneinanderreihen von Dreiecken zu einer Dreiecksreihe findet er heraus, daß der Winkel auf Wisenberg (Fundamentalpunkt) falsch berechnet zu sein scheint infolge einer falschen Exzentrizitätsberechnung.

Die neue, also vierte vollständige Berechnung der Winkel- und Koordinatenwerte liefert ihm genügend Material, nun an die endgültige Auswahl von Meßwerten heranzutreten, mit derer Hilfe er das geeignete Schlußresultat herbeiführen kann.

Den Punkt Gempen (Hauptpunkt) bestimmt er z. B. folgendermaßen:

$$y = +12' 853,85 \text{ Fuß} \quad x = -26' 926,65 \text{ Fuß}$$

das sind die Werte der 4. Diskussion, wobei

$$y = +12' 853,85; \quad x = -26' 926,65$$

aber von 2 Werten nur der eine berücksichtigt ist.

853,61

925,87

das sind die Werte der 3. Diskussion, aber wiederum von zwei errechneten Werten nur der eine.

$$y = +12' 853,7 \quad x = -26' 926,3$$

Einen Einblick in D. H.'s Verständnis für die M. d. kl. Q. gewährt die Koordinatenermittlung z. B. für den Punkt Chrischona. Die endgültigen Werte sind zu $y = +20' 384,1$ Fuß und $x = -5' 759,0$ Fuß bestimmt worden. Der Weg zu diesen Resultaten sieht folgendermaßen aus:

- | | | | |
|----------------|--|--------|--|
| 1. Diskussion: | 385,93 | 760,21 | |
| | 385,91 | 760,21 | |
| | <hr/> | <hr/> | |
| | 386,49 | 760,44 | Resultatermittlung durch Auflösung der aufgestellten Fehlergleichungen |
| 2. Diskussion: | 385,2 | 759,8 | $p = 5$; vollständ. Dreieck |
| | 383,4 | 759,4 | 4; 1 Winkel nicht gemessen |
| | 385,2 | 760,2 | 3; 1 günstig gelegener Winkel nicht gemessen |
| | <hr/> | <hr/> | |
| | 384,6 | 759,8 | |
| 3. Diskussion: | Aus den angestellten kontrollierenden Vergleichsberechnungen wird konstatiert, daß „die Koordinaten hinlänglich genau sind“. Nachträglich stimmt aber in der Berechnungsreihe der Punkt Sissacherfluh doch nicht gut, weshalb nochmals umgemodelt wird und sich die Koordinaten ergeben zu | | |
| | 384,6 | 760,2 | |
| 4. Diskussion: | 384,8 | 759,7 | $p = 6$; vollständiges Dreieck |
| | 383,3 | 759,3 | 4; 1 Winkel nicht beobachtet |
| | 384,6 | 760,5 | 3; 1 Winkel in schlecht bestimmtem Dreieck nicht beobachtet. |
| | <hr/> | <hr/> | |
| | 384,1 | 759,0 | |

Also: Da, wo D. H. den Gedanken der M. d. kl. Q. anfangs gefolgt ist, da hat er diesen eingeschlagenen Weg auch gleich wieder verlassen. Ob ihn zu dieser Stellungnahme eine persönliche Unsicherheit zu „seiner M. d. kl. Q.“ veranlaßt hat oder das fehlende Verständnis für den Legendre'schen Maßstab, das läßt sich nur gefühlsmäßig beurteilen.

Denn tatsächlich veranlaßten ihn die unbefriedigenden Rechnungsergebnisse sofort die angewandte Rechnungsmethode über Bord zu werfen, „indem dieselbe doch nur zu weitläufigen Rechnungen führe“ bei denen leicht Fehler unterlaufen können. So werden die notwendigen Veränderungen durch Versuche empirisch nach und nach ausgemittelt“.

Tatsächlich kommt D. H. auf diese Art schließlich auch zu annehmbaren Resultaten. Aber der Zeitaufwand ist ein verhältnismäßig viel größerer und dann sind die Grundlagen der Berechnung nicht so einwandfrei, klar und durchsichtig, wie dies durch Anwendung der M. d. kl. Q. der Fall wäre. (Schluß folgt.)

Zur Finanzierung der Grundbuchvermessung.

Mit Botschaft vom 29. November 1938, also zwei Tage nach der denkwürdigen eidgenössischen Volksabstimmung über das Fiskalnotrecht, unterbreitete der Bundesrat den eidgenössischen Räten einen Entwurf zu einem *Bundesbeschluß über Maßnahmen zur Verbesserung der Finanzlage, zur Festigung des Landeskredites und zur Erzielung eines sparsamen Staatshaushaltes (Finanzhaushaltordnung 1939–1941)*.

In dieser Vorlage ist in Art. 4 auch die *Grundbuchvermessung* mit folgendem Wortlaut enthalten:

„Die jährlichen Einlagen des Bundes in den Grundbuchvermessungsfonds werden wie folgt festgesetzt:

- a) Einlage zur Tragung der Kosten der Grundbuchvermessung Fr. 2,000,000.—
- b) Einlage für die Beiträge an die Güterzusammenlegung » 160,000.—

Die im Bundesbeschluß vom 5. Dezember 1919 festgesetzten Beitragsquoten über die Beteiligung des Bundes an den Kosten der Grundbuchvermessung bleiben unverändert.“

In der Botschaft des Bundesrates ist gesagt, daß die in der Vorlage enthaltenen Bestimmungen den Zweck verfolgen, die seit 1934 bzw. 1936 gemachten Einsparungen im Bundeshaushalt, abgesehen von vier Ausnahmen, auch im Jahre 1939 aufrecht zu erhalten. Zu diesen vier Ausnahmen gehört hinsichtlich der finanziellen Tragweite als hauptsächlichste die Grundbuchvermessung.

Zur Begründung dieser Ausnahme bemerkt die bundesrätliche Botschaft:

„a) Durch Art. 4 (Grundbuchvermessung) soll der Abbau der ordentlichen Einlage in den Grundbuchvermessungsfonds bereits mit Wirkung ab 1939 gemildert werden. Es hat sich gezeigt, daß die durch das Finanzprogramm 1936 auf 1,2 Millionen Franken beschränkte „Jahreseinlage zur Tragung der Kosten der Grundbuchvermessung“ nicht ausreicht, um den am 23. November 1923 zwischen dem Bundesrat und den Kantonen vereinbarten Plan über die Durchführung der Grundbuchvermessung einzuhalten. Eine Verzögerung in der Durch-