

Die Genauigkeit der polygonometrischen Vermessung der Stadt Basel

Autor(en): **Bachmann, E.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **39 (1941)**

Heft 11

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-199137>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

gesetzlichen Bestimmungen des Bundes und der Kantone und durch die Aufrechterhaltung zweckmäßig organisierter Nachführungsdienste bei den Kantonen und beim Bund für die Zukunft gewährleistet sind. Die früheren Fälle des Zerfalls der Triangulations- und Höhenfixpunkt-netze werden somit in absehbarer Zeit nicht mehr eintreten, und die Vermessungsgrundlagen werden in jedem Zeitpunkt für alle neuen Aufgaben vermessungstechnischer Art und für die Beendigung des großen Werkes der Grundbuchvermessung verfügbar sein.

Die Genauigkeit der polygonometrischen Vermessung der Stadt Basel

E. Bachmann, dipl. ing.

Die Genauigkeit von Stadtvermessungen, insbesondere die Fehlerzusammensetzung in den Polygonzügen, wurde meines Wissens bis heute nur teilweise und mehr summarisch erforscht. Jordan führt in seinem bekannten Werk über Vermessungskunde in Band 2 einige mittlere Fehler von Winkel- und Seitenmessungen und Zugsabschlüssen in Städten auf.

Die angegebenen Zahlenwerte wurden jedoch nur aus einer kleinen Gruppe von Beobachtungen abgeleitet und haben demzufolge mehr eine orientierende als eine wissenschaftliche Bedeutung.

Die Stadtvermessung ist für die Fehlerermittlung geradezu prädestiniert. Qualifizierte Arbeitskräfte und beste Instrumente werden hier zur Erreichung größter Vermessungsgenauigkeit eingesetzt. Die Fehleruntersuchungen ermöglichen einen wertvollen Einblick in den Fehleraufbau der verschiedenen Meßoperationen und führen schlußendlich zur Erkenntnis der eigentlichen Meßgenauigkeit. Sie kommen dem Grenzwert der mit den heutigen Instrumenten und Meßmethoden erreichbaren Vermessungsgenauigkeit sehr nahe.

Die Untersuchung der polygonometrischen Vermessung gestattet die getrennte Behandlung der Seiten- und Winkelmessung. Aus verschiedenen Gruppen von mittleren Fehlern lassen sich die Fehlerfortpflanzungsgesetze der Seiten- und Winkelmessung ableiten. Die Kenntnis über das Zusammenwirken der mittleren Fehler der Seiten- und Winkelmessung kann zur Bestimmung der theoretischen Zugsabschlußfehler benützt werden. Die theoretisch berechneten Zugsabschlüsse sollten, wenn kein Netzzwang vorhanden wäre, mit den mittleren Zugsabschlußergebnissen, so wie sie aus der normalen Polygonzugsberechnung hervorgehen, übereinstimmen. Da es kein Idealnetz gibt, wird es auch keine Übereinstimmung zwischen dem theoretischen und dem wirklichen Zugsabschlußfehler geben können. Die Differenz der beiden Berechnungen ist jedoch von großer Wichtigkeit, denn sie gibt Aufschluß über die Größe der Fehleranteile der Anschlußpunkte. Aus der Fehlerbetrach-

tung der Polygonzüge kann somit auf die Genauigkeit der Triangulation vierter Ordnung und der übrigen Anschlußpunkte geschlossen werden.

Der Vergleich zwischen den eidgenössischen und den kantonalen Fehlervorschriften einerseits und den wirklichen, aus den Messungen abgeleiteten Fehlergrenzen andererseits, dürfte für alle Kollegen, die in der Stadtvermessung tätig sind, ganz besonders aber für die Ausarbeiter und Herausgeber der eidg. Fehlervorschriften von großem Interesse sein. Für die nachfolgenden Untersuchungen konnte das unter der weit-sichtigen und initiativen Oberleitung von Herrn Kantonsgeometer Keller entstandene Vermessungswerk meiner Heimatstadt Basel benützt werden.

Allgemeines.

Das Polygonnetz der Stadt Basel ist in ein engmaschiges und sehr homogenes Triangulationssystem vierter Ordnung eingefügt. Die meisten Polygonzüge sind untereinander verknötet. Die mittlere Entfernung der Triangulationspunkte variiert zwischen 400–800 Meter. Wie bei allen neuen Vermessungen in der Schweiz wird auch für Basel die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion zur Punktabbildung benützt. Der Nullpunkt dieses Koordinatensystems (Berührung mit der Erdkugel) ist das Meridianzentrum der alten Sternwarte in Bern.

Die Genauigkeit der Stadtvermessung wird durch die eidg. Fehlervorschriften vom 15. Dezember 1910, Instruktionsgebiet I, bestimmt. Trotzdem die eidg. Vorschriften schon verhältnismäßig streng angesetzt sind, hat der Kanton Basel-Stadt für sein Kantonsgebiet eigene, wesentlich verschärfte Fehlergrenzen aufgestellt.

Untersuchung der Seitenmeßgenauigkeit.

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz der Seitenmessung entspricht folgender Gleichung:

$$M_D = \pm \sqrt{\alpha^2 + \alpha^2 s + \beta^2 s^2} \quad (1)$$

Es bedeuten: M_D = Mittlerer Fehler einer Seitenmessung
 s = Seitenlänge
 α^2 = Ablesefehler
 $\alpha^2 s + \beta^2 s^2$ = Zufällige und systematische Fehler.

In der Regel ist der Ablesefehler gegenüber den beiden anderen Fehlerinflüssen nur sehr klein und kann für die weitere Behandlung vernachlässigt werden. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz der Seitenmessung erhält nun folgende Formulierung:

$$M_D = \pm \sqrt{\alpha^2 s + \beta^2 s^2} \quad (2)$$

Um die Werte für α^2 und β^2 aus den Messungen herleiten zu können, müssen mindestens zwei Gruppen von verschiedenen langen Seiten zu-

sammengestellt und ihre mittleren Fehler berechnet werden. Der mittlere Fehler einer Doppelmessung wird nach Formel 3 bestimmt.

$$m = \sqrt{\frac{[d]^2}{2n}} \quad (3)$$

- d = Abweichung der beiden Seitenmessungen
 m = Mittlerer Fehler einer Doppelmessung
 n = Anzahl der Doppelmessungen.

Für die Fehleruntersuchungen über die Seitenmeßgenauigkeit wurden zwölf Gruppen von verschiedenen langen Seiten aufgestellt. Im ganzen konnten 1058 doppeltgemessene Polygonseiten verwendet werden. Die kürzeste Seitengruppe entspricht einer mittleren Seitenlänge von 35 Metern und die größte einer Länge von 212 Metern. Die Meßfehler der verschiedenen Meßgruppen sind aus nebenstehender Tabelle ersichtlich.

Die Ausrechnung der mittleren Fehler für die einzelnen Längengruppen erfolgt mit Hilfe der Gleichung 3 und führt zu folgenden Ergebnissen:

Mittlere Seitenlänge	35 Meter	mittlerer Fehler	$m = 1,34$ Millimeter
»	» 45	»	= 1,85
»	» 55	»	= 1,48
»	» 65	»	= 2,17
»	» 75	»	= 1,93
»	» 85	»	= 2,19
»	» 95	»	= 2,08
»	» 112	»	= 2,82
»	» 137	»	= 2,80
»	» 162	»	= 3,65
»	» 187	»	= 3,64
»	» 212	»	= 4,64

Aus den zwölf Gruppen von verschiedenen langen Polygonseiten sind natürlich auch zwölf mittlere Fehler m hervorgegangen. Für die eindeutige Bestimmung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes werden nur zwei Gleichungen benötigt. Die Aufgabe ist somit zehnfach überbestimmt. Die weitere Ausrechnung kann nur mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt werden. Zuerst wird unter Benützung der mittleren Fehler der 35 und 187 Metergruppe, es kann auch eine andere Seitenkombination verwendet werden, eine Näherungsgleichung aufgestellt. Über die Fehler und Normalgleichungen bekommen wir das endgültige Fehlergesetz der Seitenmessung:

$$M_D = \sqrt{0,031 s + 0,00028 s^2} \quad (4)$$

- M_D = Mittlerer Fehler der Seitenmessung
 s = Länge der Seiten.

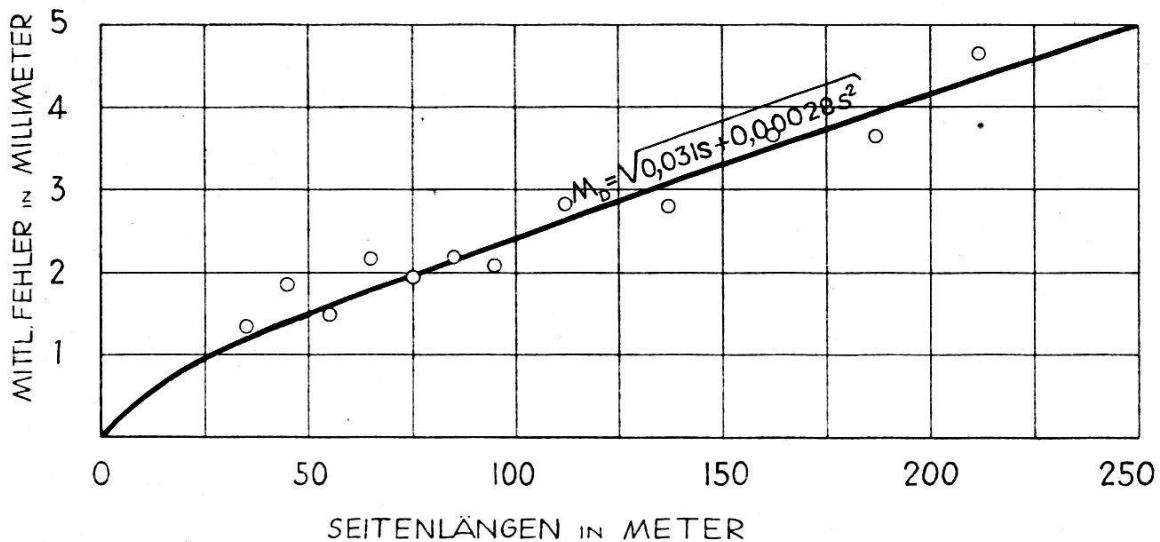


Abb. 1. Mittlerer Fehler der Seitenmessung

Abbildung 1 zeigt den Verlauf des Fehlerfortpflanzungsgesetzes der Seitenmessung. Die eingetragenen Ringe entsprechen den mittleren Fehlern der einzelnen Meßgruppen.

Wichtiger noch als der mittlere Fehler selbst ist die Größe des max. zulässigen Fehlers. Die Fehlergrenze wurde in einer internationalen Kommission für geometrische Genauigkeitsbestimmungen gleich dem Dreifachen des mittleren Fehlers festgelegt. Alle Länder haben diesen auf mathematischen Überlegungen beruhenden Beschluß (Wahrscheinlichkeit der Fehlerhäufung) übernommen. Der Grenzwert aller zulässigen Meßabweichungen darf höchstens die Größe $3M$ erreichen. Die abgeleitete Fehlergrenze erhält nachstehende Form:

$$\underline{D_A = \pm \sqrt{0,278 s + 0,00252 s^2} \text{ neu abgeleitet für Basel}} \quad (5)$$

$$D_E = \pm \sqrt{s} + 0,1 s \quad \text{eidg. Fehlergrenze} \quad (6)$$

$$D_K = \pm 1,2 \sqrt{s} \quad \text{Kant. Fehlergrenze} \quad (7)$$

s = Seitenlänge in Meter

D = Max. zulässige Abweichungen in Millimeter.

Abbildung 2 veranschaulicht sehr eindrucksvoll den Verlauf der verschiedenen Fehlertoleranzformeln. Die schraffierte Fläche entspricht dem Grenzwert der vorhandenen Meßgenauigkeit. Die erreichte Genauigkeit steht unterhalb der kantonalen Fehlergrenze. Unerwartet hoch über der abgeleiteten Fehlergrenze steht die Fehlertoleranzformel der eidg. Vermessungsinstruktion. Eine Polygonseite von 100 Meter Länge zeigt bei Doppelmessung eine Differenz von max. 7,2 Millimeter. Die kant. Fehlervorschrift läßt hierfür eine Abweichung der beiden Messungen von 12 Millimeter zu, während die eidg. Vermessungsinstruktion Differenzen bis zu 20 Millimeter gestattet. Das wirkliche Fehlergesetz der Seitenmessung liegt somit ca. $\frac{2}{3}$ unter den Ansätzen der eidg. Instruktion.

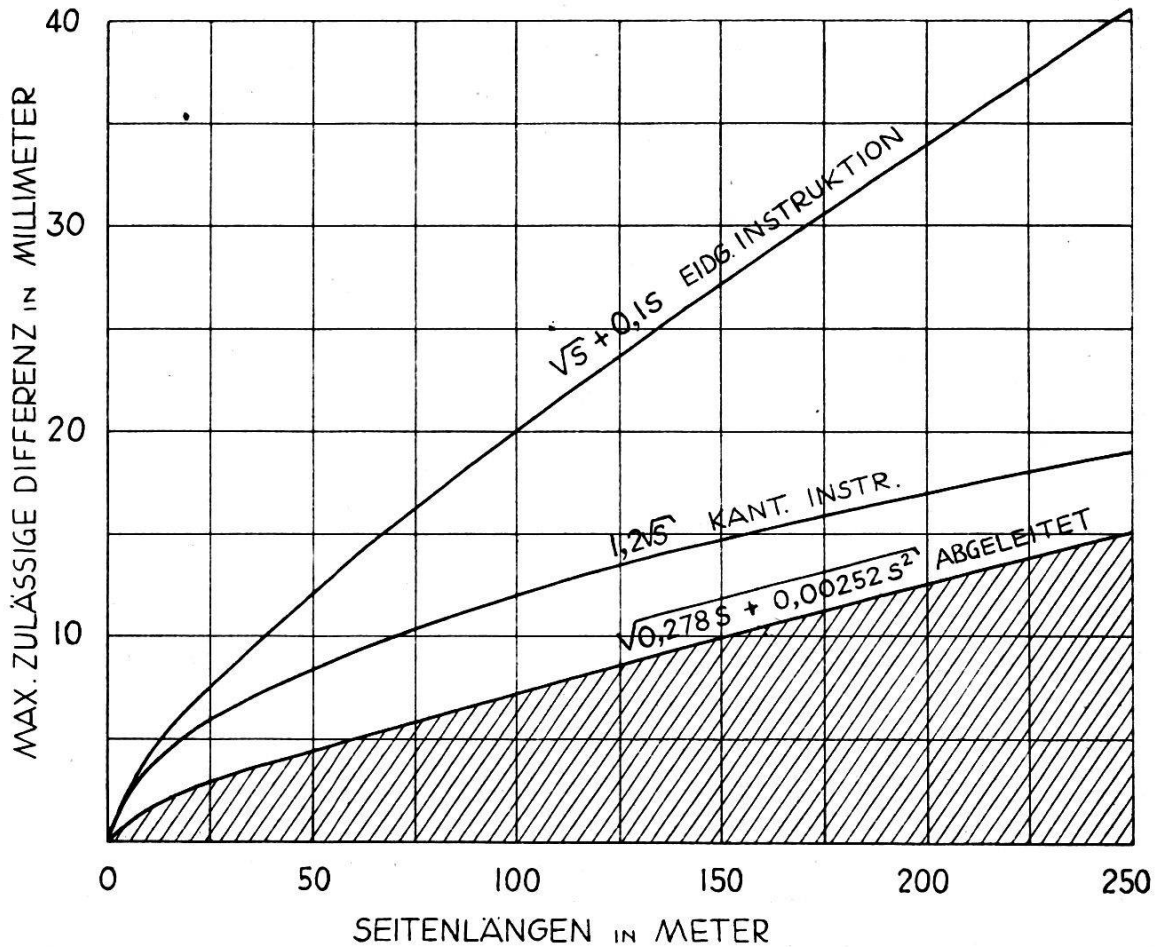


Abb. 2. Max. zulässige Abweichungen bei Seitenmessungen.

Untersuchung der Winkelmeßgenauigkeit.

Die Genauigkeit der Winkelmessung läßt sich mit guter Annäherung unter Berücksichtigung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes aus den vorhandenen Zugabschlußfehlern bestimmen. Es wird damit allerdings die Voraussetzung gemacht, daß der Fehleranteil der Anschlußpunkte gegenüber den eigentlichen Winkel Fehlern innerhalb des Polygonzuges nur klein ist. Der Zwang der Anschlußazimute ist erfahrungsgemäß klein und kann für die weitere Untersuchung vernachlässigt werden. Das Fehlerfortpflanzungsgesetz der Winkelmessung lautet:

$$M_W = a \sqrt{N} \tag{8}$$

- M_W = Mittlerer Fehler der Winkelmessung
- a = Genauigkeit eines Winkels (Konstante)
- N = Anzahl der gem. Winkel.

Für die Berechnung der mittleren Fehler müssen Polygonzüge gleicher Brechpunktzahl zusammengestellt und deren mittlerer Fehler nach Formel 8 bestimmt werden. Verwendet wurden neun Zuggruppen mit verschiedenen Eckpunktzahlen. Die Ausrechnung basiert auf 643

Polygonzügen mit zusammen 4000 Winkeln. Die mathematische Auflösung der Aufgabe erfordert nur eine Gleichung. Das Problem ist achtfach überbestimmt und erheischt eine Ausgleichung mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.

Die Abschlußfehler der verschiedenen Polygonzüge sind aus umstehender Zusammenstellung ersichtlich.

Die Ausrechnung der mittleren Fehler der einzelnen Zuggruppen ergibt:

Anzahl der Winkel (Brechpunkte)		Mittlerer Fehler	32,7 Sek.
3			
»	4	»	39,6 »
»	5	»	44,6 »
»	6	»	45,7 »
»	7	»	52,6 »
»	8	»	47,8 »
»	9	»	62,9 »
»	10	»	65,2 »
»	11	»	65,5 »

Unter Benützung irgend eines der obigen mittleren Fehler wird die Näherungsgleichung aufgestellt, dann die Fehlergleichungen und hierauf die Normalgleichungen bestimmt. Diese Ausrechnung ergibt nachstehendes Gesetz der Fehlerfortpflanzung.

$$\underline{M_W = 19,4 \sqrt{N}} \quad (9)$$

Die Fehlergrenze selbst lautet:

$$\underline{W_A = 58 \sqrt{N}} \quad \text{Nach Ableitung für Basel} \quad (10)$$

$$W_E = 100 \sqrt{N} \quad \text{Eidg. Instruktion} \quad (11)$$

$$W_K = 50 \sqrt{N} \quad \text{Kant. Instruktion.} \quad (12)$$

W = Max. zulässige Zugsabschlußfehler

N = Anzahl der Brechpunkte (Winkel).

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz der Winkelmessung ist aus der Abbildung 3 und die Grenzwerte der Zugsabschlüsse sind aus der Abbildung 4 ersichtlich.

Die erreichte Genauigkeit bei der Winkelmessung liegt etwas über der kantonalen Vermessungsvorschrift, jedoch immer noch ca. 45 % unter den Angaben der eidg. Vermessungsinstruktion. Die kantonale Vorschrift scheint hier etwas zu streng angesetzt worden zu sein. Die Winkelmessung wird kaum mehr verbessert werden können. Alle Polygonwinkel wurden nach dem Nagelschen Verfahren mit optischen Zentrier- und Signalapparaten gemessen. Trotz der kleinen Überschreitung der kantonalen Fehlergrenzkurve muß das erhaltene Resultat über die Winkelabschlüsse in Polygonzügen als sehr gut angesehen werden.

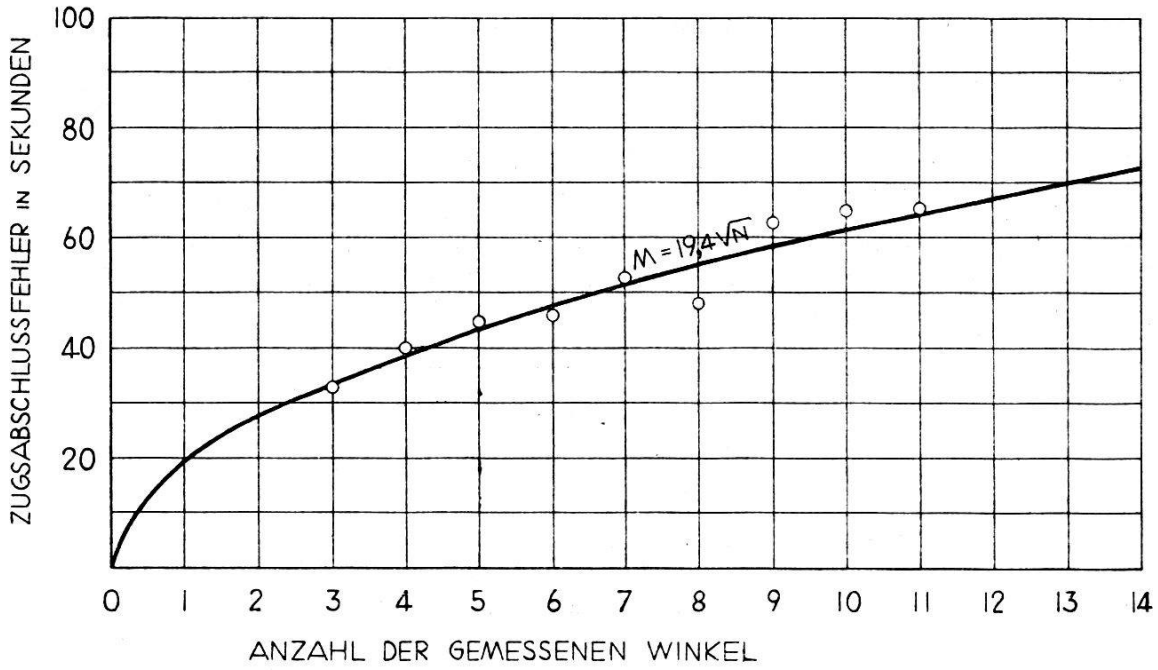


Abb. 3. Mittlerer Fehler der Winkelmessung

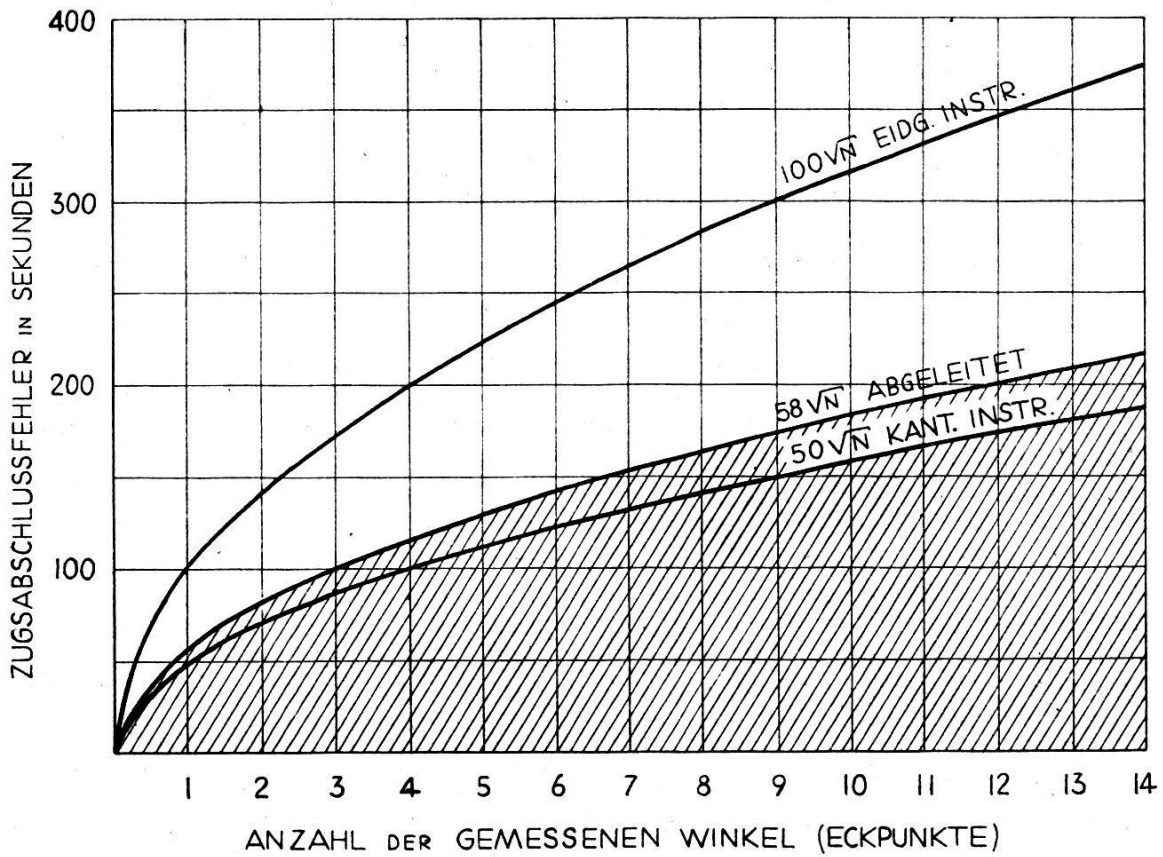


Abb. 4. Zugabschlußfehler der Winkelmessung

Untersuchung der Zugsabschlußgenauigkeit.

Die linearen Zugsabschlußdifferenzen entstehen, unter Voraussetzung fehlerfreier Koordinaten der Anschlußpunkte, nur aus der Zusammenwirkung der Fehleranteile der Winkel- und Seitenmessung. Bei gestreckten Zügen wird der Längenfehler ausschließlich von der Seitenmessung beeinflußt und der Querfehler kann auf die Ungenauigkeit der Winkelmessung zurückgeführt werden. Diese Feststellung wird folgendermaßen formuliert:

$$M_S = \pm \sqrt{m_q^2 + m_l^2} \quad (13)$$

M_S = Linearer Zugsabschlußfehler
 m_q = Querfehler
 m_l = Längsfehler

(Schluß folgt.)

Bücherbesprechungen

E. Deubel, Veranschlagung und Verdingung von Bauarbeiten in der Landeskulturverwaltung. Dritte Auflage, vollständig Neubearbeitet von *Dr. K. Ketter.* 234 Seiten mit 28 Textabbildungen. Verlag von Paul Parey, Berlin. Geb. Rm. 14.— mit 25 % Auslandsrabatt.

Die gegenwärtigen Verhältnisse haben den Bodenverbesserungen eine außerordentliche Bedeutung gegeben; überall werden in Eile kulturtechnische Werke in Angriff genommen. Ihre Verwirklichung begegnet aber stets wachsenden Schwierigkeiten, weil die Betriebs- und Baustoffe teurer und knapper werden und weil oft ungewohnte Arbeitskräfte eingesetzt werden müssen. Gute Organisation der Unternehmen und sorgfältig bearbeitete Kostenvoranschläge sind daher heute nötiger als je zuvor.

Wie man Einheitspreise entwickelt und Kostenvoranschläge aufstellt, wie man kulturtechnische Bauarbeiten vergibt und deren Ausführung leitet, darüber gibt das oben erwähnte Buch wertvolle Auskunft. Statt Geldpreise, die gerade jetzt sehr starken Schwankungen unterworfen sind, finden wir hier Angaben über den Zeitbedarf und die notwendigen Baustoffmengen, Angaben, die von der Bewegung der Löhne und Baustoffpreise unabhängig sind. Damit hat das für die deutsche Landeskulturverwaltung bestimmte Buch auch für die Schweiz an Bedeutung erheblich gewonnen.

Im Kapitel über die Bodenbewegung mit Muldenkippwagen im Handbetrieb fällt uns auf, daß der Verfasser den Rückmarsch der geleiseverlegenden Arbeiter sowie den Abbruch des Geleises nach der Durchführung der Bodenbewegung nicht berücksichtigt hat. Aus diesem Grunde sind die Angaben der Tabelle auf Seite 141 zu klein, namentlich bei großen Entfernungen und kleinen Gesamtfördermassen.

Einen verhältnismäßig großen Teil des Buches nehmen praktisch wertvolle Tafeln zur raschen Kostenermittlung beim Bau von offenen Gräben und Hangwegen ein. Diese Tafeln berücksichtigen fünf verschiedene Bodenarten und die gebräuchlichen Böschungsfüße.

Wir können das sehr schön ausgestattete Buch zur Anschaffung bestens empfehlen.

H. Fluck.