

Formeln für die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion

Autor(en): **Wenedikoff, M.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **40 (1942)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-199756>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Dieser außerordentlich kleine Höhenfehler zeigt, daß der Folgebildanschluß mit Statoskopangaben namentlich auf größere Strecken (über 10 km) dem Verfahren ohne Aeronivellement weit überlegen ist. Nach Dr. v. Speyr beträgt der mittlere Höhenfehler beim Folgebildanschluß ohne Statoskop unter denselben Verhältnissen ca. ± 9 m. — Die beiden Methoden lassen sich bezüglich der Fortpflanzung der Höhenfehler am besten vergleichen mit Bussolen- und Polygonzug. — Bemerkenswert ist die Verteilung der Vorzeichen der Fehler, indem zwischen den Paßpunkten 9 und 46 eine ausgesprochen einseitige Verlagerung zu verzeichnen ist, die offenbar von kleinen Störungen der barometrischen Niveaulächen vor und nach dieser Teilstrecke herrührt. Die Ausgleichung dieser, nach den gegebenen Punkten Nr. 7, 9, 46 und 47 eingepaßten Teilstrecke von 20 km würde einen mittleren Höhenfehler von nur ca. $\pm 1,1$ m ergeben.

Ausgleichung der Lagefehler.

Die berechnete Länge L_{82-1} aus den Autographenablesungen zeigt gegenüber der Solllänge L' einen Fehler von -119.7 m ($= -9.58$ mm im Maschinenmaßstab), die Strecke 84-3 den Fehler von -106.4 m ($= -8.51$ mm). Diese beiden Werte ergeben für $c = -0.942$, bzw. -0.838 , so daß mit dem Mittelwert die Formel für die Korrektur der x (im Maschinenmaßstab in m) lautet:

$$\underline{\Delta x = -0.890 \cdot x^2.}$$

(Schluß folgt.)

Formeln für die winkeltreue schiefachsige Zylinderprojektion

Von Dr. Ing. *M. Wenedikoff*, Assistent an der Universität Sofia.

Bei der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion wird das Erdellipsoid auf eine Kugel und von dieser Kugel durch einen Zylinder auf eine Ebene abgebildet. Der Projektionszylinder berührt die Kugel in einem Großkreis, der durch einen Mittelpunkt des abgebildeten Erdareals geht.

Mit Rücksicht auf die Anwendung dieser Projektion für die Schweiz hat Rosenmund¹ die zur Übertragung von der Kugel auf die Ebene und umgekehrt notwendigen Gebrauchsformeln durch Reihenentwicklung einiger Funktionen abgeleitet, indem er die Glieder von höherer als fünfter Ordnung vernachlässigte.

Die auf diese Weise abgeleiteten Formeln ergeben die erforderliche Genauigkeit bei der Abbildung kleiner Flächen, wie dies bei der Schweiz

¹ *M. Rosenmund*, Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung. Bern 1903. Seiten 83-105.

der Fall ist. Bei der Anwendung derselben Projektion auf größere Gebiete ergeben jedoch die von Rosenmund abgeleiteten Formeln nicht die erforderliche Genauigkeit bei Anwendung auf die vom Koordinatenursprung am weitest entfernten Punkte.

Bei einer Untersuchung über die Anwendung dieser Projektion für Bulgarien habe ich daher alle Formeln auf dem von Rosenmund benutzten Wege abgeleitet, indem ich die Reihenentwicklungen bis zu Gliedern sechster und siebenter Ordnung ausgedehnt habe.

Im folgenden sind die endgültigen Resultate dieser Ableitung angegeben.

In den nachstehenden Formeln bedeuten:

X, Y = rechtwinklige Koordinaten in der Ebene. Bei dem Koordinatensystem wird X positiv nach Norden und Y positiv nach Osten angenommen;

b_0, l_0 = geographische Koordinaten des Kartenmittelpunktes auf der Kugel;

$\psi = b - b_0$ = Breitendifferenz zwischen einem beliebigen Punkt auf der Kugel mit der Breite b und dem Kartenmittelpunkte auf der Kugel;

$\lambda = l - l_0$ = Längendifferenz zwischen den gleichen Punkten;

μ = die Meridiankonvergenz in der Ebene;

R = Durchmesser der Kugel bei winkeltreuer Abbildung des Erdellipsoides auf die Kugel;

$\rho'' = 206\ 265$.

1. *Formeln für die ebenen Koordinaten X und Y , abgeleitet aus geographischen Kugelkoordinaten b und l .*

$$Y = K_1 \lambda - K_2 \psi \lambda - K_3 \lambda^3 - K_4 \psi^3 \lambda + K_5 \psi \lambda^3 - K_6 \psi^2 \lambda^3 + K_7 \lambda^5 - K_8 \psi^5 \lambda - K_9 \psi \lambda^5 + K_{10} \psi^3 \lambda^3 - K_{11} \psi^2 \lambda^5 - K_{12} \psi^4 \lambda^3 - K_{13} \lambda^7.$$

$$X = K_{14} \psi + K_{15} \lambda^2 - K_{16} \psi \lambda^2 + K_{17} \psi^3 + K_{18} \psi^2 \lambda^2 - K_{19} \lambda^4 + K_{20} \psi^5 - K_{21} \psi^3 \lambda^2 + K_{22} \psi \lambda^4 - K_{23} \psi^2 \lambda^4 + K_{24} \psi^4 \lambda^2 + K_{25} \lambda^6 + K_{26} \psi^3 \lambda^4 - K_{27} \psi^5 \lambda^2 - K_{28} \psi \lambda^6 + K_{29} \psi^7.$$

Darin bedeutet:

$$K_1 = \frac{R}{\rho''} \cos b_0$$

$$K_2 = \frac{R}{\rho''^2} \sin b_0$$

$$K_3 = \frac{R}{6 \rho''^3} \sin^2 b_0 \cos b_0$$

$$K_4 = \frac{R}{3 \rho''^4} \sin b_0$$

$$K_5 = \frac{R}{6 \rho''^4} \sin b_0$$

$$K_6 = \frac{R}{2 \rho''^5} \sin^2 b_0 \cos b_0$$

$$K_7 = \frac{R}{120 \rho''^5} \sin^2 b_0 \cos b_0 (1 + 6 \cos^2 b_0)$$

$$K_8 = \frac{2 R}{15 \rho''^6} \sin b_0$$

$$K_9 = \frac{R}{120 \rho''^6} \sin b_0 (1 + 30 \sin^2 b_0 \cos^2 b_0)$$

$$\begin{aligned}
 K_{10} &= \frac{R}{18 \rho^{n6}} \sin b_0 (1 + 6 \sin^2 b_0) \\
 K_{11} &= \frac{R}{24 \rho^{n7}} \sin^2 b_0 \cos b_0 (6 \cos^2 b_0 - 1) \\
 K_{12} &= \frac{R}{3 \rho^{n7}} \sin^2 b_0 \cos b_0 \\
 K_{13} &= \frac{R}{5040 \rho^{n7}} \cos b_0 (1 + 119 \cos^2 b_0 - 210 \cos^4 b_0 + 90 \cos^6 b_0) \\
 K_{14} &= \frac{R}{\rho^n} & K_{15} &= \frac{R}{2 \rho^{n2}} \sin b_0 \cos b_0 \\
 K_{16} &= \frac{R}{2 \rho^{n3}} \sin^2 b_0 & K_{17} &= \frac{R}{6 \rho^{n3}} \\
 K_{18} &= \frac{R}{4 \rho^{n4}} \sin b_0 \cos b_0 & K_{19} &= \frac{R}{24 \rho^{n4}} \sin b_0 \cos b_0 \\
 K_{20} &= \frac{R}{24 \rho^{n5}} & K_{21} &= \frac{5 R}{12 \rho^{n5}} \sin^2 b_0 \\
 K_{22} &= \frac{R}{24 \rho^{n5}} \sin^2 b_0 (1 + 6 \cos^2 b_0) \\
 K_{23} &= \frac{R}{48 \rho^{n6}} \sin b_0 \cos b_0 (1 + 24 \sin^2 b_0) \\
 K_{24} &= \frac{5 R}{48 \rho^{n6}} \sin b_0 \cos b_0 \\
 K_{25} &= \frac{R}{720 \rho^{n6}} \sin b_0 \cos b_0 (1 + 30 \sin^2 b_0 \cos^2 b_0) \\
 K_{26} &= \frac{R}{144 \rho^{n7}} \sin^2 b_0 (5 + 18 \cos^2 b_0) \\
 K_{27} &= \frac{61 R}{240 \rho^{n7}} \sin^2 b_0 \\
 K_{28} &= \frac{R}{720 \rho^{n7}} \sin^2 b_0 (1 + 120 \cos^2 b_0 - 90 \cos^4 b_0) \\
 K_{29} &= \frac{61 R}{5040 \rho^{n7}}
 \end{aligned}$$

2. Formeln für die geographischen Kugelkoordinaten b und l , abgeleitet aus den ebenen Koordinaten X und Y .

$$\begin{aligned}
 \psi &= K_{31} X - K_{32} Y^2 - K_{33} X^3 - K_{34} X Y^2 - K_{35} X^2 Y^2 + K_{36} Y^4 \\
 &\quad - K_{37} X^3 Y^2 + K_{38} X Y^4 + K_{39} X^5 + K_{40} X^2 Y^4 - K_{41} X^4 Y^2 \\
 &\quad - K_{42} Y^6.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda &= K_{43} Y + K_{44} X Y - K_{45} Y^3 + K_{46} X^2 Y - K_{47} X Y^3 + K_{48} X^3 Y \\
 &\quad - K_{49} X^2 Y^3 - K_{50} X^4 Y + K_{51} Y^5 + K_{52} X Y^5 - K_{53} X^3 Y^3 \\
 &\quad + K_{54} X^5 Y.
 \end{aligned}$$

Darin bedeutet:

$$\begin{aligned} K_{31} &= \frac{\rho''}{R} & K_{32} &= \frac{\rho''}{2 R^2} \operatorname{tg} b_0 \\ K_{33} &= \frac{\rho''}{6 R^3} & K_{34} &= \frac{\rho''}{2 R^3} \operatorname{tg}^2 b_0 \\ K_{35} &= \frac{\rho''}{2 R^4} \operatorname{tg}^3 b_0 & K_{36} &= \frac{\rho''}{24 R^4} \operatorname{tg} b_0 (1 + 3 \operatorname{tg}^2 b_0) \end{aligned}$$

$$K_{37} = \frac{\rho''}{12 R^5} \operatorname{tg}^2 b_0 (1 + 6 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{38} = \frac{\rho''}{24 R^5} \operatorname{tg}^2 b_0 (4 + 9 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{39} = \frac{\rho''}{24 R^5}$$

$$K_{40} = \frac{\rho''}{12 R^6} \operatorname{tg}^3 b_0 (5 + 9 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{41} = \frac{\rho''}{6 R^6} \operatorname{tg}^3 b_0 (2 + 3 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{42} = \frac{\rho''}{720 R^6} \operatorname{tg} b_0 (1 + 30 \operatorname{tg}^2 b_0 + 45 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{43} = \frac{1}{K_1} \qquad K_{44} = \frac{K_2 K_{31}}{K_1^2}$$

$$K_{45} = \frac{K_2 K_{32}}{K_1^2} - \frac{K_3}{K_1^4} \qquad K_{46} = \frac{K_2^2 K_{31}^2}{K_1^3}$$

$$K_{47} = \frac{K_2 K_{34}}{K_1^2} - 4 \frac{K_2 K_3 K_{31}}{K_1^5} + \frac{K_5 K_{31}}{K_1^4} + 2 \frac{K_2^2 K_{31} K_{32}}{K_1^3}$$

$$K_{48} = \frac{K_4 K_{31}^3}{K_1^2} - \frac{K_2 K_{33}}{K_1^2} + \frac{K_3^2 K_{31}^3}{K_1^4}$$

$$K_{49} = \frac{K_2 K_{35}}{K_1^2} - 10 \frac{K_2^2 K_3 K_{31}^2}{K_1^6} + 3 \frac{K_4 K_{31}^2 K_{32}}{K_1^2} + 4 \frac{K_2 K_5 K_{31}^2}{K_1^5}$$

$$- \frac{K_6 K_{31}^2}{K_1^4} + 2 \frac{K_2^2 K_{31} K_{34}}{K_1^3} + 3 \frac{K_3^2 K_{31}^2 K_{32}}{K_1^4}$$

$$K_{50} = 2 \frac{K_2 K_4 K_{31}^4}{K_1^3} - 2 \frac{K_2^2 K_{31} K_{33}}{K_1^3} + \frac{K_4^2 K_{31}^4}{K_1^5}$$

$$K_{51} = \frac{K_2 K_{36}}{K_1^2} - 4 \frac{K_2 K_3 K_{32}}{K_1^5} + 3 \frac{K_3^2}{K_1^7} + \frac{K_5 K_{32}}{K_1^4} + \frac{K_2^2 K_{32}^2}{K_1^3} - \frac{K_7}{K_1^6} *$$

* In dem Ausdruck K_{51} der von Rosenmund für λ abgeleiteten Formel (61) (von ihm mit [18¹] bezeichnet) fehlen folgende Glieder:

$$+ \frac{K_3^2}{K_1^7} - 2 \frac{K_2 K_3 K_{32}}{K_1^5} + \frac{K_2^2 K_{32}^2}{K_1^3}.$$

$$\begin{aligned}
 K_{52} = & 21 \frac{K_2 K_3^2 K_{31}}{K_1^8} - 4 \frac{K_2 K_3 K_{34}}{K_1^5} - 20 \frac{K_2^2 K_3 K_{31} K_{32}}{K_1^6} - 6 \frac{K_3 K_5 K_{31}}{K_1^7} \\
 & + \frac{K_2 K_{38}}{K_1^2} + 3 \frac{K_4 K_{31} K_{32}^2}{K_1^2} + \frac{K_5 K_{34}}{K_1^4} + 8 \frac{K_2 K_5 K_{31} K_{32}}{K_1^5} \\
 & - 2 \frac{K_6 K_{31} K_{32}}{K_1^4} - 6 \frac{K_2 K_7 K_{31}}{K_1^7} + \frac{K_9 K_{31}}{K_1^6} + 2 \frac{K_2^2 K_{31} K_{36}}{K_1^3} \\
 & + 2 \frac{K_2^2 K_{32} K_{34}}{K_1^3} + 3 \frac{K_3^2 K_{31} K_{32}^2}{K_1^4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{53} = & \frac{K_2 K_{37}}{K_1^2} + 4 \frac{K_2 K_3 K_{33}}{K_1^5} - 4 \frac{K_3 K_4 K_{31}^3}{K_1^5} - 22 \frac{K_3^2 K_3 K_{31}^3}{K_1^7} \\
 & + 3 \frac{K_4 K_{31}^2 K_{34}}{K_1^2} - \frac{K_5 K_{33}}{K_1^4} + 10 \frac{K_2^2 K_5 K_{31}^3}{K_1^6} - 4 \frac{K_2 K_6 K_{31}^3}{K_1^5} \\
 & + \frac{K_{10} K_{31}^3}{K_1^4} + 2 \frac{K_2^2 K_{31} K_{35}}{K_1^3} + 8 \frac{K_2 K_4 K_{31}^3 K_{32}}{K_1^3} - 2 \frac{K_2^2 K_{32} K_{33}}{K_1^3} \\
 & + 3 \frac{K_3^2 K_{31}^2 K_{34}}{K_1^4} + 4 \frac{K_4^2 K_{31}^3 K_{32}}{K_1^5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{54} = & \frac{K_2 K_{39}}{K_1^2} + \frac{K_8 K_{31}^5}{K_1^2} - 3 \frac{K_4 K_{31}^2 K_{33}}{K_1^2} - 3 \frac{K_3^2 K_{31}^2 K_{33}}{K_1^4} \\
 & + 3 \frac{K_2^2 K_4 K_{31}^5}{K_1^4} + \frac{K_5^2 K_{31}^5}{K_1^6}
 \end{aligned}$$

3. Formeln für die Meridiankonvergenz μ in Funktion der ebenen Koordinaten X und Y .

$$\begin{aligned}
 \mu = & K_{55} Y + K_{56} X Y + K_{57} X^2 Y - K_{58} Y^3 - K_{59} X Y^3 + K_{60} X^3 Y \\
 & - K_{61} X^2 Y^3 + K_{62} X^4 Y + K_{63} Y^5 + K_{64} X Y^5 - K_{65} X^3 Y^3 \\
 & + K_{66} X^5 Y.
 \end{aligned}$$

Darin bedeutet:

$$K_{55} = \frac{\rho''}{R} \operatorname{tg} b_0$$

$$K_{56} = \frac{\rho''}{R^2} \operatorname{tg}^2 b_0$$

$$K_{57} = \frac{\rho''}{2 R^3} \operatorname{tg} b_0 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{58} = \frac{\rho''}{6 R^2} \operatorname{tg} b_0 (1 + 2 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{59} = \frac{\rho''}{3 R^4} \operatorname{tg}^2 b_0 (2 + 3 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{60} = \frac{\rho''}{3 R^4} \operatorname{tg}^2 b_0 (2 + 3 \operatorname{tg}^2 b_0)$$

$$K_{61} = \frac{\rho''}{12 R^5} \operatorname{tg} b_0 (1 + 20 \operatorname{tg}^2 b_0 + 24 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{62} = \frac{\rho''}{24 R^5} \operatorname{tg} b_0 (1 + 20 \operatorname{tg}^2 b_0 + 24 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{63} = \frac{\rho''}{120 R^5} \operatorname{tg} b_0 (1 + 20 \operatorname{tg}^2 b_0 + 24 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{64} = \frac{\rho''}{15 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 (2 + 15 \operatorname{tg}^2 b_0 + 15 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{65} = \frac{\rho''}{9 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 (4 + 30 \operatorname{tg}^2 b_0 + 30 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

$$K_{66} = \frac{\rho''}{15 R^6} \operatorname{tg}^2 b_0 (2 + 15 \operatorname{tg}^2 b_0 + 15 \operatorname{tg}^4 b_0)$$

Die Formeln für die Azimutreduktionen und das Vergrößerungsverhältnis wurden nicht abgeleitet, da die von Rosenmund abgeleiteten Formeln die für größere Gebiete erforderliche Genauigkeit gewährleisten.

Schweizerischer Geometerverein

Geschäftsbericht für das Jahr 1941

1. Allgemeines

Im Leben des Vereins für sich betrachtet, verlief das Berichtsjahr normal. Die dringlichen Bedürfnisse der Kriegswirtschaft brachten unserem Berufsstande Arbeit in Hülle und Fülle. Wie eine Grundwelle bahnte sich die Notwendigkeit einer forcierten Bodenkultur Bahn in den Überlegungen von Behörden und Bauern. Die kluge und kraftvolle Führung unserer obersten Landesbehörde stellte die Anhandnahme von Meliorationen durch Zwangsbestimmungen sicher; die Einsicht der Bauernschaft ließ dasselbe Ziel auf freiwilligem Wege erreichen. Schade nur, daß diese umfangreichen Arbeiten unter dem Zwang der Verhältnisse nicht mit mehr Ruhe und Überlegung durchgeführt werden können. Eine reiflichere Abwägung der verschiedenen Möglichkeiten, die jedem Unternehmen eigen sind, würde gewiß vielfach wirkungsvollere Ergebnisse zeitigen. Die Durchführung eines Ideenwettbewerbes für Millionenunternehmen halten wir in Zukunft für gerechtfertigt.

Ist im äußeren Geschehen des Vereins nicht viel zu melden, so hat er im inneren Ausbau einen wesentlichen Schritt weiter getan im Sinne einer strafferen und ökonomischeren Geschäftsführung. Damit wird aber diese Entwicklung kaum abgeschlossen sein. Im Zusammenhang mit der erfolgten Lösung der Studienfrage wird zu prüfen sein, ob der Schweizerische Geometerverein durch Ausweitung seiner Wirksamkeit zu einem Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik auszubauen sei.

Der Verein hat den Verlag des Buches „Vermessung — Grundbuch — Karte“, Festschrift zur Schweizerischen Landesausstellung in Zürich, übernommen.

2. Mitgliederbewegung

Im Berichtsjahr hat der Verein folgende Mitglieder durch den Tod verloren: Grivaz Henri, Lausanne; Imobersteg, Bern; Steinegger, Neunkirch; Briner, Bern; Keller Albert, Bellinzona; Mändli, Basel; Rougemont, Bern.

Der Schweizerische Geometerverein gedenkt ihrer in Dankbarkeit und wird ihnen ein gutes Andenken bewahren.