Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières

Herausgeber: Schweizerischer Geometerverein = Association suisse des géomètres

Band: 42 (1944)

Heft: 11

Artikel: Compensation d'un réseau de nivellement

Autor: Hunziker, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-201841

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

SCHWEIZERISCHE
Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik
ORGAN DES SCHWEIZ. GEOMETERVEREINS
Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Kulturtechnik / Offiz. Organ der Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie
Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières
ORGANE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES GÉOMÈTRES
Organe officiel de l'Association Suisse du Génie rural / Organe officiel de la Société Suisse de Photogrammétrie
Redaktion: Dr. h. c. C. F. BAESCHLIN, Professor, Zollikon (Zürich)
Ständ. Mitarbeiter für Kulturtechnik: E. RAMSER, Prof. für Kulturtechnik an der ETH., Freie Straße 72, Zürich
Redaktionsschluß: Am 1. jeden Monats
Expediton, Inseraten- und Abonnements-Annahme
BUCHDRUCKEREI WINTERTHUR AG., WINTERTHUR

No. 11 • XLII. Jahrgang der „Schweizerischen Geometer-Zeitung" Erscheinend am zweiten Dienstag jeden Monats **14. November 1944** **Inserate:** 25 Cts. per einspalt. Millimeter-Zeile. Bei Wiederholungen Rabatt gemäß spez. Tarif	**Abonnemente:** Schweiz Fr. 14. —, Ausland Fr. 18. — jährlich Für Mitglieder der Schweiz. Gesellschaften für Kulturtechnik u. Photogrammetrie Fr. 9. — jährl. Unentgeltlich für Mitglieder des Schweiz. Geometervereins

Compensation d'un réseau de nivellement

Par *Ad. Hunziker.*

Dans le numéro du 14 décembre 1943, pages 325 et suivantes, de ce journal, nous avons traité de la compensation d'un réseau de nivellement composé de cinq polygonales fermées. Le problème à résoudre consistait à réduire à zéro l'écart W de fermeture de ces polygonales. Soit $W = 0$.

Dans le présent article, nous examinerons le cas très fréquent d'un réseau partant de points fixes donnés et aboutissant à des points inconnus dont on se propose de calculer l'altitude compensée.

Les points fixes donnés sont les points A, B, ... H. Les points nouveaux étant désignés par I, II, III et IV. Les différences d'altitudes nivellées sont numérotées de 1 à 16. Le problème à résoudre consiste à calculer l'altitude compensée des points I à IV en utilisant la totalité des 16 différences nivellées et de telle manière que la somme des carrés des erreurs soit un minimum. $[vv] = \min$.

Les sections ont été mesurées à double, comme cela se doit, le principe étant «une mesure n'est pas une mesure» cependant, dans notre exemple, nous admettrons que les sections 6 et 9 soit de C à II et de H à II sont simples, c'est-à dire mesurées dans un seul sens.

Le réseau qui nous occupe a la disposition suivante:

Les éléments donnés sont:

Points fixes	
Repère	Altitude
A	870,593 m.
B	507,802 m.
C	551,312 m.
D	523,745 m.
E	878,989 m.
F	840,269 m.
G	735,020 m.
H	507,989 m.

Différences de niveau mesurées				
N°	Δh	Dist.	$R = 2$ $S = 1$	$P = \frac{1}{D}$
1	90,316 m.	0,8	2	1,25
2	272,500 m.	1,5	2	0,67
3	10,487 m.	1,5	2	0,67
4	272,307 m.	1,9	2	0,53
5	282,994 m.	1,6	2	0,62
6	239,482 m.	1,4	1	0,36
7	65,446 m.	1,7	2	0,59
8	96,214 m.	1,4	2	0,72
9	282,758 m.	1,5	1	0,33
10	174,021 m.	1,5	2	0,67
11	201,570 m.	1,6	2	0,62
12	153,668 m.	1,0	2	1,00
13	161,640 m.	0,7	2	1,43
14	46,688 m.	0,8	2	1,25
15	151,912 m.	1,3	2	0,77
16	378,944 m.	2,2	2	0,46

Au moyen des éléments donnés ci-dessus, il nous est possible de calculer l'altitude provisoire de nos points I à IV.

Cette altitude est:

pour I de 780,300 m.
» II » 790,770 m.
» III » 725,320 m.
» IV » 886,950 m.

Dans l'ordre 1 à 16 tel que nous l'avons adopté, nous formons maintenant les différences de niveau calculées en retranchant les altitudes provisoires de nos points nouveaux des altitudes fixes de nos points donnés.

Ex. Point A alt. = 870,593 m. — alt. I 780,300 m. = Δh calculé soit 90,293 m.

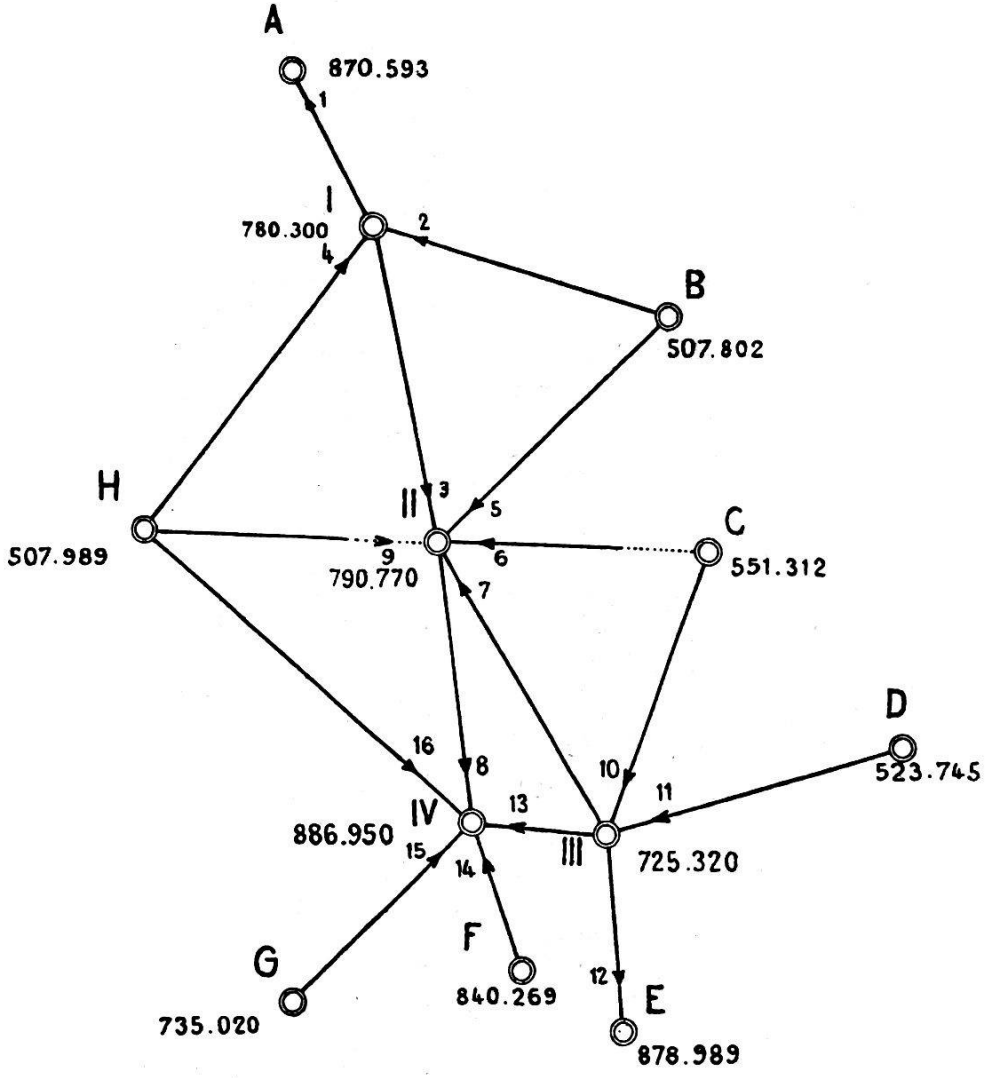

Fig. 1. Croquis schématique

Ceci fait, et toujours dans l'ordre 1 à 16, nous retrancherons les différences de niveau mesurées des différences de niveau que nous venons de calculer et nous obtiendrons les f et par conséquent tous les éléments nécessaires à la pose des équations normales.

De manière à pouvoir poser facilement nos équations normales établissons maintenant un tableau récapitulatif de tous les éléments de notre problème.

Les éléments ainsi obtenus sont:

N°	Δh calculé 1	Δh mesuré 2	$f = 1 - 2$
1	90,293 m.	90,316 m.	— 2,3 cm.
2	272,498 m.	272,500 m.	— 0,2 cm.
3	10,470 m.	10,487 m.	— 1,7 cm.
4	272,311 m.	272,307 m.	+ 0,4 cm.
5	282,968 m.	282,994 m.	— 2,6 cm.
6	239,458 m.	239,482 m.	— 2,4 cm.
7	65,450 m.	65,446 m.	+ 0,4 cm.
8	96,180 m.	96,214 m.	— 3,4 cm.
9	282,781 m.	282,758 m.	+ 2,3 cm.
10	174,008 m.	174,021 m.	— 1,3 cm.
11	201,575 m.	201,570 m.	+ 0,5 cm.
12	153,669 m.	153,668 m.	+ 0,1 cm.
13	161,630 m.	161,640 m.	— 1,0 cm.
14	46,681 m.	46,688 m.	— 0,7 cm.
15	151,930 m.	151,912 m.	+ 1,8 cm.
16	378,961 m.	378,944 m.	+ 1,7 cm.

En nous inspirant de notre croquis schématique, fig. 1 et toujours dans l'ordre 1 à 16, nous pouvons poser:

N°	Dist.	P	I	II	III	IV	f	Pf	Pff
1	0,8	1,25	— 1				— 2,3	2,87	6,6
2	1,5	0,67	+ 1				— 0,2	0,13	0,0
3	1,5	0,67	— 1	+ 1			— 1,7	1,14	1,9
4	1,9	0,53	+ 1				+ 0,4	0,21	0,1
5	1,6	0,62		+ 1			— 2,6	1,61	4,2
6	1,4	0,36		+ 1			— 2,4	0,86	2,1
7	1,7	0,59		+ 1	— 1		+ 0,4	0,24	0,1
8	1,4	0,72		— 1		+ 1	— 3,4	2,45	8,3
9	1,5	0,33		+ 1			+ 2,3	0,76	1,7
10	1,5	0,67			+ 1		— 1,3	0,87	1,1
11	1,6	0,62			+ 1		+ 0,5	0,31	0,2
12	1,0	1,00			— 1		+ 0,1	0,10	0,0
13	0,7	1,43			— 1	+ 1	— 1,0	1,43	1,4
14	0,8	1,25				+ 1	— 0,7	0,87	0,6
15	1,3	0,77				+ 1	+ 1,8	1,39	2,5
16	2,2	0,46				+ 1	+ 1,7	0,78	1,3
	22,4								32,1

Longueur moyenne des sections $= \frac{22,4}{16} = 1,4$ km.

De tête, et sans aucune difficulté, le tableau ci-dessus nous permet de poser les équations normales qui sont les suivantes:

$$
\begin{aligned}
+ 3,12\,x\mathrm{I} - 0,67\,x\mathrm{II} \quad 0\,x\mathrm{III} \quad 0\,x\mathrm{IV} + 4,09 &= 0\\
+ 3,29\,x\mathrm{II} - 0,59\,x\mathrm{III} - 0,72\,x\mathrm{IV} - 0,16 &= 0\\
+ 4,31\,x\mathrm{III} - 1,43\,x\mathrm{IV} + 0,53 &= 0\\
+ 4,63\,x\mathrm{IV} - 2,58 &= 0
\end{aligned}
$$

Les équations ainsi posées, leur résolution donne:

	+3,12xI	—0,67xII	0xIII	0xIV	+4,09	+1			
	+1	—0,215	0	0	+1,310	+0,320			
xI =	—1,330	—0,020	0	0	—1,310				
		+3,29xII	—0,59xIII	—0,72xIV	—0,16		+1		
		—0,14	0,00	0,00	+0,88	+0,215			
		+3,15	—0,59	—0,72	+0,72	+0,215	+1		
		+1	—0,187	—0,229	+0,229	+0,068	+0,318		
	xII =	—0,091	+0,010	+0,128	—0,229				
			+4,31xIII	—1,43xIV	+0,53			+1	
			0,00	0,00	0,00	0,000			
			—0,11	—0,13	+0,13	+0,040	+0,187		
			+4,20	—1,56	+0,66	+0,040	+0,187	+1	
			+1	—0,372	+0,157	+0,010	+0,044	+0,238	
		xIII =	+0,051	+0,208	—0,157				
				+4,63xIV	—2,58				+1
				0,00	0,00	0,000			
				—0,16	+0,16	+0,049	+0,229		
				—0,58	+0,24	+0,015	+0,070	+0,372	
				+3,89	—2,18	+0,064	+0,299	+0,372	+1
				+1	—0,56	+0,016	+0,077	+0,095	+0,257
			xIV =	+0,56	+0,56				
	Σ_1	Σ_2							
	—5,37	—5,43				+0,320			
	—0,16	+0,01				+0,001	+0,318		
	—0,10	+0,03				0	+0,021	+0,238	
	—1,22	—1,45				+0,014	+0,008	+0,035	+0,257
	—6,85	—6,84		m²	=1,27	+0,335	+0,347	+0,273	+0,257

Les corrections xI, xII, xIII, xIV étant maintenant connues, il suffira de les ajouter respectivement à l'altitude provisoire correspondante de chacun de nos quatre points pour obtenir l'altitude compensée cherchée.

Nous avons ainsi:

Point	I	alt. prov.	= 780,300 m.	— 0,013 m.	=	alt. déf.	soit:	780,287 m.	±0,006 m.
»	II	»	» = 790,770 m.	— 0,001 m.	=	»	»	790,769 m.	±0,007 m.
»	III	»	» = 725,320 m.	+ 0,001 m.	=	»	»	725,321 m.	±0,006 m.
»	IV	»	» = 886,950 m.	+ 0,006 m.	=	»	»	886,956 m.	±0,006 m.

Les corrections xI, xII, ... xIV, à apporter à nos altitudes provisoires étant maintenant connues, notre problème peut être considéré comme résolu.

Cependant nos calculs ne seront terminés qu'après avoir été vérifiés. Σ_3 nous fournira la preuve que notre compensation est exacte. Il est à remarquer que Σ_3 est toujours plus petit que Σ_1 et Σ_2, ceci provient tout simplement du fait que nos facteurs xI, xII, ... xIV ont été obtenus dans notre équation au $^1/_{100}$ de mm. et que pour la suite de nos calculs nous avons arrondi ces facteurs au mm.

Notre compensation étant dûment contrôlée, nous vérifierons encore que le problème est dans son ensemble correctement posé, en faisant la preuve des $\Delta h + v$.

Dans le tableau ci-après, nous déterminons les v ($v = f + x$).

Ceci fait, nous déterminerons encore les $\Delta h + v$ en ajoutant tout simplement v à Δh mesuré comme nous l'indique notre formule.

En retranchant, dans l'ordre 1 à 16 comme nous l'avons fait pour les Δh calculés nos altitudes définitives cherchées des altitudes fixes de nos points donnés A, B, C, ... H, nous obtiendrons également les $\Delta h + v$. Ces derniers devront coïncider jusqu'à la dernière décimale avec les $\Delta h + v$ du tableau ci-après. Ceci étant nous pourrons considérer notre problème comme résolu et bien résolu et nous passerons au calcul des différentes erreurs moyennes.

Dans la pratique, le calcul prend beaucoup moins d'ampleur que le développement de cet article pourrait le laisser supposer. Une seule tabelle, contenant toutes les données de ce problème pourra être établie. En ce faisant, on évitera les répétitions qui ne sont qu'une source d'erreurs et une perte de temps. Les calculs de contrôle qui font l'objet de notre dernière tabelle pourront très facilement s'intercaler entre les lignes.

Le calcul des erreurs moyennes de nos sections de nivellement sera fait au moyen des formules en usage pour les nivellements de ligne.

N°	I —1,3	II —0,1	III +0,1	IV +0,6	f	$v=f+x$	P	Pvv	$\Delta h+v$
1	+1,3				—2,3	—1,0	1,25	1,25	90,306
2	—1,3				—0,2	—1,5	0,67	1,51	272,485
3	+1,3	—0,1			—1,7	—0,5	0,67	0,17	10,482
4	—1,3				+0,4	—0,9	0,53	0,43	272,298
5		—0,1			—2,6	—2,7	0,62	4,52	282,967
6		—0,1			—2,4	—2,5	0,36	2,25	239,457
7		—0,1	—0,1		+0,4	+0,2	0,59	0,02	65,448
8		+0,1		+0,6	—3,4	—2,7	0,72	5,25	96,187
9		—0,1			+2,3	+2,2	0,33	1,59	282,780
10			+0,1		—1,3	—1,2	0,67	0,96	174,009
11			+0,1		+0,5	+0,6	0,62	0,22	201,576
12			—0,1		+0,1	0,0	1,00	0,00	153,668
13			—0,1	+0,6	—1,0	—0,5	1,43	0,36	161,635
14				+0,6	—0,7	—0,1	1,25	0,01	46,687
15				+0,6	+1,8	+2,4	0,77	4,43	151,936
16				+0,6	+1,7	+2,3	0,46	2,43	378,967
								25,40	

$$= [Pvv] - [Pff] = 25,40 - 32,10 = -6,70$$

Total des différences d'altitude nivelées = 16
» » » » nécessaires = 4
» » » » superflues = 12

$$m^2 = \frac{25,40}{12} = 1,27$$

$$m = \pm 1,13 \text{ cm.}$$

$$Mx\text{I} = \pm \sqrt{1,27 . 0,335} = \pm 0,6 \text{ cm.}$$

$$Mx\text{II} = \pm \sqrt{1,27 . 0,347} = \pm 0,7 \text{ cm.}$$

$$Mx\text{III} = \pm \sqrt{1,27 . 0,273} = \pm 0,6 \text{ cm.}$$

$$Mx\text{IV} = \pm \sqrt{1,27 . 0,257} = \pm 0,6 \text{ cm.}$$

L'exemple de calcul traité ci-dessus pourra servir de modèles pour tous les cas présentant la même forme, c'est-à-dire partant de points fixes et aboutissant à des points inconnus.

Berne, janvier 44.