

Über ein besonderes Nivellementsgewicht

Autor(en): **Leemann, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières**

Band (Jahr): **44 (1946)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-203898>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

verhältnisse voraus. Das Primat der Güterzusammenlegung vor allen zukünftigen Meliorationen dürfte daher eindeutig gerechtfertigt sein.

Die vorstehenden Erwägungen machen keineswegs Anspruch auf erschöpfende Behandlung des Stoffes. Wie eingangs erwähnt, stellen sie nur Skizzen dazu dar.

Über ein besonderes Nivellementsgewicht

Von W. Leemann, alt Kantonsgeometer

Sofern es sich nicht um ein sehr ausgedehntes Nivellement (Landesnivellement) handelt und von systematischen Fehlereinflüssen abgesehen werden kann, wird bekanntlich der *mittlere Nivellementsfehler* mit guter Näherung aus einer nicht allzu kleinen Zahl von Schleifenwidersprüchen erhalten, nach der Formel:

$$m = \sqrt{\frac{[pw^2]}{n}}$$

Hierin bedeuten: p das Gewicht der Schleife
 w den Schleifenwiderspruch
 n die Anzahl der Schleifen

Das Gewicht einer Schleife von der Länge L wird in der Regel gesetzt:

$$p = \frac{1}{L}$$

Um zu prüfen, ob in einem bestimmten Falle dieses Gewicht zutreffend ist, kann man folgenden Weg einschlagen:

Man ordnet zunächst die n -Ausdrücke $p \cdot w^2$ nach wachsenden L und teilt die so erhaltene Reihe in mehrere Gruppen ein. Sodann berechnet man aus jeder Gruppe einzeln den mittleren Fehler m nach obiger Formel.

Da vorausgesetzt wird, daß kein systematischer Fehler vorhanden ist, müssen, sofern das Gewicht zutrifft, die verschiedenen Werte für den mittleren Fehler im Sinne der Fehlertheorie annähernd gleich groß sein. Ergeben sich stark voneinander abweichende Werte, so liegt die Vermutung nahe, das Gewicht sei fehlerhaft.

In letzterem Falle ist für die Netzausgleichung ein besseres Gewicht zu ermitteln.

Als *Beispiel* zu einer solchen Gewichtsprüfung soll das in den Jahren 1915–1917 durchgeführte *Präzisionsnivellement der Stadt Zürich* herangezogen werden¹. Dieses Nivellement wurde mittels des Zeißinstrumentariums, d. h. mit dem Nivellierinstrument Typ III und zwei Invarmiren,

¹ Herr Prof. S. Bertschmann, Vorsteher des städt. Vermessungsamtes, hat mir das Beobachtungsmaterial in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

durchgeführt. Die letzteren hatte das Eidg. Amt für Maß und Gewicht während der Ausführungszeit mehrmals auf den „Lattenmeter“ untersucht, und der Befund wurde jeweils in aller Strenge in Rechnung gestellt.

Das Netz erstreckt sich auf das ganze Gebiet der Stadt, so daß neben ebenen Linien auch solche starker Steigung zu nivellieren waren. Demgemäß schwankten die Zielweiten, welche normalerweise 20 m betragen, stark. Im Gebiete des Zürichberges sanken sie bis auf 6 m herab, wogegen in ebenen Gebieten und bei günstigen Luftverhältnissen bis auf 35 m gegangen wurde. Die Keilmarken im Fernrohr wurden nacheinander auf die beiden Mirenteilungen (große und kleine Zahlen) eingestellt, die Trommelablesungen am Glasmikrometer auf einen halben Parswert (0,05 mm) auf- oder abgerundet. Im übrigen wurden die Operationen in üblicher Weise durchgeführt (Wiederholung von Vor- und Rückblick, Hin- und Rücknivellement). Besonders steile Strecken wiederholte man drei- bis viermal und gab ihnen entsprechend größeres Gewicht.

Das ganze Netz wurde einheitlich durch Vermessungsassistent *E. Fischli* beobachtet.

Das Netz besteht aus 24 Schleifen, deren Widersprüche nach der Methode der kl. Quadrate ausgeglichen wurden. Das Nivellementsgewicht setzte man, wie üblich, umgekehrt proportional den Streckenlängen zwischen den Knotenpunkten.

Dieses Beispiel ergibt nun für die nach wachsenden Schleifenlängen L geordneten Größen $\frac{w^2}{L}$ folgende Tabelle (mit Rücksicht auf die verhältnismäßig kleine Zahl der Schleifen, wurden nur zwei Gruppen gebildet):

| Gruppe 1 | | | | Gruppe 2 | | | |
|------------------|------------------------|--------|-----------------|------------------|------------------------|--------|-----------------|
| Nr. der Schleife | Länge L der Schleife | w mm | $\frac{w^2}{L}$ | Nr. der Schleife | Länge L der Schleife | w mm | $\frac{w^2}{L}$ |
| | km | | | | km | | |
| 5 | 2,8 | +1,1 | 0,43 | 16 | 5,7 | +0,1 | 0,00 |
| 7 | 2,9 | —0,1 | 0,00 | 24 | 5,7 | +0,3 | 0,02 |
| 8 | 3,1 | —0,6 | 0,12 | 4 | 5,8 | +0,4 | 0,02 |
| 18 | 3,4 | —0,7 | 0,14 | 19 | 5,8 | —0,7 | 0,09 |
| 22 | 3,5 | —1,5 | 0,64 | 10 | 6,0 | —0,3 | 0,02 |
| 15 | 3,6 | +0,2 | 0,01 | 13 | 6,0 | —1,3 | 0,28 |
| 21 | 4,0 | +0,4 | 0,04 | 6 | 6,1 | —1,6 | 0,42 |
| 17 | 4,9 | +2,1 | 0,90 | 9 | 6,2 | —0,7 | 0,08 |
| 14 | 5,1 | +1,0 | 0,20 | 3 | 6,4 | +0,2 | 0,01 |
| 23 | 5,1 | +0,9 | 0,16 | 1 | 7,2 | +1,1 | 0,17 |
| 20 | 5,4 | —0,9 | 0,15 | 12 | 7,4 | +1,0 | 0,14 |
| 11 | 5,6 | —0,4 | 0,03 | 2 | 8,1 | —0,7 | 0,06 |
| | | | 2,82 | | | | 1,31 |

$$m_1 = \sqrt{\frac{2,82}{12}} = \pm \underline{0,48 \text{ mm}}$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{1,31}{12}} = \pm \underline{0,33 \text{ mm}}$$

Es zeigt sich also zwischen den aus den beiden Gruppen berechneten mittleren Fehlern m_1 und m_2 ein *auffallender Unterschied*. Daher muß, wie schon oben bemerkt, vermutet werden, daß das angenommene Gewicht $p = \frac{1}{L}$ ungenügend sei.

Auf der Suche nach einem besseren Gewicht bin ich nun auf die Beobachtungen zurückgegangen, in der Erwartung, daß aus diesen das Fehlergesetz, bzw. das Gewicht abgeleitet werden könne. In der Tat bieten sie dazu eine schöne Gelegenheit. Der Umstand nämlich, daß jeweils an den beiden Teilungen, welche um einen konstanten Betrag gegeneinander verschoben sind, abgelesen wurde, gestattet die Größe dieses Betrages zu bestimmen, und die übrig bleibenden Fehler führen dann, wenn nicht zum vollständigen Nivellementsfehler, so doch zu einem wesentlichen Teil desselben. Die übrigbleibenden Fehler setzen sich nämlich in der Hauptsache zusammen aus:

1. dem Zielfehler,
2. dem Libelleneinstellfehler,
3. dem zufälligen Teilungsfehler der Miren,
4. dem Abrundungsfehler der Trommelablesung.

Zur Bestimmung des Betrages der Teilungsverschiebung habe ich 600 Beobachtungen herangezogen, wovon je 300 auf die beiden Miren entfallen. Dabei erhielt ich für die eine Mire die Teilungsverschiebung zu 2,5050 mm, für die andere zu 2,5042 mm. Auf Grund der übrigbleibenden Fehler habe ich dann den mittleren Fehler einer Unterschiedsbeobachtung berechnet. Da zu vermuten war, daß diese mittleren Fehler wesentlich eine Funktion der Zielweiten seien, bildete ich sechs Gruppen mit Zielweiten von 5–10, 10–15, 15–20, 20–25, 25–30 und 30–35 m und bestimmte für jede Gruppe einzeln den mittleren Fehler. Dabei ergaben sich überraschenderweise folgende, miteinander nahezu übereinstimmende sechs Werte:

$$m_1 = \pm 0,059, m_2 = \pm 0,062, m_3 = \pm 0,067, m_4 = \pm 0,061, \\ m_5 = \pm 0,060, m_6 = \pm 0,063 \text{ mm.}$$

Nach diesem Ergebnis sind also die oben genannten vier Fehler in ihrer Gesamtheit, im Bereiche der gewählten Zielweiten von 5–35 m, von der Zielweite praktisch unabhängig. Mit andern Worten: die von der Zielweite unabhängigen Fehler 3 und 4 überschatten die von der Zielweite abhängigen Fehler 1 und 2 vollständig.

Für den mittleren Fehler einer Strecke, bzw. einer Schleife, ist daher nicht die Länge L , sondern die Anzahl der Instrumentenstationen, welche nachfolgend mit J bezeichnet wird, als maßgebend anzusehen.

Es ist also zu setzen:

$$\underline{m = k\sqrt{J}}$$

und $\underline{p = \frac{1}{J}}$

Geht man nun zur Prüfung dieses Gewichtes in gleicher Weise wie oben vor, d. h. bildet man die Werte $\frac{w^2}{J}$ und ordnet sie zu einer Reihe mit wachsenden J , so ergibt sich folgende Aufstellung (der den Werten $\frac{w^2}{J}$ beigesetzte Faktor 25 entspricht der durchschnittlichen Anzahl der Stationen pro km; er bezweckt die bessere Vergleichung der Ergebnisse der beiden Gewichtsprüfungen miteinander):

| Gruppe 1 | | | | Gruppe 2 | | | |
|---|-------------------------|--------|--------------------------|---|-------------------------|--------|--------------------------|
| Nr. der Schleife | Anzahl J pro Schleife | w mm | $\frac{25 \cdot w^2}{J}$ | Nr. der Schleife | Anzahl J pro Schleife | w mm | $\frac{25 \cdot w^2}{J}$ |
| 5 | 63 | +1,1 | 0,488 | 13 | 134 | —1,3 | 0,316 |
| 15 | 80 | +0,2 | 0,013 | 18 | 140 | —0,7 | 0,088 |
| 8 | 84 | —0,6 | 0,107 | 14 | 143 | +1,0 | 0,175 |
| 7 | 85 | —0,1 | 0,003 | 17 | 143 | +2,1 | 0,774 |
| 22 | 89 | —1,5 | 0,640 | 12 | 149 | +1,0 | 0,168 |
| 21 | 104 | +0,4 | 0,039 | 19 | 160 | —0,7 | 0,077 |
| 10 | 111 | —0,3 | 0,020 | 20 | 162 | —0,9 | 0,123 |
| 11 | 113 | —0,4 | 0,035 | 24 | 163 | +0,3 | 0,014 |
| 6 | 114 | —1,6 | 0,560 | 16 | 164 | +0,1 | 0,002 |
| 4 | 120 | +0,4 | 0,103 | 3 | 175 | +0,2 | 0,006 |
| 9 | 120 | —0,7 | 0,033 | 2 | 213 | —0,7 | 0,058 |
| 23 | 131 | +0,9 | 0,155 | 1 | 218 | +1,1 | 0,140 |
| | | | 2,196 | | | | 1,941 |
| $m_1 = \sqrt{\frac{2,196}{12}} = \pm \underline{0,43 \text{ mm}}$ | | | | $m_2 = \sqrt{\frac{1,941}{12}} = \pm \underline{0,40 \text{ mm}}$ | | | |

Wie ersichtlich, stimmen hier die aus den beiden Gruppen errechneten mittleren Fehler m_1 und m_2 sehr gut miteinander überein. *Das neue Gewicht $p = \frac{1}{J}$ kann daher als zutreffend bezeichnet werden.*

Es leuchtet ohne weiteres ein, daß dieses Gewicht auch für den Fall gleicher Zielweiten (Gelände mit mäßigen Neigungen) gilt, so daß es bei Nivellements, die mit dem gleichen Instrumentarium und nach der gleichen Methode, wie dasjenige der Stadt Zürich, durchgeführt sind, allgemein an die Stelle des bisher üblichen Gewichtes gesetzt werden kann.

Für das ganze stadtzürcherische Netz ergibt sich nach obigem für eine Strecke mit 25 Instrumentenstationen ein mittlerer Fehler von

$$m = \frac{0,43 + 0,40}{2} = \pm 0,415 \text{ mm}$$

Pro Station beträgt der Fehler also

$$m_1 = \frac{0,415}{\sqrt{25}} = \pm 0,083 \text{ mm}$$

Allgemein ist daher als mittlerer Fehler zu setzen:

$$\underline{m = 0,083 \sqrt{J}}$$

Darnach ergibt sich beispielsweise für

$$J = 16, m = \pm 0,332 \text{ mm.}$$

$$J = 49, m = \pm 0,581 \text{ mm.}$$

Es sind das sehr beachtenswerte Genauigkeiten.

Bestimmung des mittleren Gefälles anhand eines Kurvenplanes

(Schluß)

Zur Bestimmung der Kurvenlängen wird am besten der Kurvenmesser (Kurvimeter) verwendet, bei welchem man entweder die Längen auf der entsprechenden Maßstab-Skala direkt ablesen kann, oder man vergrößert die gemessenen Längen mit dem entsprechenden Faktor des Maßstabes.

Um das Gefälle in % zu erhalten, muß das Resultat mit 100 multipliziert werden. Es ergibt sich daraus folgende Formel:

$$N_m (\%) = \frac{a \text{ (km)}}{F \text{ (km}^2\text{)}} \Sigma [L \text{ (km)}] 100 = \frac{a \text{ (m)}}{F \text{ (km}^2\text{)}} \Sigma [l \text{ (m)}] \frac{M}{10\,000}$$

$$\underline{N_m (\%) = \frac{M a \text{ (m)}}{10\,000} \frac{\Sigma [l \text{ (m)}]}{F \text{ (km}^2\text{)}}}$$

Dabei bedeuten:

N_m = mittleres Gefälle

a = Äquidistanz

F = Fläche des entsprechenden Gebietes in der Projektion

$1:M$ = Karten-Maßstab

L = Kurvenlänge im Maßstab 1:1

l = Kurvenlänge im Maßstab 1:M

Als Beispiel sei auf der nächsten Seite das Kurvenbild des Gurten im Maßstab 1:25 000 mit einer Äquidistanz von 20 m gegeben.