

# Utilisation du théodolite astronomique Wild T4 pour la détermination de l'heure par l'observation des passages au voisinage du méridien

Autor(en): **Bachmann, W.K.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und  
Kulturtechnik = Revue technique suisse des mensurations et  
améliorations foncières**

Band (Jahr): **44 (1946)**

Heft 8

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-203915>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Der Netzaufbau der einzelnen Gruppen in diesem reinen Gebirgskanton war nicht schwierig; die vielen Kuppen, Gipfel, vorgelagerten Terrassenpunkte mit allseitig möglichen Sichten ergaben einfache und gute Bestimmungen, so daß bei der einfachen Berechnung nach der Dreiecksmethode, ohne Ausgleichung, die erhaltenen Ergebnisse für Koordinaten und Höhen für die vorgesehenen Zwecke genügten. *Abbildung 5* gibt einen Teil des Reberschen Netzes wieder. Die Durchführung der Gebirgstriangulation Graubündens während zwölf Sommern bedeutete nicht nur ein vollgerütteltes Maß an organisatorischen Vorarbeiten, Rekonoszierungen, Versicherungen, Signalisierungen, Winkelbeobachtungen und schließlich Berechnungen, sondern auch eine ganz hervorragende körperliche Leistung. Nur der Hochgebirgs-Trigonometer kann ermessen, was Ing. Reber geleistet hat; neben den Enttäuschungen infolge vergeblicher Besteigungen, behindert durch Nebel, abgeschlagen wegen schlechter Witterung, Gewitter, Steinschlag und so fort erfüllte es ihn auch mit Freude, wenn die Beobachtungen bei strahlendem Wetter erfolgen konnten. Ein Tagebuch gibt über seine touristischen Leistungen und über die zahlreichen volkstümlichen Beobachtungen interessante Auskunft. Das Hauptmerkmal der Jacky-Reberschen Triangulation liegt gegenüber den frühern Arbeiten nicht nur in der bedeutend verbesserten Punktversicherung, sondern auch in den genaueren Resultaten der Koordinaten- und Höhenrechnung, wie aus dem nachstehenden Genauigkeitsnachweis deutlich hervorgeht. (Fortsetzung folgt.)

## **Utilisation du théodolite astronomique Wild T4 pour la détermination de l'heure par l'observation des passages au voisinage du méridien**

par Dr W. K. Bachmann

La détermination de l'heure est une opération délicate, nécessitant des instruments très précis. Toutes les erreurs instrumentales influencent facilement les observations et l'on est obligé de les rendre inoffensives par les calculs ou à l'aide de modes opératoires spéciaux.

Dans les observatoires, on utilise pour la détermination de l'heure presque exclusivement l'instrument des passages, reposant sur des piliers solides qui garantissent une grande constance de l'azimut instrumental. La lunette de l'instrument des passages peut être enlevée des tourillons,

permettant ainsi l'élimination de l'erreur de collimation horizontale; l'inclinaison de l'axe horizontal et l'inégalité des tourillons sont déterminées à l'aide d'un niveau à pattes..

Lorsqu'il s'agit d'observations en campagne au moyen d'un instrument universel, la détermination de l'heure devient encore plus délicate car on ne peut donner que très difficilement la stabilité voulue au théodolite; il en résulte une certaine erreur à craindre sur l'azimut instrumental. On a l'habitude de parer à cet inconvénient en combinant l'observation des passages d'un certain nombre d'étoiles horaires avec la détermination de l'azimut instrumental à l'aide d'étoiles circumpolaires. A cet effet, les étoiles horaires sont observées de préférence à proximité du méridien du lieu ou dans le vertical de l'étoile polaire.

Les instruments universels, utilisés pour les observations astronomiques, sont généralement munis d'un dispositif de retournement spécial pour la permutation rapide des tourillons de la lunette sur leurs coussinets. L'erreur de collimation horizontale est éliminée par l'observation dans les deux positions de la lunette et l'on détermine l'inégalité des tourillons ainsi que l'inclinaison de l'axe en retournant la nivelle à pattes bout pour bout dans chaque position de la lunette. Quoique le retournement de la nivelle soit une opération fort simple, il entraîne certaines déformations de celle-ci qui influencent défavorablement le résultat final. Pour cette raison, on renonce souvent au retournement de la nivelle et l'on se contente de procéder à sa lecture dans les deux positions de la lunette sans changer sa position sur l'axe des tourillons. Abstraction faite de l'inégalité des tourillons, on obtient ainsi l'inclinaison de l'axe horizontal.

Tous les modes opératoires, que nous venons de rappeler brièvement, sont basés sur le retournement de la lunette. De prime abord, il semble donc impossible de pouvoir renoncer à cette dernière opération. Il ne faut toutefois pas perdre de vue que les procédés indiqués supposent implicitement que la permutation des tourillons ne modifie pas la position des coussinets; il est certain que cette condition n'est jamais rigoureusement remplie.

Au nouveau théodolite astronomique T4, la maison H. Wild S. A. a cependant renoncé à la permutation des tourillons de la lunette sur leurs coussinets. Par contre, ce théodolite est muni d'un limbe horizontal qui permet de revenir à un azimut quelconque avec une erreur ne dépassant pas  $\frac{1}{10}''$ . La lecture du limbe horizontal s'effectue à l'aide du dispositif Wild simultanément en deux traits diamétralement opposés; l'erreur d'excentricité du limbe est ainsi éliminée. En tournant l'alidade de  $180^\circ$ , la lecture du limbe horizontal s'opère aux mêmes traits que précédemment. Il en résulte que l'erreur entachant cette rotation de  $180^\circ$  ne dépasse pas la valeur susmentionnée de  $\frac{1}{10}''$ .

La construction du nouveau théodolite astronomique Wild T4 étant essentiellement la même que celle des théodolites universels ordinaires, il s'agit de savoir si elle répond en principe aux exigences de l'astronomie de position. Nous examinerons ici tout particulièrement la détermination de l'heure par l'observation des passages d'étoiles au voisinage du méridien.

1. *Calcul des angles horaires d'une étoile observée dans les deux positions de la lunette.*

Supposons le théodolite placé en un point quelconque de l'hémisphère nord et rendons tout d'abord, aussi exactement que possible, son axe principal vertical en utilisant la nivelle cylindrique à pattes. Cela étant, suivant la méthode que l'on désire appliquer, la lunette est approximativement amenée dans le plan du méridien ou dans le vertical de l'étoile polaire. Après avoir procédé à la lecture de la nivelle, nous amenons le fil mobile de l'oculaire en coïncidence avec l'étoile et conservons cette coïncidence jusqu'à ce que le fil mobile arrive à proximité du fil central fixe. En parcourant le champ visuel de la lunette, le fil mobile ferme un certain nombre de circuits électriques dont les impulsions peuvent être enregistrées par un chronographe en même temps que les battements d'un chronomètre.

Aussitôt cette opération terminée, l'alidade est tournée de  $180^\circ$  autour de l'axe vertical et la lunette est basculée. Dans cette nouvelle position de la lunette, on amène de nouveau le fil mobile en coïncidence avec l'étoile pour continuer, mais dans le sens inverse, l'enregistrement des mêmes contacts électriques que précédemment. On procède ensuite de nouveau à la lecture de la nivelle.

Désignons l'erreur de collimation de la lunette par  $c$  et comptons-la positivement si l'angle compris entre les deux côtés de l'axe optique coudé est supérieur à  $90^\circ$ . Soit  $s$  la distance angulaire entre le fil mobile et le fil médian; nous compterons cette grandeur positivement dans le même sens que  $c$ .

Supposons que l'oculaire de la lunette se trouve à l'ouest lorsque la lunette est dans sa première position. Désignons alors par  $i_I$  l'inclinaison de l'axe horizontal *en la comptant positivement lorsque l'extrémité ouest est trop haute*. Soit  $\left\{ 90^\circ + \left( k - \frac{1}{2} dk \right) \right\}$  l'azimut du plan vertical passant par l'axe des tourillons, celui-ci étant compté à partir du nord positivement dans le sens *NWSE*.

Pour la seconde position de la lunette, nous désignons l'inclinaison de l'axe des tourillons par  $i_{II}$  et l'azimut du plan vertical passant par cet axe par

$$\left( 270^\circ + k + \frac{1}{2} dk \right) = 360^\circ - \left\{ 90^\circ - \left( k + \frac{1}{2} dk \right) \right\}.$$

La différence d'azimut entre les deux positions de la lunette devient ainsi

$$\begin{aligned} & 360^\circ - \left\{ 90^\circ - \left( k + \frac{1}{2} dk \right) \right\} - \left\{ 90^\circ + \left( k - \frac{1}{2} dk \right) \right\} = \\ & 180^\circ + \left( k + \frac{1}{2} dk \right) - \left( k - \frac{1}{2} dk \right) = \underline{180^\circ + dk} \end{aligned}$$

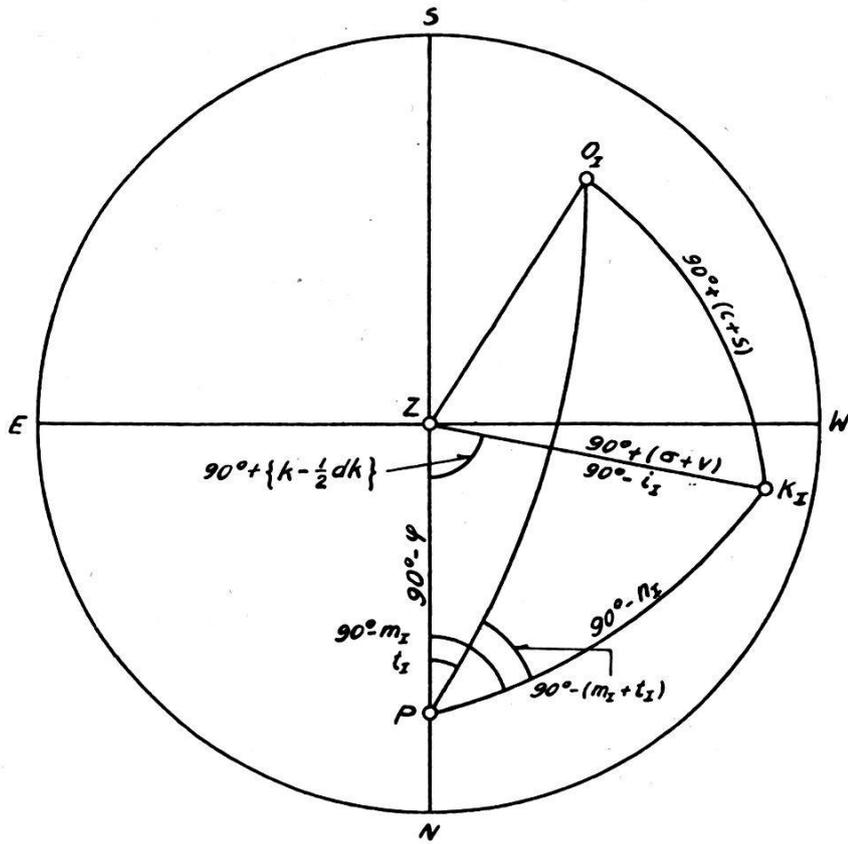


Fig. 1

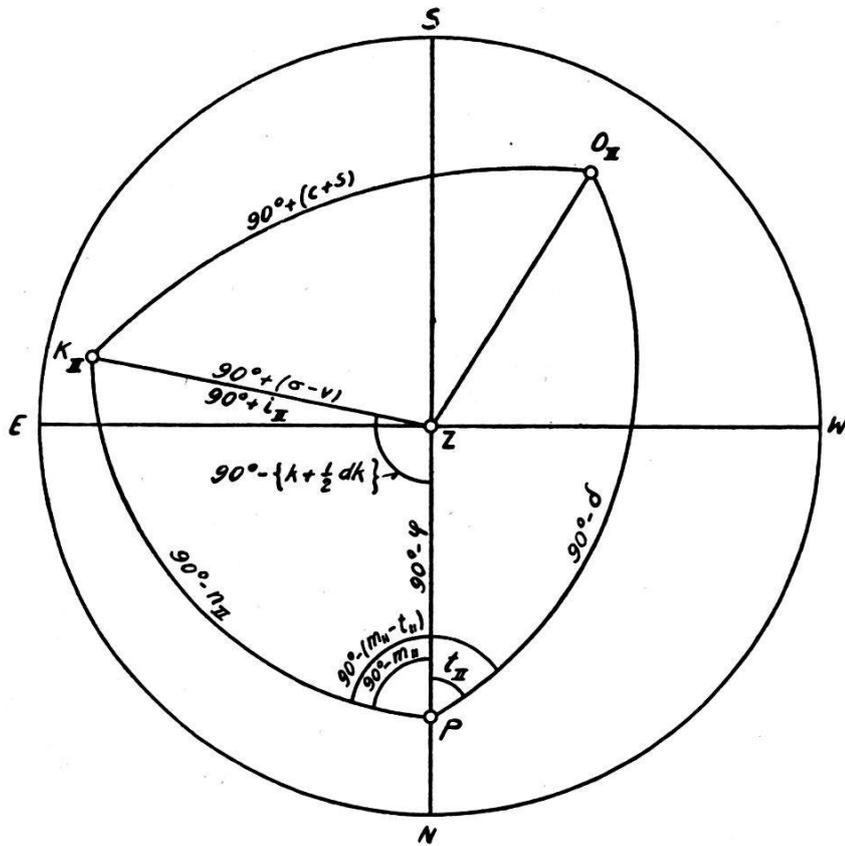


Fig. 2

et nous savons que l'erreur azimutale totale  $dk$  ne dépasse pas  $1/10''$  en valeur absolue.

Aux figures 1 et 2, qui nous montrent les conditions d'observation pour les deux positions de la lunette, nous avons en outre introduit les désignations suivantes:

$K_I, K_{II}$  = points d'intersection de l'axe des tourillons, côté oculaire de la lunette, et de la sphère céleste.

$P$  = pôle

$O_I, O_{II}$  = images sphériques de l'étoile observée dans les deux positions de la lunette

$t_I, t_{II}$  = angles horaires de  $O_I$  et de  $O_{II}$

$(90^\circ - m_I), (90^\circ - n_I)$  }  
 $(90^\circ - m_{II}), (90^\circ - n_{II})$  } = coordonnées polaires des points  $K_I$  et  $K_{II}$

$\varphi$  = latitude du lieu

$\delta$  = déclinaison de l'étoile observée.

Fort de ce qui précède, nous posons

$$(1.1) \quad \begin{cases} ZK_I = 90^\circ - i_I \\ ZK_{II} = 90^\circ + i_{II}. \end{cases}$$

La nivelle n'étant pas enlevée de l'axe des tourillons pendant toute la durée des opérations, nous ne connaissons pas les inclinaisons  $i_I$  et  $i_{II}$  mais uniquement leur somme ( $i_I + i_{II}$ ); voir fig. 3. Introduisons un changement de variables; en posant

$$(1.2) \quad \begin{cases} i_I = -(\sigma + v) \\ i_{II} = +(\sigma - v) \end{cases}$$

nous obtenons

$$(1.3) \quad \boxed{\frac{i_{II} + i_I}{2} = -v}$$

$$(1.4) \quad \boxed{\frac{i_{II} - i_I}{2} = +\sigma}$$

Tandis que nous pouvons déterminer la valeur de  $v$  à l'aide de la nivelle, celle de  $\sigma$  reste inconnue.

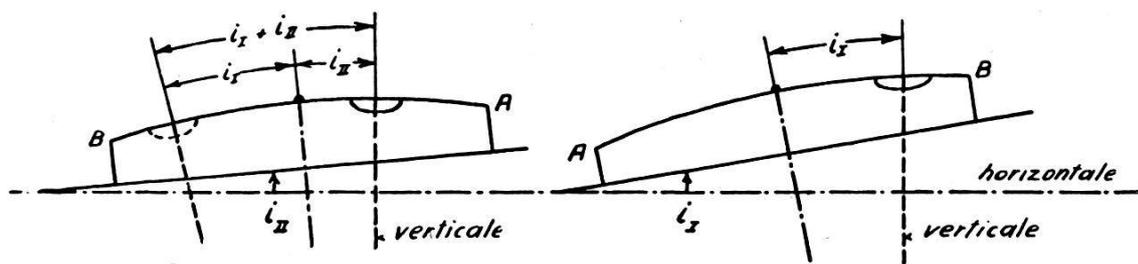


Fig. 3

Des mesures préliminaires, effectuées au théodolite T4, ont montré qu'en passant de la première à la seconde position de la lunette, le déplacement de la bulle de la nivelle à pattes ne dépasse pas 10" et nous pouvons donc poser

$$(1.5) \quad |i_I + i_{II}|_{\max} = 10'' \quad |v|_{\max} = 5''.$$

La valeur maximum de  $|i_{II} - i_I|$  est déjà plus difficile à fixer. Notons que nous n'avons pas fait intervenir jusqu'à présent explicitement l'axe vertical du théodolite; il est essentiel de constater que nous n'avons émis aucune hypothèse concernant la stabilité de cet axe, si ce n'est que la valeur maximum de  $|i_I + i_{II}|$  est donnée par l'équation (1.5). On constatera toutefois que  $\sigma$  représente *en première approximation* l'erreur d'orthogonalité de l'axe horizontal par rapport à l'axe vertical. La position réciproque de ces deux axes étant réglable, nous pouvons admettre

$$(1.6) \quad |\sigma|_{\max} = 5''.$$

D'autre part, une étoile équatoriale met à peu près 1<sup>m</sup> pour traverser le champ utile de la lunette. Etant donné que l'on a

$$1^m = 15',$$

nous choisissons

$$(1.7) \quad -8' \leq (c + s) \leq 8'.$$

Ainsi que nous l'avons dit plus haut, nous supposons le lieu d'observation placé sur l'hémisphère nord et nous prendrons

$$(1.8) \quad 0^\circ \leq \varphi \leq +70^\circ.$$

Dans ces conditions, nous pouvons également limiter la déclinaison des étoiles à observer en prenant

$$(1.9) \quad 0^\circ \leq \delta \leq +60^\circ.$$

D'autre part, nous voulons calculer la demi-somme  $\frac{t_I + t_{II}}{2}$  des angles horaires avec une erreur inférieure à 0<sup>s</sup>,01. En désignant par  $\Delta \left( \frac{t_I + t_{II}}{2} \right)$  l'ensemble des termes négligés dans la formule donnant  $\frac{t_I + t_{II}}{2}$ , la condition susmentionnée s'écrit

$$\left| \Delta \left( \frac{t_I + t_{II}}{2} \right) \right| < 0^s,01 = 0'',15$$

ou bien

$$(1.10) \quad |\Delta (t_I + t_{II})| < 0'',30 = 1,5 \cdot 10^{-6}.$$

Le problème étant ainsi bien précisé, nous appliquons les formules de la trigonométrie sphérique aux triangles  $PZK_I$ ,  $PZK_{II}$ ,  $PK_I O_I$ ,  $PK_{II} O_{II}$  des figures 1 et 2 et obtenons les équations

$$(1.11) \quad \cos n_I \sin m_I = \left\{ \begin{array}{l} - \sin (\sigma + \nu) \cos \varphi \\ + \cos (\sigma + \nu) \sin \varphi \sin \left( k - \frac{1}{2} dk \right) \end{array} \right\}$$

$$(1.12) \quad \cos n_I \cos m_I = + \cos (\sigma + \nu) \cos \left( k - \frac{1}{2} dk \right)$$

$$(1.13) \quad \sin n_I = \left\{ \begin{array}{l} - \sin (\sigma + \nu) \sin \varphi \\ - \cos (\sigma + \nu) \cos \varphi \sin \left( k - \frac{1}{2} dk \right) \end{array} \right\}$$

$$(1.14) \quad \cos n_{II} \sin m_{II} = \left\{ \begin{array}{l} - \sin (\sigma - \nu) \cos \varphi \\ - \cos (\sigma - \nu) \sin \varphi \sin \left( k + \frac{1}{2} dk \right) \end{array} \right\}$$

$$(1.15) \quad \cos n_{II} \cos m_{II} = + \cos (\sigma - \nu) \cos \left( k + \frac{1}{2} dk \right)$$

$$(1.16) \quad \sin n_{II} = \left\{ \begin{array}{l} - \sin (\sigma - \nu) \sin \varphi \\ + \cos (\sigma - \nu) \cos \varphi \sin \left( k + \frac{1}{2} dk \right) \end{array} \right\}$$

$$(1.17) \quad - \sin (c + s) = \sin \delta \sin n_I + \cos \delta \cos n_I \sin (m_I + t_I)$$

$$(1.18) \quad - \sin (c + s) = \sin \delta \sin n_{II} + \cos \delta \cos n_{II} \sin (m_{II} - t_{II})$$

et les deux dernières nous donnent

$$(1.19) \quad \sin (m_I + t_I) = \left\{ \begin{array}{l} - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} n_I \\ - \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_I} \sin (c + s) \end{array} \right\}$$

$$(1.20) \quad \sin (m_{II} - t_{II}) = \left\{ \begin{array}{l} - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} n_{II} \\ - \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_{II}} \sin (c + s) \end{array} \right\}$$

A l'aide de ces formules, nous pouvons calculer les angles horaires  $t_I$  et  $t_{II}$ , si nous connaissons les grandeurs

$$\sigma, \nu, dk, k, \delta, \varphi, (c + s).$$

Mais nous avons vu plus haut que la valeur de  $\sigma$  est toujours inconnue et il en est de même pour  $dk$ . Cherchons donc à combiner les deux observations de sorte que les inconnues  $\sigma$  et  $dk$  s'éliminent.

## 2. Développements en séries.

Pour la détermination de l'heure, nous n'avons pas besoin de calculer séparément les deux angles horaires  $t_I$  et  $t_{II}$ ; il suffit de connaître leur somme et les temps des passages  $H_I$  et  $H_{II}$  correspondants, que l'on détermine à l'aide du chronomètre indiquant le temps sidéral. Si nous désignons l'ascension droite de l'étoile observée par  $\alpha$  et l'état du chronomètre par  $\Delta H$ , nous avons, en supposant la marche du chronomètre nulle,

$$(2.1) \quad H_I + \Delta H = \alpha + t_I$$

$$(2.2) \quad H_{II} + \Delta H = \alpha + t_{II}$$

d'où nous tirons

$$(2.3) \quad \Delta H = \alpha - \frac{H_I + H_{II}}{2} + \frac{t_I + t_{II}}{2}$$

et nous pouvons ainsi calculer l'état cherché  $\Delta H$  du chronomètre, si nous connaissons la somme des deux angles horaires.

Au paragraphe 1, nous avons fixé les valeurs maxima des variables qui rentrent en jeu. Reprenons ici ces valeurs en leur ajoutant les fonctions trigonométriques rentrant dans nos développements:

$$(2.4) \quad \begin{aligned} & |\sigma|_{\max} = |v|_{\max} = 5'' \\ & |\sin \sigma|_{\max} = |\sin v|_{\max} = 2,4 \cdot 10^{-5} \\ & |\cos \sigma|_{\min} = |\cos v|_{\min} = 1 - 2,9 \cdot 10^{-10} \\ & |dk|_{\max} = 1/10'' = 5 \cdot 10^{-7} \\ & |\sigma + v|_{\max} = 10'' = 4,8 \cdot 10^{-5} \\ & |\sigma + v|^2_{\max} = 2,3 \cdot 10^{-9} \quad |\sin(\sigma + v)|_{\max} = 4,8 \cdot 10^{-5} \\ & |\sigma + v|^3_{\max} = 1,1 \cdot 10^{-13} \quad |\cos(\sigma + v)|_{\min} = 1 - 1,2 \cdot 10^{-9} \\ & \delta_{\max} = +60^\circ \quad \left( \frac{1}{\cos \delta} \right)_{\max} = 2,0 \\ & 0^\circ \leq \varphi \leq +70^\circ \quad (\operatorname{tg} \delta)_{\max} = 1,7 \\ & |c + s|_{\max} = 8' \quad |\sin(c + s)|_{\max} = 2,3 \cdot 10^{-3} \\ & \quad \quad \quad |\cos(c + s)|_{\min} = 1 - 2,6 \cdot 10^{-6} \\ & \quad \quad \quad \left\{ \frac{1}{\cos \delta} \sin(c + s) \right\}_{\max} = 4,6 \cdot 10^{-3} \\ & -2^\circ \leq k \leq 2^\circ \quad |\sin k|_{\max} = 3,5 \cdot 10^{-2} \\ & \quad \quad \quad |\cos k|_{\min} = 1 - 0,6 \cdot 10^{-3} \\ & |\sin^2 k|_{\max} = 1,2 \cdot 10^{-3} \\ & |\sin^3 k|_{\max} = 4,3 \cdot 10^{-5} \quad |\sin^4 k|_{\max} = 1,5 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Notons que nous avons également limité la valeur de l'azimut  $k$  en prenant

$$- 2^0 \leq k \leq 2^0.$$

Cette restriction est nécessaire si l'on veut obtenir des développements simples. Nous reviendrons du reste plus loin sur cette question.

Ecrivons les équations (1.19) et (1.20) sous la forme

$$(2.5) \quad \begin{cases} -\sin(m_I + t_I) = \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_I} \left\{ \sin \delta \sin n_I + \sin(c + s) \right\} \\ -\sin(m_{II} - t_{II}) = \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_{II}} \left\{ \sin \delta \sin n_{II} + \sin(c + s) \right\} \end{cases}$$

et calculons  $\cos n_I$  et  $\cos n_{II}$  à partir des formules (1.13) et (1.16)

$$(1.13) \quad \sin n_I = -\sin(\sigma + \nu) \sin \varphi - \cos(\sigma + \nu) \cos \varphi \sin \left( k - \frac{1}{2} dk \right)$$

$$\begin{aligned} \sin n_I = & - \left\{ (\sigma + \nu) - \frac{(\sigma + \nu)^3}{6} + \dots \right\} \sin \varphi - \\ & - \left\{ 1 - \frac{(\sigma + \nu)^2}{2} + \dots \right\} \cos \varphi \cdot \left\{ \sin k - \frac{1}{2} dk \cdot \cos k + \dots \right\} \end{aligned}$$

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \sin n_I = & \left\{ -\cos \varphi \sin k - (\sigma + \nu) \sin \varphi \right\} + \\ & + \left\{ \frac{(\sigma + \nu)^3}{6} \sin \varphi + \frac{(\sigma + \nu)^2}{2} \sin k \cos \varphi + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} dk \cos k \cos \varphi - \frac{1}{4} (\sigma + \nu)^2 dk \cos k \cos \varphi \right\}. \end{aligned}$$

Posons

$$(2.7) \quad \begin{aligned} \Gamma = & \frac{(\sigma + \nu)^3}{6} \sin \varphi + \frac{(\sigma + \nu)^2}{2} \sin k \cos \varphi + \\ & + \frac{1}{2} dk \cos k \cos \varphi - \frac{1}{4} (\sigma + \nu)^2 dk \cos k \cos \varphi \end{aligned}$$

et calculons la valeur maximum de chacun de ces termes en nous basant sur (2.4).

Nous avons

$$\left\{ \frac{(\sigma + \nu)^3}{6} \sin \varphi \right\}_{\max} = \frac{1,1}{6} \cdot 10^{-13} = 0,2 \cdot 10^{-13}$$

$$\left\{ \frac{(\sigma + \nu)^2}{2} \sin k \cos \varphi \right\}_{\max} = \frac{2,3}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 3,5 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-11}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} dk \cos k \cos \varphi \right\}_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 2,5 \cdot 10^{-7}$$

$$\left\{ \frac{1}{4} (\sigma + \nu)^2 dk \cos k \cos \varphi \right\}_{\max} = \frac{1}{4} \cdot 2,3 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 2,9 \cdot 10^{-16}$$

et nous obtenons ainsi en ne prenant que le terme principal

$$(2.8) \quad \Gamma_{\max} \approx 2,5 \cdot 10^{-7}.$$

Nous écrivons alors l'équation (2.6) sous la forme

$$(2.9) \quad \sin n_I = \left\{ -\cos \varphi \sin k - (\sigma + \nu) \sin \varphi \right\} \pm 2,5 \cdot 10^{-7}$$

où  $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$  indique l'ordre de grandeur des termes négligés. En comparant les deux équations (1.13) et (1.16) entre elles, nous voyons que nous devons avoir

$$(2.10) \quad \sin n_{II} = \left\{ +\cos \varphi \sin k - (\sigma - \nu) \sin \varphi \right\} \pm 2,5 \cdot 10^{-7}.$$

Calculons  $\frac{1}{\cos n}$  en utilisant la formule

$$(2.11) \quad \frac{1}{\cos n} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 n}} = 1 + \frac{1}{2} \sin^2 n + \frac{3}{8} \sin^4 n + \dots$$

L'équation (2.10) nous donne

$$\sin^2 n_I = \cos^2 \varphi \sin^2 k + 2(\sigma + \nu) \sin \varphi \cos \varphi \sin k + (\sigma + \nu)^2 \sin^2 \varphi \pm 1,7 \cdot 10^{-8}$$

ou bien en négligeant les deux derniers termes

$$\sin^2 n_I = \cos^2 \varphi \sin^2 k \pm 3,4 \cdot 10^{-6}$$

$$\sin^4 n_I = \cos^4 \varphi \sin^4 k \pm 0,8 \cdot 10^{-8} \approx 1,5 \cdot 10^{-6}$$

$$(2.12) \quad \frac{1}{\cos n_I} = 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^2 k \pm 2,3 \cdot 10^{-6}.$$

On a de même

$$(2.13) \quad \frac{1}{\cos n_{II}} = 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^2 k \pm 2,3 \cdot 10^{-6}.$$

Ces expressions étant obtenues, nous calculons  $-\sin(m_I + t_I)$  et  $-\sin(m_{II} - t_{II})$  en utilisant les formules (2.5)

$$(2.14) \quad -\sin(m_I + t_I) = \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_I} \cdot \left\{ -\sin \delta \cos \varphi \sin k \right. \\ \left. - (\sigma + \nu) \sin \delta \sin \varphi + \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \right\}$$

$$(2.15) \quad -\sin(m_{II} - t_{II}) = \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_{II}} \cdot \left\{ +\sin \delta \cos \varphi \sin k \right. \\ \left. - (\sigma - \nu) \sin \delta \sin \varphi + \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \right\}$$

$$-\sin(m_I + t_I) = \frac{1}{\cos \delta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^2 k \pm 2,3 \cdot 10^{-6} \right\} \times \\ \times \left\{ -\sin \delta \cos \varphi \sin k - (\sigma + \nu) \sin \delta \sin \varphi + \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \right\}$$

$$-\sin(m_{II} - t_{II}) = \frac{1}{\cos \delta} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^2 k \pm 2,3 \cdot 10^{-6} \right\} \times \\ \times \left\{ +\sin \delta \cos \varphi \sin k - (\sigma - \nu) \sin \delta \sin \varphi + \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \right\}$$

$$(2.16) \quad -\sin(m_I + t_I) = + \frac{1}{\cos \delta} \cdot \left\{ \begin{array}{l} -\sin \delta \cos \varphi \sin k \\ + \sin(c + s) - (\sigma + \nu) \sin \delta \sin \varphi \\ - \frac{1}{2} \cos^3 \varphi \sin \delta \sin^3 k \\ + \frac{1}{2} \cos^3 \varphi \sin^2 k \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \end{array} \right\}$$

$$(2.17) \quad -\sin(m_{II} - t_{II}) = + \frac{1}{\cos \delta} \cdot \left\{ \begin{array}{l} + \sin \delta \cos \varphi \sin k \\ + \sin(c + s) - (\sigma - \nu) \sin \delta \sin \varphi \\ + \frac{1}{2} \cos^3 \varphi \sin \delta \sin^3 k \\ + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^2 k \sin(c + s) \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \end{array} \right\}.$$

Pour le calcul de  $(m_I + t_I)$  et  $(m_{II} - t_{II})$ , nous appliquons le développement en série de la fonction arc sin, que nous pouvons écrire sous la forme

$$(2.18) \quad \begin{array}{l} y = \sin x \\ x = \arcsin y = y + \frac{y^3}{6} + \frac{3}{40} y^5 + \dots \end{array} \quad \text{ou bien}$$

$$(2.19) \quad \begin{aligned} -(m_I + t_I) &= -\sin(m_I + t_I) - \frac{1}{6} \sin^3(m_I + t_I) \\ &\quad - \frac{3}{40} \sin^5(m_I + t_I) + \dots \end{aligned}$$

$$(2.20) \quad \begin{aligned} -(m_{II} - t_{II}) &= -\sin(m_{II} - t_{II}) - \frac{1}{6} \sin^3(m_{II} - t_{II}) \\ &\quad - \frac{3}{40} \sin^5(m_{II} - t_{II}) + \dots \end{aligned}$$

Si nous posons

$$(2.21) \quad \begin{array}{l} A = + \sin \delta \cos \varphi \sin k \quad B = + \sin(c + s) \\ C = - (\sigma - \nu) \sin \delta \sin \varphi, \end{array}$$

l'équation (2.15) peut s'écrire

$$(2.22) \quad -\sin(m_{II} - t_{II}) = \frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos n_{II}} \cdot \{A + B + C \pm 2,5 \cdot 10^{-7}\}$$

et nous obtenons ainsi

$$(2.23) \quad -\frac{1}{6} \sin^3(m_{II} - t_{II}) = \frac{1}{6 \cos^3 \delta} \cdot \frac{1}{\cos^3 n_{II}} \{A + B + C \pm 2,5 \cdot 10^{-7}\}^3.$$

Nous avons

$$\begin{aligned}
 (A + B + C)^3 &= A^3 + B^3 + C^3 + 3 AB^2 + \\
 &\quad + 3 AC^2 + 3 A^2B + 3 A^2C + 3 BC^2 + 3 B^2C + 6 ABC \\
 A^3 &= + \sin^3 \delta \cos^3 \varphi \sin^3 k \\
 B^3 &= + \sin^3 (c + s) \approx 1,2 \cdot 10^{-8} \approx 0 \\
 C^3 &= - (\sigma - \nu)^3 \sin^3 \delta \sin^3 \varphi \approx 1,1 \cdot 10^{-13} \approx 0 \\
 + 3 AB^2 &= + 3 \sin \delta \cos \varphi \sin k \sin^2 (c + s) \approx 4,9 \cdot 10^{-7} \approx 0 \\
 + 3 AC^2 &= + 3 \sin^3 \delta \sin^2 \varphi \cos \varphi \sin k \cdot (\sigma - \nu)^2 \approx 0 \\
 + 3 A^2B &= + 3 \sin^2 \delta \cos^2 \varphi \sin^2 k \sin (c + s) = \\
 &\quad = + 3 (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^2 \sin (c + s) \\
 + 3 A^2C &= - 3 \sin^3 \delta \cos^2 \varphi \sin \varphi \sin^2 k \cdot (\sigma - \nu) \approx 0 \\
 + 3 BC^2 &= + 3 (\sigma - \nu)^2 \sin^2 \delta \sin^2 \varphi \sin (c + s) \approx 0 \\
 + 3 B^2C &= - 3 \sin \delta \sin \varphi \cdot (\sigma - \nu) \sin^2 (c + s) \approx 0 \\
 + 3 ABC &= - 3 \sin^2 \delta \sin \varphi \cos \varphi \sin k \sin (c + s) \cdot (\sigma - \nu) \approx 0
 \end{aligned}$$

(2.24)

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{6} \sin^3 (m_{II} - t_{II}) &= + \frac{1}{\cos^3 \delta} \cdot \frac{1}{\cos^3 n_{II}} \cdot \left\{ \frac{1}{6} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^3 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^2 \sin (c + s) \right\}.
 \end{aligned}$$

Le terme en  $\sin^5 (m_{II} - t_{II})$  de la formule (2.20) est toujours négligeable. D'après (2.13), nous avons

$$\frac{1}{\cos n_{II}} = 1 \pm 0,6 \cdot 10^{-3} \qquad \frac{1}{\cos^3 n_{II}} = 1 \pm 1,8 \cdot 10^{-3}$$

et l'équation (2.24) devient

$$\begin{aligned}
 (2.25) \quad -\frac{1}{6} \sin^3 (m_{II} - t_{II}) &= + \frac{1}{\cos^3 \delta} \left\{ \frac{1}{6} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^3 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^2 \sin (c + s) \right\}
 \end{aligned}$$

et (2.14) donne par analogie

$$\begin{aligned}
 (2.26) \quad -\frac{1}{6} \sin^3 (m_I + t_I) &= + \frac{1}{\cos^3 \delta} \left\{ -\frac{1}{6} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^3 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^2 \sin (c + s) \right\}.
 \end{aligned}$$

Reprenons les deux équations (2.19) et (2.20); en les écrivant sous la forme

$$t_I + m_I = + \sin (m_I + t_I) + \frac{1}{6} \sin^3 (m_I + t_I) + \dots$$

$$t_{II} - m_{II} = - \sin (m_{II} - t_{II}) - \frac{1}{6} \sin^3 (m_{II} - t_{II}) + \dots,$$

nous obtenons

$$(2.27) \quad \boxed{\begin{aligned} \frac{t_I + t_{II}}{2} - \frac{m_{II} - m_I}{2} &= \frac{\sin (m_I + t_I) - \sin (m_{II} - t_{II})}{2} + \\ &+ \frac{\frac{1}{6} \sin^3 (m_I + t_I) - \frac{1}{6} \sin^3 (m_{II} - t_{II})}{2} + \dots \end{aligned}}$$

et les formules déjà établies nous donnent

$$(2.28) \quad \frac{\sin (m_I + t_I) - \sin (m_{II} - t_{II})}{2} = \frac{1}{\cos \delta} \left\{ + \sin \delta \cos \varphi \sin k + \right. \\ \left. + \sin \delta \sin \varphi \cdot v + \frac{1}{2} \cos^3 \varphi \sin \delta \sin^3 k \right\}$$

$$(2.29) \quad \frac{\frac{1}{6} \sin^3 (m_I + t_I) - \frac{1}{6} \sin^3 (m_{II} - t_{II})}{2} = \\ = \frac{1}{\cos^3 \delta} \cdot \frac{1}{6} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^3$$

et (2.27) devient

(2.30)

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{t_I + t_{II}}{2} &= \frac{m_{II} - m_I}{2} + \frac{1}{\cos \delta} \cdot \left\{ + \sin \delta \cos \varphi \sin k + \sin \delta \sin \varphi \cdot v \right\} \\ &+ \frac{1}{6} \frac{1}{\cos^3 \delta} (\sin \delta \cos \varphi \sin k)^3. \end{aligned}}$$

Il nous reste à calculer la différence  $\frac{1}{2} (m_{II} - m_I)$  à partir des formules (1.11) et (1.14), qui nous donnent

$$(2.31) \quad \sin m_I = \frac{1}{\cos n_I} \left\{ -\sin(\sigma + \nu) \cos \varphi + \right. \\ \left. + \cos(\sigma + \nu) \sin \varphi \sin \left( k - \frac{1}{2} dk \right) \right\}$$

$$(2.32) \quad \sin m_{II} = \frac{1}{\cos n_{II}} \left\{ -\sin(\sigma - \nu) \cos \varphi - \right. \\ \left. - \cos(\sigma - \nu) \sin \varphi \sin \left( k + \frac{1}{2} dk \right) \right\}$$

$$(2.33) \quad \sin m_I = \frac{1}{\cos n_I} \left\{ -\cos \varphi \cdot (\sigma + \nu) + \sin \varphi \sin k \right\} \pm 2,5 \cdot 10^{-7}$$

$$(2.34) \quad \sin m_{II} = \frac{1}{\cos n_{II}} \left\{ -\cos \varphi \cdot (\sigma - \nu) - \sin \varphi \sin k \right\} \pm 2,5 \cdot 10^{-7}$$

ou bien, si nous tenons compte de (2.12) et de (2.13),

$$(2.35) \quad \sin m_I = + \sin \varphi \sin k - \cos \varphi \cdot (\sigma + \nu) \\ + \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k \pm 2,5 \cdot 10^{-7}$$

$$(2.36) \quad \sin m_{II} = - \sin \varphi \sin k - \cos \varphi \cdot (\sigma - \nu) \\ - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k \pm 2,5 \cdot 10^{-7}.$$

Nous calculons maintenant  $m_I$  et  $m_{II}$  en appliquant les formules (2.18).

En posant

$$A = - \sin \varphi \sin k \quad B = - \cos \varphi \cdot (\sigma - \nu) \quad C = - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k$$

nous obtenons

$$\begin{array}{lll} A \approx 3,5 \cdot 10^{-2} & B \approx 4,8 \cdot 10^{-5} & C \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \\ A^2 \approx 1,2 \cdot 10^{-3} & B^2 \approx 2,3 \cdot 10^{-9} & C^2 \approx 4,8 \cdot 10^{-10} \\ A^3 \approx 4,2 \cdot 10^{-5} & B^3 \approx 1,1 \cdot 10^{-13} & C^3 \approx 1,1 \cdot 10^{-14} \end{array}$$

et nous trouvons ainsi avec une précision suffisante

$$(2.37) \quad \frac{1}{6} \sin^3 m_I = + \frac{1}{6} \sin^3 \varphi \sin^3 k$$

$$(2.38) \quad \frac{1}{6} \sin^3 m_{II} = - \frac{1}{6} \sin^3 \varphi \sin^3 k$$

$$(2.39) \quad m_I = + \sin \varphi \sin k + \frac{1}{6} (\sin \varphi \sin k)^3 - \\ - \cos \varphi \cdot (\sigma + \nu) + \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k$$

$$(2.40) \quad m_{II} = - \sin \varphi \sin k - \frac{1}{6} (\sin \varphi \sin k)^3 - \\ - \cos \varphi \cdot (\sigma - \nu) - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k$$

$$(2.41) \quad \frac{m_{II} - m_I}{2} = - \sin \varphi \sin k - \frac{1}{6} (\sin \varphi \sin k)^3 \\ - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k + \cos \varphi \cdot \nu.$$

Si nous introduisons cette valeur dans l'équation (2.30), nous obtenons

$$(2.42) \quad \frac{t_I + t_{II}}{2} = \left\{ \begin{array}{l} - \sin \varphi \sin k - \frac{1}{6} (\sin \varphi \sin k)^3 \\ - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k + \cos \varphi \cdot \nu \\ + \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \sin k + \frac{1}{6} \operatorname{tg}^3 \delta \cos^3 \varphi \sin^3 k \\ + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta \cos^3 \varphi \sin^3 k + \operatorname{tg} \delta \sin \varphi \cdot \nu \end{array} \right\}.$$

Apportons encore quelques simplifications à la formule (2.42); nous avons

$$- \sin \varphi \sin k + \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \sin k = \\ = - \sin k \left\{ \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta}{\cos \delta} \right\} = - \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \sin k \\ \cos \varphi \cdot \nu + \operatorname{tg} \delta \sin \varphi \cdot \nu = \\ = \nu \left\{ \frac{\cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta}{\cos \delta} \right\} = + \frac{\cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \cdot \nu$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \sin \varphi \cos^2 \varphi \sin^3 k + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta \cos^3 \varphi \sin^3 k = \\
 = & -\frac{1}{2} \cos^2 \varphi \sin^3 k \left\{ \sin \varphi - \operatorname{tg} \delta \cos \varphi \right\} = -\frac{1}{2} \cos^2 \varphi \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \sin^3 k - \\
 & -\frac{1}{6} (\sin \varphi \sin k)^3 + \frac{1}{6} \operatorname{tg}^3 \delta \cos^3 \varphi \sin^3 k = -\frac{1}{6} \cos^3 \varphi \sin^3 k \left\{ \operatorname{tg}^3 \varphi - \operatorname{tg}^3 \delta \right\}
 \end{aligned}$$

et l'équation (2.42) devient ainsi

$$\begin{aligned}
 & \frac{t_{\text{I}} + t_{\text{II}}}{2} = -\frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \sin k \\
 (2.43) \quad & + \frac{\cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \cdot v - \frac{1}{2} \cos^2 \varphi \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} \sin^3 k \\
 & - \frac{1}{6} \cos^3 \varphi \left\{ \operatorname{tg}^3 \varphi - \operatorname{tg}^3 \delta \right\} \sin^3 k.
 \end{aligned}$$

Cette dernière formule ne contient plus les inconnues  $(c + s)$ ,  $dk$  et  $\sigma$ . La valeur numérique du paramètre  $v$  étant déterminée à l'aide de la nivellement, nous pouvons calculer la somme  $(t_{\text{I}} + t_{\text{II}})$  et la formule (2.3) nous donne ensuite l'état cherché du chronomètre. (A suivre.)

## De la formation du Géomètre

C'est avec satisfaction que nous avons appris l'entrée en vigueur des nouvelles prescriptions du Département fédéral de Justice et Police concernant les occupations du personnel dans les mensurations cadastrales. Nous savons en outre que l'on étudie de plus près cette autre question, tout aussi sérieuse – parce que faisant partie du même problème – de la formation du personnel auxiliaire.

Il y a un autre sujet, de toute importance et de première actualité: celui de la formation du géomètre, qu'il est nécessaire plus que jamais d'étudier à nouveau et de préciser, car il conditionne notre carrière professionnelle.

Nous avons tous suivi avec plaisir l'essor de notre ancienne «Ecole d'Ing.» de l'Université de Lausanne. Nous le devons à une coordination de plusieurs efforts et à l'habileté et l'énergie de son Directeur, Monsieur le Professeur Alfred Stucky. Ce fut une grande joie pour ceux qui fréquentaient les «auditoires» de l'«Ecole spéciale» de la rue de la Tour, de voir que Professeurs et étudiants de notre Faculté technique – tenue en estime à l'étranger – étaient enfin aussi bien considérés que les élèves de Marcelin. Nous avons une Ecole Polytechnique qui décerne maintenant un «Di-