

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 47 (1949)

**Heft:** 4

**Artikel:** Le calcul des déformations dans les réseaux géodésiques

**Autor:** Ansermet, A.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-206564>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### B. Verfahren der Messung

Die *Absteckung der Basis* ging in drei Schritten vor sich. Erst wurden mit Hilfe des Theodolits, von einem Endpunkte aus, Pfähle in großen Abständen einvisiert. Dann legte man die Zwischenpunkte unter Verwendung eines gewöhnlichen Fernrohrs fest. Und endlich wurde die Lage der Böcke durch Spannen einer eingeteilten Schnur bezeichnet.

Die *Operationen des Meßvorganges* waren folgende:

1. Einvisieren der Stange I
2. Horizontieren
3. Einvisieren von Stange II und III in Verlängerung von I
4. Horizontieren von II und III und Berichtigung der Höhenlage
5. Annäherung von Stange II an I und III an II
6. Ablesen der Thermometer
7. Messen der Zwischenräume mit dem Keil
8. Vortragen der Stange I

Nach Einrichten der Stange I vor II und III wurde nochmals der Zwischenraum II–III nebst dem neuen III–I abgelesen.

Zur Berechnung verwendete man das Mittel beider Ablesungen. Im ganzen dauerte die Basismessung vom 22. September bis zum 10. November 1834. Es wurden dabei 2231 Stangen gelegt. Nach Aufzeichnungen Eschmanns war der Meßvorgang sehr mühsam und zeitraubend. Einmal bot das Einrichten der Stangen erhebliche Schwierigkeiten, anderseits war die Messung des Zwischenraumes mit dem Keil eine sehr heikle Operation. Damit der Apparat im Terrain brauchbar wurde, mußte seine Empfindlichkeit vermindert werden. Dies geschah durch Verwendung eines stumpfern Keils mit einer Steigung von 3.93 % gegenüber 1.94 % des ursprünglichen. Nur der Blick auf das Endziel und die beständige Selbstkontrolle ließ die Sorgfalt der Operateure während der eintönigen Meßvorgänge nicht erlahmen und erlaubte, die Messung mit der erforderlichen Genauigkeit zu vollenden. (Schluß folgt.)

## Le calcul des déformations dans les réseaux géodésiques

par A. Ansermet

Un calcul fréquent en géodésie est celui qui consiste à déterminer les corrections à faire subir aux éléments observés pour tenir compte des déformations dues au système de projection. Ce problème a déjà été assez largement traité; il est susceptible cependant de quelques développements intéressants.

Prenons comme formules initiales celles établies par M. le Prof. Dr. Baeschlin dans le magistral ouvrage récemment paru ([1], p. 243–260).

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \kappa = \frac{1}{\Lambda} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial X} \sin \vartheta - \frac{\partial \Lambda}{\partial Y} \cos \vartheta \right) \quad (1)$$

$$\text{ou } \Lambda - 1 = \Lambda_2(X, Y) + \Lambda_3(X, Y) \dots = \frac{1}{4 R^2} [(1 + n) X^2 + (1 - n) Y^2] + \dots \quad (2)$$

( $0 \leq n \leq 1$ )  $\Lambda$  = coefficient de déformation linéaire.

$\frac{d\vartheta}{ds} = \kappa$  = courbure de la transformée plane d'un côté du réseau.

*Variation de la courbure  $\kappa$ .*

En un point donné, et pour un paramètre  $n$  déterminé, cette courbure est fonction de l'azimut  $\vartheta$  de la tangente à la transformée au point considéré  $P$ . Si à partir de  $P$ , dans la direction  $\vartheta$ , on porte un segment représentatif de la courbure, on obtient la corde d'un cercle  $C$  dit «indicateur de l'altération de courbure» ([2] p. 83 et [3]). Le diamètre du cercle issu de  $P$  donne la valeur maximum de  $\kappa$  et la tangente à  $C$  en  $P$  la direction de courbure nulle (inflexion). Enfin la courbure est indépendante du paramètre  $n$  pour une direction tangente en  $P$  à l'hyperbole équilatère  $XY = \text{const.}$

Remarquons avant de poursuivre que si  $\Lambda$  varie ( $n = \text{const.}$ ) on obtient des courbes homothétiques; par contre si  $n$  varie ( $\Lambda = \text{const.}$ ) on engendre un faisceau ponctuel de coniques circonscrit à un carré. Les termes  $\Lambda_3$  et suivants ont été négligés.

La variation de courbure en fonction de  $\vartheta$  est donc d'un calcul facile; en un point  $P$  il y a trois directions principales à considérer. Les directions de courbure maximum et indépendante du paramètre  $n$  peuvent coïncider: il faut que le point  $P$  soit situé sur un des diamètres conjugués égaux de l'ellipse  $\Lambda = \text{const.}$  ce qui se voit sans peine.

Si le point  $P$  se déplace sur une droite issue de l'origine  $O$  des coordonnées ces directions demeurent invariables, ce qui résulte de la propriété d'homothétie sus-rappelée. En particulier les tangentes aux points d'inflexion des transformées ( $\kappa = 0$ ) sont parallèles, donc issues d'un même point  $P_1$  à l'infini. Ce sont des normales aux courbes  $\Lambda = \text{const.}$  Pour un point  $P_1$  à distance finie les pieds des normales sont sur une hyperbole équilatère passant par  $O$  et  $P_1$  et dont les asymptotes sont parallèles aux axes de coordonnées car les rayons  $P_1P$  et  $OP$  se correspondent projectivement.

*Variation de  $\kappa$  en fonction de  $n$ .* Si le paramètre  $n$  seul varie il suffit d'interpoler entre les valeurs  $n = 0$  et  $n = 1$  (indices 0 et 1)

$$\kappa_n = \kappa_0 + n (\kappa_1 - \kappa_0) \quad (3)$$

Pour  $n = 1$  il y a un axe neutre, lieu de points d'inflexion des transformées planes. Si  $n = 0.5$  on a  $\kappa_{0.5} = 0.5 (\kappa_0 + \kappa_1)$ .

L'équation du cercle indicateur de l'altération de courbure sera

$$C = C_n = C_0 + n (C_1 - C_0) = (1 - n) C_0 + n C_1 \quad (4)$$

les indices 0 et 1 exprimant que  $n = 0$  et  $n = 1$ , valeurs classiques. C'est l'équation d'un faisceau de cercles de paramètre  $n$ . La sécante commune (axe radical, chordale) a pour équation  $C_0 - C_1 = 0$ ; cette sécante correspond à la direction  $\vartheta$  de courbure indépendante de  $n$ .

Enfin si le point  $P$  se déplace sur la transformée plane d'un côté du réseau, la Variation de courbure  $\Delta\kappa_n$  se déduit de (3):

$$\Delta\kappa_n = n \cdot \Delta\kappa_1$$

car le long de la transformée  $\kappa_0$  est constant et sa variation nulle.

*Calcul des corrections.* Soient  $\delta_1$  et  $\delta_2$  les corrections angulaires pour un côté  $P_1P_2$  de longueur  $L$ , considérées provisoirement en valeur absolue.

$$|\delta_1| \pm |\delta_2| \cong \frac{L}{2} (\kappa_{III} \pm \kappa_{III}')$$

$$\text{ou } P_1 - III = III - III' = III' - P_2 = \frac{1}{3} L$$

Le calcul s'effectue donc en fonction de la courbure au tiers du côté.

$$|\delta_1| + |\delta_2| = \Sigma_0 + \Sigma_n = \Sigma \quad |\delta_1| - |\delta_2| = \Delta$$

$\Sigma = \Sigma_0$  pour  $n = 0$ ; c'est l'excès sphérique du triangle  $OP_1P_2$

$$\Delta = -\frac{n}{6R^2} \cdot \rho'' \cdot \Delta X \cdot \Delta Y. \quad \Sigma_n = \frac{n}{2R^2} \rho'' (X_2Y_2 - X_1Y_1)$$

ou  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  sont les composantes de  $P_1P_2$ . Si le côté  $P_1P_2$  est une corde de l'hyperbole  $XY = \text{const.}$  on a  $\Sigma_n = 0$  et  $\Sigma$  est indépendant de  $n$ . Si  $P_1P_2$  diminue et tend vers  $ds$  on retrouve une propriété déjà énoncée.

Ces formules (valeurs principales) suffisent pour un territoire restreint.

*Application:* Considérons le côté Feldberg-Lägern

$$\begin{array}{lll} X_1 = + 102.75 \text{ km} & X_2 = + 59,4 \text{ km} & \rho''/R^2 = 5'',07/1000 \text{ km}^2 \\ Y_1 = + 42.3 \text{ km} & Y_2 = + 72.5 \text{ km} & \end{array}$$

$$\Delta = n \cdot 1'',11 \quad \Sigma_0 = 12'',51 \quad \Sigma_n = -n \cdot 0'',10$$

$$n = 1 \quad |\delta_1| = 6'',76 \quad |\delta_2| = 5'',65$$

$$n = 0.5 \quad |\delta_1| = 6'',50_5 \quad |\delta_2| = 5'',95_5$$

Le terme  $\Sigma_n$  est très faible car  $P_1P_2$  est à peu près une corde de la courbe  $XY = \text{const.}$

*Littérature:*

[1] Baeschlin, C. F., Lehrbuch der Geodäsie.  
 [2] Laborde, Traité des projections, IV.  
 [3] Revue Suisse des Mensurations, juillet 1937.