

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 47 (1949)

**Heft:** 10

**Artikel:** Über das Wegschaffen von Restparallaxen mittels graphischer Konstruktionen

**Autor:** Krames, Josef

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-206584>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

lungen abgelesen; Winkelfunktionen sind nicht mehr notwendig. An Stelle des objektiven Ausrechnens einer Formel tritt somit die subjektive Auswertung.

Damit wird eine Bahn beschritten, welche zur Schaffung eines neuen Aufnahmegerätes führen kann, mit welchem nicht mehr Winkel und Entfernung, sondern gleich rechtwinkelige Koordinatenunterschiede abgelesen werden können.

## Über das Wegschaffen von Restparallaxen mittels graphischer Konstruktionen

Von *Josef Krames*,  
korrespondierendes Mitglied der österreichischen Akademie  
der Wissenschaften

(Mitteilung aus dem Bundesamt für Eich- und  
Vermessungswesen in Wien)  
(Mit zwei Abbildungen im Text)

**Nr. 1.** Beim gegenseitigen Orientieren von Luftaufnahmen kommt es oft vor, daß in einer Modellecke kleine Restparallaxen stehen bleiben, während im Gesichtsfeld sonst nirgends mehr  $y$ -Parallaxen zu beobachten sind. Da in solchen Fällen nach dem üblichen optisch-mechanischen Verfahren keine weitere Verbesserung der Einpassung möglich ist, begnügt man sich gewöhnlich mit einem rein gefühlsmäßigen Aufteilen (Verdrücken) der Restparallaxen auf das gesamte Raummodell. Dieser mehr behelfsmäßige Vorgang läßt sich jedoch, wie im folgenden u. a. gezeigt werden soll, durch ein systematisches graphisches Verfahren ersetzen, bei dem die Parallaxe an Ort und Stelle beseitigt und überdies die Genauigkeit des Ergebnisses einer zuverlässigen Kontrolle unterzogen wird. Die Güte der auf diesem Wege gewonnenen Einpassung hängt selbstverständlich auch von der Qualität der verwendeten Instrumente ab. Doch haben die im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen gesammelten Erfahrungen immerhin gezeigt, daß dieses Verfahren sogar bei einem minder präzisen Orientierungsgerät (wie z. B. am *Multiplex*) mit überraschendem Erfolg anwendbar ist. Hieraus erkennt man jetzt auch, daß das vom Verfasser herrührende allgemeine graphische Verfahren zur gegenseitigen Orientierung von Luftbildpaaren<sup>1</sup>, insbesondere das dabei vorgesehene lineare Interpolieren, die Annäherung an die ideale Lösung der Hauptaufgabe mit höchstmöglicher Genauigkeit gewährleistet.

<sup>1</sup> *J. Krames*, Graphische Lösung der Hauptaufgabe beim Normalfall der Luftphotogrammetrie, Anzeiger der österr. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. 86 (1949), S. 93–99; *J. Krames*, Gegenseitige Orientierung von Luftaufnahmen mittels liniengeometrischer Konstruktionen, ebenda, S. 128–135; *J. Krames*, Über ein graphisches Verfahren zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen, Österr. Zeitschr. f. Verm., XXXVII (1949), S. 13–29.

**Nr. 2.** Wir stützen uns auf folgende grundlegenden Eigenschaften der vom Verfasser ausführlich untersuchten „gefährlichen Raumgebiete“<sup>2</sup> und einige daraus ableitbare Tatsachen:

**a)** Mit jeder (in bestimmten engen Grenzen gehaltenen) Verlagerung der beiden Zielstrahlbündel ist eine orthogonale Regelfläche zweiten Grades  $\Omega^0$  mit einer Haupterzeugenden  $\mathbf{e}_s$  in der Kernachse („gefährliche Fläche im engeren Sinne“) eindeutig bestimmt. In allen Punkten dieser Fläche bleibt das „Sich-Schneiden“ zugeordneter Strahlen unangetastet.

**b)**  $\Omega^0$  bildet zugleich die „Grundfläche“ des „gefährlichen Raumgebietes“, in dessen sämtlichen Punkten bei der vorliegenden Bündelverlagerung bloß Parallaxen entstehen, die unterhalb der Meßgenauigkeit liegen.

**c)** Die Fläche  $\Omega^0$  wird u. a. durch die zweite, zur Erzeugendenschar von  $\mathbf{e}_s$  gehörige Haupterzeugende  $\mathbf{e}_t = \mathbf{g}$  eindeutig festgelegt. Denn jede zur Kernachse ( $\mathbf{e}_s$ ) normale Ebene  $\nu$  schneidet aus  $\Omega^0$  im allgemeinen einen Kreis aus, der auf den Geraden  $\mathbf{e}_s$  und  $\mathbf{g}$  zwei Gegenpunkte aufweist; von diesen beiden Punkten wird der auf  $\mathbf{g}$  befindliche als „Grundpunkt“ von  $\nu$  bezeichnet.

**d)** Sind in einer der Ebenen  $\nu$  drei Modellpunkte  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  samt den daselbst beobachteten Parallaxen  $dp_1, dp_2, dp_3$  gegeben, so findet man den Grundpunkt  $\mathbf{G}$  von  $\nu$  auf folgende Weise: Man errichtet in jedem Punkt  $\mathbf{P}_k$  die Normale  $\mathbf{n}_k$  zu seiner Kernebene  $\eta_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) und verschiebt diese Punkte  $\mathbf{P}_k$  in lotrechter Richtung durch Strecken  $K_1, K_2, K_3$ , die sich (unter Beachtung der Vorzeichen) wie die gegebenen Parallaxen  $dp_k$  verhalten. Hierauf legt man durch den zweiten Endpunkt jeder solchen Strecke die Parallele  $\mathbf{q}_k$  zur betreffenden Geraden  $\mathbf{n}_k$ .  $\mathbf{G}$  deckt sich sodann mit dem Ähnlichkeitszentrum der von den Geraden  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$  bzw.  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3$  begrenzten Dreiecke.

**e)** Kennt man den Grundpunkt  $\mathbf{G}$  einer Normalebene  $\nu$  zur Basis, ferner innerhalb  $\nu$  einen Modellpunkt  $\mathbf{P}_k$  samt der dort gemessenen Parallaxe  $dp_k$ , so ist damit bereits die Differenzkipfung gegeben, die (im Verein mit gewissen anderen Orientierungsbewegungen) in  $\mathbf{P}_k$  die Parallaxe —  $dp_k$  erzeugt, also die gegebene Parallaxe  $dp_k$  zum Verschwinden bringt. Bezeichnet nämlich  $S_k$  jene lotrechte Strecke, die von der durch  $\mathbf{P}_k$  gelegten Normalen  $\mathbf{n}_k$  bis  $\mathbf{G}$  reicht, so gilt stets<sup>3</sup>:

$$d\omega_1 - d\omega_2 = - dp_k : S_k. \quad (1)$$

Hierin erhält  $S_k$  das positive oder negative Vorzeichen, je nachdem diese Strecke von  $\mathbf{n}_k$  nach  $\mathbf{G}$  in positiver oder negativer z-Richtung durchlaufen wird<sup>4</sup>.

<sup>2</sup> J. Krames, Genauigkeitssteigerung der gegenseitigen Einpassung von Luftaufnahmen auf Grund noch nicht beachteter Bedingungsgleichungen zwischen den Orientierungsgrößen, Österr. Zeitschr. f. Verm. XXXVI (1948), S. 25–45, 56–61. — Hier sind auch die übrigen Arbeiten des Verfassers über diese Gegenstände vollzählig angeführt.

<sup>3</sup> Man könnte auch durch  $\mathbf{G}$  die Normale  $\mathbf{g}_k$  zur Kernebene  $\eta_k$  des Punktes  $\mathbf{P}_k$  legen; die von  $\mathbf{P}_k$  bis  $\mathbf{g}_k$  reichende lotrechte Strecke hätte dann ebenfalls die Länge  $S_k$  (vgl. die Abb. 1).

<sup>4</sup> Wegen zweckmäßiger Annahme des Achsenkreuzes und der positiven Bün-

f) Umgekehrt sind alle in den einzelnen Punkten  $\mathbf{P}_k$  einer Ebene  $\nu$  ( $x = \text{konst.}$ ) durch eine bestimmte Bündelverlagerung hervorgerufene Parallaxen  $dp_k$  leicht anzugeben, sobald der Grundpunkt  $\mathbf{G}$  von  $\nu$  gefunden ist. Denn die Normalen  $\mathbf{n}_k$  durch diese Punkte  $\mathbf{P}_k$  zu deren Kernebenen  $\eta_k$  begrenzen (nach  $\mathbf{e}$ ) jene bis  $\mathbf{G}$  reichenden lotrechten Strecken  $S_k$ , die wegen Gl. (1) die in  $\mathbf{P}_k$  neu auftretenden Parallaxen

$$dp_k = S_k \cdot (d\omega_1 - d\omega_2) \quad (2)$$

ergeben<sup>5</sup>.

g) Sind die Grundpunkte  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  zweier verschiedener Ebenen  $\nu_1, \nu_2$  bekannt, so ist mit der Verbindungsgeraden  $\mathbf{g}$  von  $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2$  die Fläche  $\Omega^o$  (nach  $\mathbf{e}$ ) vollständig bestimmt. Auf  $\mathbf{g}$  liegen insbesondere auch die Grundpunkte  $\mathbf{G}^o, \mathbf{G}^b$  der durch die Aufnahmezentren gelegten Ebenen  $\nu^o$  ( $x = 0$ ),  $\nu^b$  ( $x = b$ ), und aus den Koordinaten  $Y^o, Z^o$  bzw.  $Y^b, Z^b$  von  $\mathbf{G}^o, \mathbf{G}^b$  erhält man:

A) Beim „Winkelverfahren“

( $d\omega_1 - d\omega_2 = d\omega, db_{y_1} = db_{y_2} = db_{z_1} = db_{z_2} = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned} d\varphi_1 &= \frac{Y^b}{b} d\omega, \\ d\kappa_1 &= \frac{Z^b}{b} d\omega, \\ d\varphi_2 &= \frac{Y^o}{b} d\omega, \\ d\kappa_2 &= \frac{Z^o}{b} d\omega; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

B) Beim „Folgebildanschluß“

( $d\omega_1 = d\varphi_1 = d\kappa_1 = db_{y_1} = db_{z_1} = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned} d\varphi_2 &= - \frac{Y^o - Y^b}{b} d\omega_2, \\ d\kappa_2 &= - \frac{Z^o - Z^b}{b} d\omega_2, \\ db_{y_2} &= Z^b d\omega_2, \\ db_{z_2} &= - Y^b d\omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

deldrehungen siehe die bereits zitierten Arbeiten des Verfassers. – Dort wird auch der Fall ausführlich behandelt, daß die Parallaxenmessung nicht (wie oben vorausgesetzt) am Geländemodell, sondern auf den Bildplatten erfolgt.

<sup>5</sup> Auf Grund dieses Zusammenhanges läßt sich also bereits am Reißbrett erkennen, welche Parallaxenänderungen bei einer in Aussicht genommenen Bündelverlagerung in den einzelnen Modellpunkten erzeugt werden.

Auf den (leicht zu vermeidenden) Sonderfall  $d\omega_1 - d\omega_2 = 0$  bzw.  $d\omega_2 = 0$  wird hier nicht eingegangen. Diesbezüglich sei auf die dritte in Fußnote 1 zitierte Arbeit verwiesen.

**h)** Sind nach dem Inkrafttreten einer so gefundenen Wertverbindung der Orientierungsgrößen keine Restparallaxen mehr festzustellen, so ist damit nur dann die richtige Orientierung erreicht, wenn nach abermaligem Einstellen derselben (oder der mit einem Faktor  $n$  multiplizierten) Größen jede ursprünglich beobachtete  $y$ -Parallaxe an derselben Stelle mit ihrem negativen (bzw. mit ihrem  $-n$ -fachen) Betrag abermals in Erscheinung tritt. Haben jedoch in der zuletzt hergestellten Bündellage die bei den einzelnen Modellpunkten auftretenden Parallaxen das  $-m$ -fache ( $m \neq n$ ) ihrer ursprünglichen Beträge angenommen, so ergibt sich die endgültige Orientierung mittels einfacher *linearer Interpolation*, indem die  $\frac{n+1}{m+1}$ -

fachen Werte der zuerst gegebenen Orientierungsgrößen (ausgehend von der Anfangslage) am Gerät eingestellt werden<sup>6</sup>. Die beiden Faktoren  $n$  und  $m$  können beliebige, auch negative Werte aufweisen.

**Nr. 3.** Diese Ergebnisse bilden die wesentlichen Grundlagen des neuen graphischen Verfahrens zum gegenseitigen Einpassen von Luftaufnahmen, dessen praktischer Erfolg um so mehr gewährleistet ist, je kleiner die wegzuschaffenden Restparallaxen geworden sind. Ein typisches Beispiel hierfür liegt bei der eingangs gekennzeichneten besonderen Orientierungsaufgabe vor. Bei den im Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen ausgeführten praktischen Versuchen hat sich jedoch gezeigt, daß dieses Verfahren auch in allgemeineren Fällen, bei denen beispielsweise am Multiplex Restparallaxen bis zu 1,5 mm festzustellen sind, sehr rasch zum Ziele führt. Daran ändert sich auch nichts, wenn die  $x$ -Achse nicht genau mit der Kernachse zusammenfällt und die Drehungsachsen der Projektoren bis zu 2° gegen die betreffenden Koordinatenachsen geneigt sind.

Zur Lösung der erwähnten Aufgabe nehmen wir der Einfachheit halber an, daß die am Modell auftretenden  $y$ -Parallaxen vor allem in sechs Punkten beobachtet werden, von denen je drei, nämlich **1, 3, 5** und **2, 4, 6** innerhalb der Ebenen  $\nu^0$  ( $x = 0$ ) bzw.  $\nu^b$  ( $x = b$ ) liegen, und zwar **1, 2** wie üblich in der Nähe der beiden Nadirpunkte, hingegen **3, 4** und **5, 6** möglichst am oberen bzw. unteren Bildrand. Ferner soll bloß beim Punkt **5** noch eine Restparallaxe  $dp_5$  zu beobachten sein (die am Multiplex 0,1 bis 0,2 mm betragen kann). Um jene Orientierungsgrößen ausfindig zu machen, durch welche auch diese Parallaxe zum Verschwinden kommt, hat man nach Obigem die Grundpunkte  $\mathbf{G}^0, \mathbf{G}^b$  der Ebenen  $\nu^0, \nu^b$  aufzusuchen. Davon ist  $\mathbf{G}^0$  wegen  $dp_1 = dp_3 = 0$  als Schnittpunkt der in **1** und **3** errichteten Normalen  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_3$  zu den Kernebenen  $\eta_1, \eta_3$  dieser Punkte unmittelbar gegeben (siehe Abb. 1). Aus den Punkten  $\mathbf{G}^0, \mathbf{5}$  und

<sup>6</sup> Damit sind naheliegende Verallgemeinerungen des früher (siehe die in Fußnote 1 zitierten Arbeiten) etwas anders formulierten Sonderfalles  $n = 1$  ausgesprochen.



nommen, wesentlich kleiner als  $dp_5$  sein sollen, kann man sich jetzt die Aufgabe stellen, den Grundpunkt  $\mathbf{G}^b$  von  $\nu^b$  derart zu wählen, daß der größte absolute Betrag der drei Parallaxen  $dp_2, dp_4, dp_6$  ein Minimum wird. Wie unschwer einzusehen, ist dies dann der Fall, wenn die Absolutbeträge dieser Parallaxen untereinander gleich sind und  $\mathbf{G}^b$  die aus Abb. 2 ersichtliche Lage einnimmt, nämlich im Innern des von den Normalen  $\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_4, \mathbf{n}_6$  begrenzten Dreiecks, und zwar auf der Lotrechten durch den Schnittpunkt  $\mathbf{A}$  von  $\mathbf{n}_4$  und  $\mathbf{n}_6$ , in der Mitte zwischen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{n}_2$ . Rechts und links von dieser Lotrechten hätte der größte der zur  $z$ -Achse parallelen Abstände  $S_2, S_4, S_6$  des Punktes  $\mathbf{G}^b$  von den Geraden  $\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_4, \mathbf{n}_6$  (vgl. Nr. 2, f) einen größeren Absolutbetrag als an der soeben bezeichneten Stelle<sup>8</sup>.

**Nr. 4.** Um die gesuchte Bündelbewegung auszuführen, hat man nun bloß aus den Koordinaten  $Y^o, Z^o$  und  $Y^b, Z^b$  der nach Nr. 3 gegebenen Grundpunkte  $\mathbf{G}^o$  und  $\mathbf{G}^b$  die Orientierungsgrößen gemäß Nr. 2, g, abzuleiten und diese am Gerät einzustellen. Dabei verschwindet die Restparallaxe  $dp_5$ , während die Parallaxen  $dp_1 \approx 0, dp_3 \approx 0$  bei den Modellpunkten **1** bzw. **3** unverändert erhalten bleiben. Wie sich bei praktischen Versuchen zeigte, sind jetzt in den meisten Fällen auch bei **2, 4, 6** noch keine meßbaren Parallaxen hervorgetreten. Um in solchen Fällen die Genauigkeit der damit hergestellten Orientierung zu überprüfen, hat man (nach Nr. 2, h) dieselben Orientierungsgrößen etwa ein zweites Mal zur Anwendung zu bringen ( $n = 1$ ). Die richtige Einpassung ist sodann dadurch gekennzeichnet, daß nach diesem Einstellen der doppelten Orientierungswerte die Parallaxe  $dp_5$  neuerdings beim Punkt **5**, jedoch mit entgegengesetzten Vorzeichen, zu beobachten ist, während alle übrigen Orientierungspunkte weiterhin keine Parallaxen erkennen lassen. Wäre jedoch bei der zuletzt hergestellten Lage der Bündel (und zwar bloß bei **5**) eine von  $-dp_5$  verschiedene Parallaxe  $dp' = -m dp_5$  ( $m \neq 1$ ) vorhanden, dann ergäbe sich die endgültige Einpassung mit Hilfe der in Nr. 2, h, hervorgehobenen linearen Interpolation. Diese kann sogleich als Korrektur der zuletzt betrachteten Bündellage ausgeführt werden, wobei die ursprünglich gegebenen Orientierungsgrößen mit ihren

$$-\frac{2m}{1+m}\text{-fachen}$$

Werten zur Einstellung gelangen.

Solche Kontrollen und Interpolationen lassen die Annäherung an die ideale Lösung der Hauptaufgabe auch dann noch mit höchstmöglicher Genauigkeit erkennen, wenn die erforderlichen letzten Bündelbewegungen bereits so klein geworden sind, daß die zugehörigen „gefährlichen

<sup>8</sup> Außerhalb des erwähnten Dreiecks gibt es nur noch zwei Punkte  $\mathbf{B}, \mathbf{C}$  von  $\nu^b$ , deren lotrechte Abstände  $S_2, S_4, S_6$  von den Geraden  $\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_4, \mathbf{n}_6$ , absolut genommen, untereinander gleich sind (s. Abb. 2). — Nebenbei bemerkt, erreicht die Summe der absoluten Beträge dieser Abstände (bei der angenommenen Verteilung der Orientierungspunkte) ihr Minimum, wenn der Grundpunkt  $\mathbf{G}^b$  mit der Dreiecks-ecke  $\mathbf{A}$  zusammenfällt.

Raumgebiete“ das Raummodell des aufgenommenen Geländes ziemlich vollständig umschließen<sup>9</sup>. Das von *W. K. Bachmann* im Verlaufe des VI. internationalen Kongresses für Photogrammetrie (Den Haag, 1948) im Anschluß an einen Vortrag des Verfassers gekennzeichnete wichtige Problem, „*ins Innere der gefährlichen Raumgebiete einzudringen*“, erscheint damit erstmalig einer Lösung zugeführt zu sein. Ein allfälliges Versagen der geschilderten Operationen müßte auf die von den verwendeten Instrumenten und Bildschichten herrührenden *systematischen Fehler* zurückgeführt werden. Zwischen diesen und den zufälligen Fehlern wird sich damit zugleich eine schärfere Grenze ziehen lassen als bisher.

Die in den vorliegenden Zeilen dargelegten Ergänzungen zu dem neuen graphischen Verfahren zur gegenseitigen Orientierung von Luftbildern lassen beispielhaft erkennen, in welcher Weise dieses noch weiter entwickelt werden kann. Hierüber soll aber erst Näheres berichtet werden, wann genügend Ergebnisse von einschlägigen Versuchsarbeiten vorliegen, die vor allem an größeren Präzisionsinstrumenten auszuführen sind.

## **Congrès de la Fédération internationale des Géomètres à Lausanne, du 23 au 27 août 1949**

Nous commençons dans ce numéro une série de publications qui formeront un compte-rendu du Congrès de la Fédération internationale des Géomètres tenu à Lausanne du 23 au 27 août 1949.

### **a) Discours de M. R. Danger,** *tenu au banquet de clôture*

C'est pour moi une réelle satisfaction personnelle que d'apporter ici un hommage pour tout ce que je dois, pour tout ce que doivent les Géomètres à la corporation de nos confrères Suisses, à leur technique, à leur psychologie. Je me souviens de mon premier séjour en 1908 dans ce beau pays auprès du lac de Joux. J'y fis connaissance de M. Mermoud, Géomètre à l'Isle, qui, coïncidence aimable, était le prédécesseur dans la plupart de ses fonctions du distingué Président actuel de la Fédération Internationale, M. le Colonel Baudet. Je ne puis oublier mon admiration de faire la découverte de la plus simple, la plus rationnelle des réalisations dans le domaine du Régime Foncier, comme la plus traditionnelle des applications du culte du dieu Terme.

Je n'ai depuis jamais cessé de regarder du côté de la Suisse, d'étudier avec le plus vif intérêt ses méthodes, ses activités professionnelles publiques et privées.

---

<sup>9</sup> Vgl. *J. Krames*, Die Bedeutung der „gefährlichen Raumgebiete“ für das optisch-mechanische Orientieren von Luftaufnahmen, Photograph. Korr. 84 (1948), S. 41–50, und die in Fußnote 2 zitierte Arbeit, Nr. 4.