

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 48 (1950)

Heft: 5

Artikel: Die Genauigkeit der Polygonknotenpunkte

Autor: Salonen, Eero

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-207437>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$2 \cos z$ abgetragen, und auf der Diagonalen erhalten wir anstelle von $\cos A$ nunmehr $\cos t$ (Fig. 5).

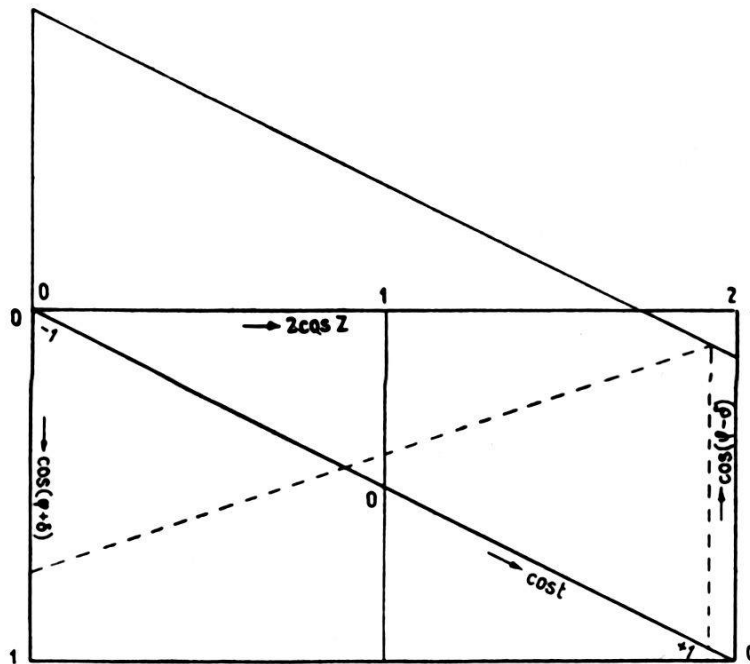


Fig. 5

Da der Aufbau und die Maßstabsverhältnisse der beiden Diagramme völlig übereinstimmen, lassen sie sich ohne weiteres in ein einziges vereinen, ohne die Übersichtlichkeit nennenswert zu beeinträchtigen.

Die Genauigkeit der Polygonknotenpunkte

Von Dr.-Ing. Eero Salonen, Helsinki

Da die Knotenpunkte der Polygonmessung im allgemeinen als ziemlich genau, ja sogar als eine Art Surrogat für die Dreieckspunkte angesehen werden, haben wir Grund, die Genauigkeit derselben fehlertheoretisch zu prüfen.

Im folgenden ist eine solche Untersuchung ausgeführt, indem die Genauigkeit des Knotenpunktes mit der Genauigkeit eines in der Mitte eines mit entsprechender Präzision gemessenen Polygonzuges befindlichen Punktes verglichen ist¹.

Bei der Untersuchung verfahren wir so, daß wir fehlertheoretisch entwickeln, wie der mittlere Fehler des Knotenpunktes wächst, wenn die Zahl der Züge wächst. Danach werden diese mittleren Fehler mit den mitt-

¹ Der Verfasser hat in etwas einfacherer Form eine ähnliche Genauigkeitsuntersuchung „Monikulmiomittauksen solmupisteiden tarkkuudesta“ (Über die Genauigkeit der Knotenpunkte der Polygonmessung) in der Zeitschrift „Maanmittaus“ 1949, S. 18–24, dargestellt.

Die wahren Fehler $\delta^{(\nu)}$ der Richtungswinkel eines einzelnen Zuges sind:

$$\delta_1^{(\nu)} = \varepsilon_1^{(\nu)} + v^{(\nu)}$$

$$\delta_2^{(\nu)} = \varepsilon_1^{(\nu)} + \varepsilon_2^{(\nu)} + 2 v^{(\nu)}$$

$$\dots$$

$$\delta_n^{(\nu)} = \varepsilon_1^{(\nu)} + \varepsilon_2^{(\nu)} + \dots + \varepsilon_n^{(\nu)} + n \cdot v^{(\nu)}$$

$$\dots$$

$$[\delta^{(\nu)}] = n \varepsilon_1^{(\nu)} + (n-1) \varepsilon_2^{(\nu)} + (n-2) \varepsilon_3^{(\nu)} + \dots + \varepsilon_n^{(\nu)} + \frac{n(n+1)}{2} v^{(\nu)}$$

Und wenn für $v^{(\nu)}$ der Wert (6) eingesetzt wird

$$[\delta^{(\nu)}] = \frac{n}{2} \varepsilon_1^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \varepsilon_2^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 2\right) \varepsilon_3^{(\nu)} + \dots + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \varepsilon_n^{(\nu)} - \frac{n}{2} \varepsilon_{n+1}^{(\nu)} + \frac{n}{2z} \Sigma [\varepsilon] \quad (7)$$

Diese Werte $[\delta]$ setzen wir in der Gleichung (5) ein und erhalten

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \frac{1}{z} \sum_{\nu=1}^z \sin \alpha^{(\nu)} [\lambda^{(\nu)}] + \frac{s}{z} \sum_{\nu=1}^z \cos \alpha^{(\nu)} \left\{ \frac{n}{2} \varepsilon_1^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \varepsilon_2^{(\nu)} + \dots + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \varepsilon_n^{(\nu)} - \frac{n}{2} \varepsilon_{n+1}^{(\nu)} + \frac{n}{2z} \Sigma [\varepsilon] \right\} \\ \xi_m &= \frac{1}{z} \sum_{\nu=1}^z \cos \alpha^{(\nu)} [\lambda^{(\nu)}] - \frac{s}{z} \sum_{\nu=1}^z \sin \alpha^{(\nu)} \left\{ \frac{n}{2} \varepsilon_1^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \varepsilon_2^{(\nu)} + \dots + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \varepsilon_n^{(\nu)} - \frac{n}{2} \varepsilon_{n+1}^{(\nu)} + \frac{n}{2z} \Sigma [\varepsilon] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Wir machen nun weiter die Annahme, daß die Züge symmetrisch um den Knotenpunkt herum verteilt sind. Es ist dann

$$\sum_{\nu=1}^z \cos \alpha^{(\nu)} = 0$$

$$\sum_{\nu=1}^z \sin \alpha^{(\nu)} = 0$$

infolgedessen fallen in dem vorstehenden Ausdruck (8) für η_m und ξ_m alle Glieder $\frac{n}{2z} \Sigma [\varepsilon]$ weg, und es bleibt übrig

$$\left. \begin{aligned} \eta_m &= \frac{1}{z} \sum_{\nu=1}^z \sin \alpha^{(\nu)} [\lambda^{(\nu)}] + \frac{s}{z} \sum_{\nu=1}^z \cos \alpha^{(\nu)} \left\{ \frac{n}{2} \varepsilon_1^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \varepsilon_2^{(\nu)} + \right. \\ &\quad \left. + \dots - \left(1 - \frac{n}{2} \right) \varepsilon_n^{(\nu)} - \frac{n}{2} \varepsilon_{n+1}^{(\nu)} \right\} \\ \xi_m &= \frac{1}{z} \sum_{\nu=1}^z \cos \alpha^{(\nu)} [\lambda^{(\nu)}] - \frac{s}{z} \sum_{\nu=1}^z \sin \alpha^{(\nu)} \left\{ \frac{n}{2} \varepsilon_1^{(\nu)} + \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \varepsilon_2^{(\nu)} + \right. \\ &\quad \left. + \dots - \left(1 - \frac{n}{2} \right) \varepsilon_n^{(\nu)} - \frac{n}{2} \varepsilon_{n+1}^{(\nu)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Jetzt gehen wir von den wahren Fehlern zu mittleren Fehlern über und nehmen an, daß der mittlere Fehler der Strecken m_s und der Winkel m_w ist. So erhalten wir als mittlere Fehler M_y und M_x der Koordinaten des Knotenpunktes.

$$M_y^2 = \frac{n}{z^2} m_s^2 \sum_{\nu=1}^z \sin^2 \alpha^{(\nu)} + \frac{s^2}{z^2} m_w^2 \left\{ \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 2 \right)^2 + \right. \\ \left. + \dots + \left(1 - \frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} \right)^2 \right\} \sum_{\nu=1}^z \cos^2 \alpha^{(\nu)}$$

$$M_x^2 = \frac{n}{z^2} m_s^2 \sum_{\nu=1}^z \cos^2 \alpha^{(\nu)} + \frac{s^2}{z^2} m_w^2 \left\{ \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 2 \right)^2 + \right. \\ \left. + \dots + \left(1 - \frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} \right)^2 \right\} \sum_{\nu=1}^z \sin^2 \alpha^{(\nu)}$$

$$\begin{aligned} \text{Wenn } \left(\frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 1 \right)^2 + \left(\frac{n}{2} - 2 \right)^2 + \dots + \left(1 - \frac{n}{2} \right)^2 + \left(\frac{n}{2} \right)^2 = \\ = \frac{n(n+1)(n+2)}{12}, \text{ dann wird} \end{aligned}$$

$$M_y^2 = \frac{n}{z^2} m_s^2 \sum_{\nu=1}^z \sin^2 \alpha^{(\nu)} + \frac{s^2}{z^2} m_w^2 \frac{n(n+1)(n+2)}{12} \sum_{\nu=1}^z \cos^2 \alpha^{(\nu)} \quad (10)$$

$$M_x^2 = \frac{n}{z^2} m_s^2 \sum_{\nu=1}^z \cos^2 \alpha^{(\nu)} + \frac{s^2}{z^2} m_w^2 \frac{n(n+1)(n+2)}{12} \sum_{\nu=1}^z \sin^2 \alpha^{(\nu)}$$

Wenn beachtet wird, daß

$$\sin^2 \alpha^{(\nu)} + \cos^2 \alpha^{(\nu)} = 1$$

ergibt sich als mittlerer Fehler des Knotenpunktes

$$M = \pm \sqrt{M_y^2 + M_x^2}$$

Dieser aus einem ziemlich beschränkten Observationsmaterial erhaltene Mittelwert $1,47 \pm 0,29$ der Beziehungen zwischen den Fehlern der gewöhnlichen Polygonpunkte und denen der Knotenpunkte mit 4 Zügen stimmt – vielleicht zufällig – verhältnismäßig gut mit der oben theoretisch entwickelten Relationszahl 1,4 überein. Beim Vergleich dieser Zahlen ist jedoch zu berücksichtigen, daß auf die erhaltenen scheinbaren Fehler der Polygonpunkte auch die Ungenauigkeit jener Dreieckspunkte einwirkt, die Anfangspunkte und Knotenpunkte der Züge gewesen sind, welche Ungenauigkeit in dem besagten Dreiecksnetz ungefähr einem mittleren Punktfehler von ± 10 mm entspricht.

Die Formel (11) kann auch von Nutzen sein, wenn beurteilt wird, in welchem Verhältnis die Genauigkeit der Seitenmessung zu der der Winkelmessung stehen soll, damit deren Wirkung ungefähr ebenso groß ist – d. h., daß die Terme $n \cdot m_s^2$ und $\frac{n(n+1)(n+2)}{12} s^2 m_w^2$ ungefähr gleich sind. Wenn z. B. $s = 100$ m, $m_s = \pm 10$ mm und $m_w = \pm 30''$, so bekommen wir

$n =$	3	4	5	6	7	8	9	10
$n \cdot m_s^2 =$	300	400	500	600	700	800	900	1000
$\frac{n(n+1)(n+2)}{12} \left(\frac{s m_w}{\rho''} \right)^2 =$	110	220	385	630	920	1320	1830	2420

Da in der Praxis bei einem Knotenpunkt oft Züge mit $5 \cdots 7$ Seiten in Frage kommen, stehen also die dargestellten Genauigkeiten ungefähr im richtigen Verhältnis zueinander.

Die optischen Mittel zur Berichtigung des Wildschen Reduktions-Distanzmessers RDH

Von E. Berchtold, Heerbrugg

I

Der Reduktions-Distanzmesser RDH ist das Ergebnis einer Weiterentwicklung des bekannten Boßhardt-Zeißschen Reduktions-Distanzmessers. Mit dem RDH können an der waagrechten Latte nicht nur die Horizontalabstände, sondern auch die Höhenunterschiede gemessen werden. Die Abb. 1 zeigt die Anordnung der optischen Teile in einem senkrechten Schnitt durch das waagrechte Fernrohr.

Dem Fernrohrobjektiv 5 sind vorgelagert: das rhombische Prisma 4 und die Drehkeile 2 und 3 sowie das Abschlußglas 1. Das Prisma 4 überdeckt nur die obere Objektivhälfte. Es bewirkt eine Parallelversetzung der eintreffenden Lichtstrahlen, aber keine Winkeländerung.