

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 52 (1954)

**Heft:** 3

**Artikel:** Ein Versuch zur Erklärung der Anhäufung negativer Dreiecksschlussfehler in der schwedischen Dreiecksmessung erster Ordnung [Schluss]

**Autor:** Pettersson, L.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-210935>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 18.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein; Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeurs: Société suisse des Mensurations et Améliorations foncières; Société suisse des ingénieurs du Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 3 • LII. Jahrgang

Erscheint monatlich

9. März 1954

## Voranzeige

zur Hauptversammlung 1954 des SVVK

Die Hauptversammlung findet am 29. und 30. Mai 1954 in St. Gallen statt.

Werte Kollegen, reserviert Euch diese beiden Tage für den Besuch der Ostschweiz.

Anmeldekarte und Programm liegen der April-Nummer bei.

*Die Sektion Ostschweiz*

## Ein Versuch zur Erklärung der Anhäufung negativer Dreiecksschlußfehler in der schwedischen Dreiecksmessung erster Ordnung

Von Staatsgeodät L. Pettersson

(Schluß)

Die verschiedenen Gleichungen (6) haben nicht dasselbe Gewicht. Dieses ist von der Anzahl der Sichten der betreffenden Station abhängig. Man hat z.B. bei 3 und 4 Sichten, wo jeder Winkel in 6 bzw. 5 Sätzen gemessen worden ist:

$$s = 3 \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \quad p' = 2$$

$$s = 4 \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{5} \quad p' = 5$$

Da man in der Regel 4 Sichten hat, ist es naheliegend, das Gewicht 5 als Einheit anzunehmen. Dann erhält man die Gewichte  $p$ , die in (6) angegeben worden sind.

Die Berechnung nach (6) für die verschiedenen Beobachtergruppen gab für V. Johansson den Wert  $a = -0''.31 \pm 0''.16$ . Dieser negative Wert, der ja ganz wohlbestimmt ist, widerspricht der von uns gemachten Annahme der Mitschleppung. Es hat sich aber erwiesen, daß dieser Beobachter, gerade um die Mitschleppung zu vermeiden, in anderer Weise gemessen hat. Er mißt abwechselnd den Winkel  $m \cdot n$  und  $n \cdot m$ . Siehe Abb. 2: Bei ungerader Satzanzahl mißt er den gewöhnlichen Winkel  $m \cdot n$  im überschießenden Satz. Es ist klar, daß die Gleichungen (6) nun nicht gelten können. Nimmt man an, daß jeder der Winkel

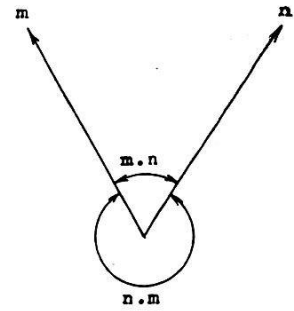


Abb. 2

$$1.2, 2.3, 3.4 k \dots \dots \frac{200^c}{3} \text{ ist}$$

so erhält man z.B. bei 4 Sichten

$$[m \cdot n]_{k4} + 3 \left\{ \frac{3}{5} \left[ a + \frac{2}{3} b \right] - \frac{2}{5} \left[ a + \left( \frac{12}{3} - \frac{2}{3} \right) b \right] \right\} \\ - \left\{ \frac{3}{5} \left[ a + \frac{6}{3} b \right] - \frac{2}{5} \left[ a + \left( \frac{12}{3} - \frac{6}{3} \right) b \right] \right\} = v \\ [m \cdot n]_{k4} + \frac{2}{5} a - \frac{16}{5} b = v$$

Anstatt (6) hat man bei der Anzahl der Sichten 3-6

$$\left. \begin{aligned} - 2 b &= - [m \cdot n]_{k3} + v \\ + 0.20 a - 1.60 b &= - \frac{1}{2} [m \cdot n]_{k4} + v \\ - 2 b &= - \frac{1}{4} [m \cdot n]_{k5} + v \\ + 0.33 a - 1.33 b &= - \frac{1}{6} [m \cdot n]_{k6} + v \end{aligned} \right\} (7)$$

Berechnet man für Jo die Konstanten  $a$  und  $b$  nach (7), so erhält man

$$a = + 0''.86 \pm 1''.48 \quad b = 0''.24 \pm 0''.15$$

Das stützt also die Annahme der Mitschleppung.

In entsprechender Weise wie bei (7) kann man die Gleichungen (4) erhalten. Es mag jedoch bemerkt werden, daß bei der Stationsausgleichung die Konstante  $b$  nicht mit demselben Betrag in jeden der Winkel 1.2, 2.3 ... eingeht. Der Unterschied ist jedoch sehr klein. In (4) ist ein Mittel für die Koeffizienten von  $b$  eingesetzt.

Aus der Tabelle 1 geht hervor, daß die Winkelkombinationen für die Instrumente A einen Wert der Konstante  $a$  ergeben, der praktisch genommen Null ist. Für den Beobachter *Au* hat man  $a = -0''.55 \pm 0''.36$ . Es ist möglich, daß bei ihm Unregelmäßigkeiten im Messungsverfahren vorkommen wie bei dem Beobachter *Jo*. Schließt man den Beobachter *Au* aus, so erhält man

$$a = +0''.12 \pm 0''.14$$

Die Tabelle 2 zeigt eine erstaunlich gute Übereinstimmung in den  $a$ -Werten zwischen den verschiedenen Beobachtern. Dagegen stimmen die Werte  $a = +0''.74$ ,  $b = +0''.23$  nicht gut mit dem Wert  $a + 1.32$ ,  $b = +0''.34$ . Der Unterschied könnte zum Teil auf Unregelmäßigkeiten in den Messungen beruhen, was ja andere Fehlergleichungen geben würde. Auch muß man im Gedächtnis behalten, daß die Gleichung (1) nur genähert ist. Zum Teil können andere Fehlerquellen mitspielen. Es mag hervorgehoben werden, daß die Refraktion, die ja sicher die gefährlichste Fehlerquelle ist, in den Dreiecksschlußfehlern mit vollem Betrag eingeht. In den Winkelkombinationen  $[m \cdot n]_{ki}$  ist sicher die Einwirkung der Refraktion viel kleiner. Sie würde ganz verschwinden, wenn die Refraktion in einer Richtung mit demselben Betrag in jede gemessene Winkelkombination einging, z.B.

wenn die Refraktion in der Richtung 1 bei den verschiedenen Messungen 1.2, 1.3, 1.4 . . . . dieselbe wäre. Dieses Verhältnis spiegelt sich in den unten berechneten mittleren Fehlern ab.

### 3. Bestimmung der Konstanten $a$ und $b$ durch Versuchsmessungen.

Es sind gewisse Versuchsmessungen ausgeführt worden, um die Mitschleppung zu bestätigen. Dabei wurde das Instrument Wild 90 angewandt. Es wurde auf einen bodenfesten Zementpfeiler im Keller des Reichsamtes der Landesaufnahme, Stockholm, aufgestellt. Es wurde der Winkel  $400^c$  oder sein Vielfaches gemessen. Bisweilen wurden fingierte Einstellungen mit Anschließungen und neue Ingangbringungen ausgeführt. Es sei

$n_a$  = die Anzahl der Ingangbringungen

$n_b$  = die Anzahl der Umdrehungen

$a$  = der gemessene Winkel

dann erhält man die Fehlergleichung:

$$n_a + n_b \cdot 4b = n_b \cdot 400 \quad - a + v \quad (8)$$

Aus 196 solchen Gleichungen und unter der Mitwirkung von 5 Beobachtern wurden folgende Werte erhalten:

$$a = +0''.09 \pm 0''.08 \quad b = +0''.07 \pm 0''.01$$

Also auch unter diesen günstigen Verhältnissen machte sich die Mitschleppung sichtbar.

Es kann von Interesse sein, die Konstante  $b$  für verschiedene  $n_b$  zu berechnen. Mit  $a = 0''.09$  erhält man

$n_b$	$b$
10 Umdrehungen	+ 0''.06
8 Umdrehungen	+ 0.08
6 Umdrehungen	+ 0.08
4 Umdrehungen	+ 0.08
3 Umdrehungen	+ 0.12
1 Umdrehung	+ 0.06

Die Größe der Konstante  $b$  scheint im Intervall  $n_b = 1-10$  unabhängig von der Größe der Drehung zu sein.

#### *Zusammenfassung und einige Folgerungen.*

Zusammenfassend kann man sagen, daß die schwedischen Winkelmessungen erster Ordnung zweifellos mit einem systematischen Fehler wegen der Mitschleppung behaftet sind. Die Mitschleppung ist ein wenig größer bei Messung mit den Wild-Theodoliten. Wählt man die Verbesserung  $\Delta \alpha$ , damit das Mittel aller Dreiecksschlußfehler Null wird, und setzt man die Konstante  $b = 0''.10$  (ein ganz annehmbarer Wert und leicht anzuwenden), so erhält man

$$\left. \begin{array}{l} \text{Instr. A} \quad \Delta \alpha = 0.08 + 0.10 \alpha \\ \text{Instr. B} \quad \Delta \alpha = 0.21 + 0.10 \alpha \end{array} \right\} \quad (9)$$

Sehr deutlich tritt die Mitschleppung hervor, wenn man die Summe der Widersprüche in den 12 Winkelschlußbedingungen der schwedischen Kränze bildet. Diese Summe wird 70''. Verbessert man die Winkel mit (9), so sinkt sie auf 12''.

Die Einwirkung der Mitschleppung wird nicht so schädlich, da jeder Dreieckswinkel nahezu dieselbe Verbesserung erhält. Als Beispiel ist eine Kette, bestehend aus 26 Dreiecken zwischen 2 festen Seiten, mit der Formel (9) für das Instrument  $B$  verbessert. Ein ausgeglichenes Azimut und eine ausgeglichene Seitenlänge in der Mitte der Kette änderten sich um 0''.70 bzw. um 0.008 m.

#### *Der mittlere Fehler.*

Im Anschluß an die obigen Berechnungen ist auch der mittlere Fehler eines in einem Satz gemessenen Winkels berechnet worden. Er kann auf verschiedene Weise gefunden werden. Der Fehler soll hier

$\mu_w, \mu_k$  bzw.  $\mu_s$  bezeichnet werden, wobei  
 $\mu_w$  aus den Dreiecksschlußfehlern  
 $\mu_k$  aus den Winkelkombinationen (5)  
 $\mu_s$  aus den Stationsausgleichungen berechnet worden ist.

Ist  $m_w$  der mittlere Fehler für das Gewicht 1 bei der Bestimmung von

$a$  und  $b$  aus den Dreiecksschlußfehlern, so ist  $\frac{m_w}{\sqrt{3}}$  der mittlere Fehler in einem auf der Station ausgeglichenen Dreieckswinkel. Ein solcher Winkel hat im Mittel das Winkelgewicht 9.75. Dann ist

$$\mu_w = \sqrt{9.75} \cdot \frac{m_w}{\sqrt{3}} = 1.803 \cdot m_w \quad (10)$$

Ist  $m_k$  der mittlere Fehler für das Gewicht 1 bei der Bestimmung von  $a$  und  $b$  aus den Winkelkombinationen, wo das Winkelgewicht 5 als Einheit gewählt wurde, so ist

$$\mu_k = \sqrt{5} m_k = 2.236 m_k \quad (11)$$

$\mu_s$  ist bei den Stationsausgleichungen berechnet nach der Formel:

$$\mu_s = \sqrt{\frac{[vv]}{\frac{m \cdot s (s-1)}{2} - (s-1)}} \quad (12)$$

wo

- $v$  = die Verbesserung in jedem Satz
- $n$  = die Anzahl der Sätze
- $s$  = die Anzahl der Sichten bedeutet.

Das Ergebnis geht aus der Tabelle 3 hervor

Tabelle 3 Die mittleren Fehler

mittlerer Fehler	Instrument A	Instrument B
$\mu_w$	$\pm 5''.50$	$\pm 5''.45$
$\mu_k$	$\pm 3''.98$	$\pm 3''.71$
$\mu_s$	$\pm 4''.20$	$\pm 3''.90$

Instrumente A wurden hauptsächlich in den Jahren 1903–1938 benutzt, während von da ab meistens die Instrumente B verwendet wurden. Man sieht aus der Tabelle 3, daß durchgehend die mittleren Fehler für die Instrumente B ein wenig kleiner sind als für die Instrumente A. Der Unterschied ist aber so klein, daß man von ihm absehen kann. Die Genauigkeit in den alten und neuen Messungen ist also dieselbe.

Weiter geht aus der Tabelle 3 hervor, daß  $\mu_w$  rund 40 % größer als  $\mu_k$  und  $\mu_s$  ist. Das kann man sicher, wie oben bemerkt wurde, größtenteils der Refraktion zuschreiben.