

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 56 (1958)

Heft: 2

Artikel: Nivellement und Schwere [Schluss]

Autor: Baeschlin, C.F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-214357>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 11.12.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie

Revue technique Suisse des Mensurations, du Génie rural et de Photogrammétrie

Herausgeber: Schweiz. Verein für Vermessungs-
wesen und Kulturtechnik; Schweiz. Kulturingenieurverein;
Schweiz. Gesellschaft für Photogrammetrie

Editeur: Société suisse des Mensurations et Améliorations
foncières; Société suisse des ingénieurs du
Génie rural; Société suisse de Photogrammétrie

Nr. 2 • LVI. Jahrgang

Erscheint monatlich

11. Februar 1958

Nivellement und Schwere

Von C. F. Baeschlin, Zollikon

(Schluß)

§ 6. Helmerts orthometrische Höhen

Wenn wir die «Topographie» gleich Null annehmen, was darauf hinausläuft, daß das Gelände um die betreffende Station auf größere Entfernung (42 km) horizontal und eben angenommen wird, so erhalten wir einen Durchschnittswert der Schwere

$$\bar{g}_{A'} = g_A + g_A z_A \frac{\kappa}{R}, \text{ mit } \kappa = 1 - \frac{3}{2} \frac{\Theta}{\Theta_m} \quad (16)$$

g_A = Schwerewert an der Erdoberfläche

z_A = Meereshöhe der Station

R = mittlerer Erdradius

Θ = Gesteinsdichte im untersuchten Gebiet (sehr oft wird $\Theta = 2.67$ angenommen)

Θ_m = mittlere Dichte der Erde = 5.52

Wie man sieht, braucht man hier keine Ablesungen von mittleren Höhen der Kompartimente zu machen. Da man Θ für große Gebiete konstant annimmt, so erhält man $\bar{g}_{A'}$ durch einfache Multiplikation von g_A und Z_A mit der Konstanten $\frac{\kappa}{R}$.

Wir nennen

$$H_{A'} = \frac{C_A}{g_{A'}} = \text{die Helmertsche orthometrische Höhe} \quad (17)$$

Natürlich hat $\bar{g}_{A'}$ einen beträchtlich größeren Fehler als der Durchschnittswert der Schwere nach Niethammer. Es besteht aber Aussicht, daß man an Stelle von $\bar{g}_{A'}$ eine bessere Annäherung an den Wert von Niethammer

aufstellen kann, dessen Berechnung nicht wesentlich komplizierter als die von \bar{g}_A' wäre.

§ 7. Gebrauchshöhen

In stark kupiertem Gelände, wie wir es im Gebirge antreffen, kann es vorkommen, daß die rohen Nivellementsresultate für benachbarte Fixpunkte durch die orthometrische Korrektur merklich verändert werden, so daß die dadurch verursachte Abweichung : Differenz der orthometrischen Höhen minus Differenz der rohen Nivellementsresultate die Unsicherheit von technischen Nivellements stark überschreitet. Diese sind in der Mehrzahl der Fälle an zwei benachbarte Fixpunkte des Landesnivellements angeschlossen. Würden die Ergebnisse desselben in orthometrischen Höhen publiziert, so ergäbe sich zwischen den offiziellen Höhendifferenzen und dem Ergebnis des technischen Nivellements eine Differenz, welche das Mehrfache des mittleren Fehlers eines technischen Nivellements erreichen könnte. Da aber beim Auftreten einer Differenz, welche den mittleren Fehler eines technischen Nivellements wesentlich überschreitet, ein grober Fehler vermutet wird, so führt dies zu Nachmessungen und damit zu Zeitverlusten.

Deshalb werden oft zum Gebrauch durch das Publikum nicht orthometrische Höhen, sondern sogenannte *Gebrauchshöhen* veröffentlicht. Die Differenzen zwischen den Gebrauchshöhen und den rohen Nivellementsresultaten sollen in den Genauigkeitsgrenzen des technischen Nivellements bleiben. An der 10. Hauptversammlung der Internationalen Assoziation für Geodäsie, die 1954 in Rom abgehalten wurde, wurde der Beschluß gefaßt, daß jedes Land ohne Gefahr nach seinem Belieben für die vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen Nivellements Gebrauchshöhen verwenden kann.

Es gibt verschiedene Systeme von Gebrauchshöhen, welche in zwei Gruppen geteilt werden können. 1. solche Systeme, welche für die Schlußfehler von geschlossenen Polygonen den theoretischen Wert ergeben, 2. andere Systeme. Es sind von Prof. *J. Vignal*, von *Baranow*, von Prof. Dr. *K. Ledersteger*, von Prof. Dr. *K. Ramsayer* und von Brigadier *G. Bomford* solche Gebrauchshöhen oder *metrische Höhen* nach dem Vorschlag von *J. Vignal* vorgeschlagen worden, auf deren Beschreibung ich hier nicht eintrete.

Mir scheint, daß man die Schwierigkeit mühelos durch Gebrauchshöhen beheben kann, wie sie beim schweizerischen Präzisionsnivellement Verwendung finden.

Im Jahre 1891 wurde das schweizerische Präzisionsnivellement, das von der Schweizerischen geodätischen Kommission in den Jahren 1863 bis 1889 ausgeführt worden war, ausgeglichen. Dabei wurde der theoretische Schlußfehler der Polygone Null gesetzt. Es wurde auch der sogenannte sphäroidische Schlußfehler nicht berücksichtigt, wie es zu jener Zeit sonst üblich war. Im Jahre 1893 übernahm die Eidgenössische Landestopographie das Landesnivellement, das sich auf das Präzisions-

nivellement stützte, dessen Linien aber neu nivelliert wurden. Sobald eine solche Linie neu nivelliert war, wurde das Resultat in die Knotenpunkthöhen des ausgeglichenen Netzes eingepaßt. Die so erhaltenen Meereshöhen wurden Gebrauchshöhen genannt. Die Korrekturen der Höhenunterschiede benachbarter Fixpunkte blieben so unterhalb von 1 mm. Im Jahre 1944 wurde nach der Vollendung der Neumessungen aller Nivellementslinien eine neue Ausgleichung durchgeführt. Diesesmal wurden die theoretischen Schlußfehler aller Polygone bestimmt, indem die Schwere auf einzelnen Punkten der Nivellementslinien mit Hilfe der Isogrammenkarte bestimmt wurde, die sich auf die Schweremessungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission stützten, die mit Hilfe von Pendeln durchgeführt worden waren. Obwohl es ein leichtes gewesen wäre, die Helmert-Höhen der Knotenpunkte, ja aller Fixpunkte zu berechnen, wurden die Mittel sämtlicher Nivellementslinien aus Hin- und HERNIVELLEMENT, so wie sie in die Gesamtausgleichung eingeführt worden waren, in die Höhen der Knotenpunkte, wie sie aus der Ausgleichung von 1891 folgen, eingepaßt. Die so erhaltenen Resultate wurden in den amtlichen Höhenverzeichnissen als Gebrauchshöhen veröffentlicht. Auf diese Weise wurden die amtlichen Höhen möglichst wenig verändert, abgesehen von wenigen Partien, in denen Hebungen und Senkungen vorgekommen waren. Dieses Verfahren hat sich sehr gut bewährt.

§ 8. *Schlußwort*

Da die orthometrischen Höhen ohne Annahme einer Hypothese nicht bestimmt werden können, besteht gegen sie auch in geodätischen Kreisen eine Abneigung. Aus solchen Überlegungen heraus werden Ideen geboren, wie sie Herr *Axel Jessen* in seinem Aufsatz «Präzisionsnivellement und Schweremessung» in der Augustnummer 1957 dieser Zeitschrift veröffentlicht hat. Ich glaube aber nicht, daß die Geodäten auf diesem Wege folgen werden. Wir müssen uns klar sein, daß es zwei verschiedene Auffassungen der Höhen gibt:

1. die metrische Auffassung, wie ich sie in § 1 skizziert habe; 2. die Arbeitshypothese, wie sie in der Bestimmung der geopotentiellen Knoten zum Ausdruck kommt. Zu ihrer Verwirklichung brauchen wir Schweremessungen längs der Nivellierlinien, die so dicht sein müssen, daß die Fehler der Trapezformel für die Bestimmung der geopotentiellen Knoten gegenüber den Fehlern des rohen Nivellements vernachlässigt werden können. Selbst in Gebirgsnivellements genügen Schweremessungen auf Fixpunkten, die ein bis mehrere Kilometer voneinander entfernt sind. Für Nivellements im Flachland genügt es, die Schwere von verhältnismäßig wenigen, bis 10 km entfernten Fixpunkten aus Isogrammenkarten abzuleiten oder gar die normale Schwere einzuführen. Die geopotentiellen Knoten sind aber keine Höhen; aus ihnen lassen sich genäherte orthometrische Höhen oder aber Gebrauchshöhen ableiten.

Diese zwei Systeme sind begründet einerseits in der Anwendung elementarer Messungen und andererseits in der Struktur des Schwere-

feldes der Erde. Nach meiner Auffassung würde die Verwendung des metrischen Systems unter Ausschaltung des dynamischen Systems eine Verarmung der Geodäsie bedeuten. Ich erinnere daran, daß nach der Auffassung von *H. Bruns* die Geodäsie die Beschreibung des Schwerefeldes der Erde bedeutet. Es ist nicht möglich, mit Hilfe der metrischen Auffassung ein in sich geschlossenes Höhensystem aufzustellen. Die von Herrn *Jessen* entwickelte Idee ist keine allgemeine Lösung.

Bibliographie:

- [1] *M. Lagally*, Vorlesungen über Vektorrechnung, Leipzig 1934
- [2] *J. Nielsen*, Vorlesungen über elementare Mechanik, Berlin 1935
- [3] *F. Baeschlin*, Untersuchungen über die Reduktion der Präzisionsnivellements, Bern 1925.
- [4] *C. F. Baeschlin*, Lehrbuch der Geodäsie, Zürich 1948
- [5] *C. F. Baeschlin*, Ergänzung zur Berechnung der mittleren Schwere in einer Lotlinie nach Th. Niethammer, München 1955. Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wiss., math.-naturwiss. Klasse.
- [6] *J. R. Helmert*, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. Band I, Leipzig 1880; Band II, Leipzig 1884.

Normalsphäroid und Niveauellipsoid

Von *K. Ledersteger*, Wien

Unter dem Normalsphäroid der Erde versteht man bekanntlich die Figur des vollkommenen hydrostatischen Gleichgewichtes der Erde oder das künstliche Geoid und gleichzeitig die freie Oberfläche der regularisierten Erdmasse. Seine hypothesenfreie Bestimmung stößt auf große Schwierigkeiten, zumal das Gesetz, nach dem die Massen der Erdkruste zur Erreichung des hydrostatischen Gleichgewichtes umgruppiert werden müßten, das sogenannte «Regularisierungsgesetz», unbekannt ist. Für jede gedachte Massenordnung, für welche das künstliche Geoid vom Potentialwert W_0 des tatsächlichen Geoides äußere Niveaulfläche und gegebenenfalls auch Rand der Erdmasse wird, kann die in Kugelkoordinaten oder in rotationssymmetrischen Ellipsoidkoordinaten entwickelte Kräftefunktion formal in

$$W = U + T = W_0 \tag{1}$$

zerlegt werden, wobei die von der Länge unabhängigen Glieder bis einschließlich der 4.0. das Rotations-Niveausphäroid 4. Ranges definieren. Man erhält so in Kugelkoordinaten das Helmerische Niveausphäroid:

$$U_K = \frac{k^2 E}{l} \left\{ 1 + \frac{K}{2 l^2} (1 - 3 \sin^2 \varphi') + \frac{\omega^2 l^3}{2 k^2 E} \cos^2 \varphi' + \right. \tag{2}$$

$$\left. + \frac{D}{l^4} \left(\sin^4 \varphi' - \frac{6}{7} \sin^2 \varphi' + \frac{3}{35} \right) \right\} = W_0$$