

# Die Bestimmung der Lotkrümmung auf dem TP Rosalionkapelle [Fortsetzung und Schluss]

Autor(en): **Ledersteger, K.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **56 (1958)**

Heft 12

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-214408>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

rischen Beitrages für das europäische Nivellementsnetz, die Absteckung des Kerenzerbergtunnels, die geodätischen Deformationsmessungen an Staumauern, die Bereinigung und Festlegung der Landesgrenzen und anderes mehr.

Direktor Bertschmann und seine Mitarbeiter dürfen mit Befriedigung und Stolz auf den Erfolg ihrer Arbeit der vergangenen sieben Jahre zurückblicken. Die dem Demissionär beim Abschied zukommenden guten Wünsche in die Jahre einer freieren Lebensgestaltung sind getragen vom Dank aller, denen die gute Entwicklung des Vermessungswesens und der Kartographie Anliegen ist. Darüber hinaus wird jeder verantwortungsbewußte Staatsbürger dem zurücktretenden Direktor Bertschmann Anerkennung und Dank wissen für die hervorragende Lösung einer staatlichen Aufgabe und für die Mehrung des Ansehens unserer staatlichen Einrichtungen.

Hy

## Die Bestimmung der Lotkrümmung auf dem TP Rosalienkapelle

Von K. Ledersteger, Wien

(Fortsetzung und Schluß)

### 4. Die Lotkrümmungsreduktionen

Mit der definitiv beibehaltenen Wirkung der Bouguerschen Platte 0,0902 mgal/m, entsprechend der Dichte  $\vartheta = 2,1523$ , wird der Preysche Vertikalgradient 0,1282 mgal/m und die Differenz (13) der Durchschnittswerte der Schwere in den Lotlinien geht über in:

$$\Delta \bar{g}_{ki} = \Delta g_{ki} + \Delta T_{ki} + 0,1282 \Delta n_{ki} - \left[ 0,0902 \frac{(\Delta n)^2}{H} \right] \quad (13a)$$

Da wir mit konstanter Potentialdifferenz rechnen müssen, müssen wir willkürlich eine der beiden durch ein Zentrum verlaufenden Niveauflächen auszeichnen und wählen hierfür die durch  $Z_2$  gehende, höhergelegene Niveaufläche. Für  $i = 2$  gilt dann unmittelbar die Gleichung (13a), während man für  $Z_1$  zunächst alles auf die Niveaufläche von  $Z_2$  zu beziehen hat. Gemäß (9) und (9a) erhält man für die Polygonpunkte  $P_k$  und für  $Z_1$  unter Berücksichtigung der verminderten Dichte und der Meereshöhe  $H_2 = 746,59$  m:

$$\bar{g}_k = g_k + T_k - \bar{T}_k + 0,0641 H_2 + 0,1282 \Delta n_{k2} - [0,00012 (\Delta n_{k2})^2]$$

$$\bar{g}_1 = g_1 + T_1 - \bar{T}_1 + 0,0641 H_2 - 0,1282 \cdot 2,94 - 0,00012 (2,94)^2$$

Mit  $\Delta n_{k1} = (\Delta n_{k2} + 2,94)$  und  $0,00012 (2,94)^2 = 0,0010$  ergibt sich

$$\Delta \bar{g}_{k1} = \Delta g_{k1} + \Delta T_{k1} + 0,1282 \Delta n_{k1} + 0,0010 - [0,00012 (n_{k2})^2] \quad (26)$$

Man sieht, daß man im Hinblick auf die Beobachtungsfehler auch für  $Z_1$  statt (26) die Formel (13a) verwenden könnte und daß man das quadratische Glied stets vernachlässigen dürfte. Tatsächlich ist ja der Höhenunterschied der beiden Zentren nur etwa 0,4 Prozent der Meereshöhe und  $(\Delta n)^2 < 0,033 H$ . Da es sich aber um eine Erstberechnung handelt, sei eine exakte Auswertung der Formeln bevorzugt.

In der folgenden Tabelle 5 ist die Berechnung der den Absolutgliedern der Fehlergleichungen zugrunde liegenden Näherungswerte  $\Delta\bar{g}'_{ki}$  für die Differenzen der Durchschnittswerte der Schwere in den Lotlinien zusammengestellt. Es ist für  $Z_2$  nach (13a)

$$\Delta\bar{g}'_{k2} = \Delta g_{k2} + 0,1282 \Delta n_{k2} - [0,00012 (\Delta n_{k2})^2] \quad (27a)$$

und für  $Z_1$  gemäß (26)

$$\Delta\bar{g}'_{k1} = \Delta g_{k1} + 0,1282 \Delta n_{k1} + 0,0010 - [0,00012 (\Delta n_{k2})^2] \quad (27b)$$

Tabelle 5  
(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$\Delta g_{k1}$	$A_1$	$B_1$	$\Delta\bar{g}'_{k1}$	$\Delta g_{k2}$	$A_2$	$B_2$	$\Delta\bar{g}'_{k2}$	$P_k$
0	—1057	+ 436		— 621	— 199	+ 59		— 140	0
1	— 405	+ 160	— 0	— 245	+ 453	— 218	— 0	+ 235	1
2	+ 42	— 37	— 1	+ 4	+ 900	— 415	— 1	+ 484	2
3	+ 217	— 113	— 2	+ 102	+1075	— 491	— 2	+ 582	3
4	+ 179	— 95	— 2	+ 82	+1037	— 473	— 2	+ 562	4
5	+ 197	— 96	— 2	+ 99	+1055	— 474	— 2	+ 579	5
6	+ 204	— 96	— 2	+ 106	+1062	— 474	— 2	+ 586	6
7	+ 245	— 107	— 2	+ 136	+1103	— 485	— 2	+ 616	7
8	+ 326	— 152	— 2	+ 172	+1184	— 529	— 2	+ 653	8
9	+ 589	— 253	— 3	+ 333	+1447	— 631	— 3	+ 813	9
10	+ 541	— 227	— 3	+ 311	+1399	— 605	— 3	+ 791	10
11	+ 471	— 189	— 2	+ 280	+1329	— 567	— 2	+ 760	11
12	+ 383	— 167	— 2	+ 214	+1241	— 545	— 2	+ 694	12
13	+ 343	— 154	— 2	+ 187	+1201	— 532	— 2	+ 667	13
14	+ 285	— 141	— 2	+ 142	+1143	— 519	— 2	+ 622	14
15	+ 213	— 114	— 2	+ 97	+1071	— 492	— 2	+ 577	15
16	+ 138	— 86	— 2	+ 50	+ 996	— 464	— 2	+ 530	16
17	— 34	— 11	— 1	— 46	+ 824	— 388	— 1	+ 435	17
18	— 90	— 2	— 1	— 93	+ 768	— 379	— 1	+ 388	18
19	+ 25	— 82	— 2	— 59	+ 883	— 460	— 2	+ 421	19
20	—1092	+ 468		— 624	— 234	+ 90		— 144	20
$Z_2$	— 858	+ 377,9		— 480,1	+ 858	— 376,9	— 1,0	+ 480,1	$Z_1$

$$A_1 = 128,2 \Delta n_{k1} + 1,0; \quad A_2 = 128,2 \Delta n_{k2}$$

$$B_1 = B_2 = -[0,121 (\Delta n_{k2})^2]; \text{ beachte, daß für } Z_1 \rightarrow Z_2$$

$$B_1 = 0, \text{ hingegen für } Z_2 \rightarrow Z_1: B_2 = -1,0!$$

Eine Rechenkontrolle ist dadurch gegeben, daß für alle  $P_k$  gelten muß:

$$\Delta g'_{k2} - \Delta g'_{k1} = + 0,4801 \text{ mgal} \quad (28)$$

Um eine Verfälschung der gesuchten Lotkrümmungsreduktionen  $d\varphi'$  und  $d\lambda'$  durch den systematischen Anteil der topographischen Korrekturen zu vermeiden, werden diese ähnlich wie in (19) unter Einführung eines Mittelwertes  $\Delta T_{mi}$  für alle Polygonpunkte  $P_k$  und gesondert für die beiden Zentren ( $i = 1, 2$ ) in zwei Summanden zerlegt:

$$\Delta T_{ki} = \Delta T_{km} + \Delta T_{mi} \quad (29)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{km} &= (T_k - T_m) - (\bar{T}_k - \bar{T}_m) \\ \Delta T_{mi} &= (T_m - T_i) - (\bar{T}_m - \bar{T}_i) \end{aligned} \right\} \quad (29a)$$

Sucht man nicht den horizontalen Gradienten des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie, sondern unmittelbar die Lotkrümmungsreduktion, so nimmt die aus (4) und (6) hervorgehende Fehlergleichung

$$(d\varphi')'' \cos \alpha_{ki} + (d\lambda' \cos \varphi')'' \sin \alpha_{ki} = -C_{ki} (\bar{g}_k - \bar{g}_i)$$

$$C_{ki} = (0,21034 H_2): \Delta s_{ki} = 157,04 / \Delta s_{ki}$$

im Hinblick auf (13a), (26) und (27) die Gestalt an

$$\begin{aligned} (d\varphi')'' \cos \alpha_{ki} + (d\lambda' \cos \varphi')'' \sin \alpha_{ki} + C_{ki} \Delta T_{mi} + C_{ki} \Delta g'_{ki} = \\ = -C_{ki} \Delta T_{km} + C_{ki} f_{ki} = -v_{ki} \end{aligned} \quad (30)$$

Wie im Falle (20) des Bouguerschen Horizontalgradienten haben wir somit drei Unbekannte, nämlich  $d\varphi'$ ,  $d\lambda' \cos \varphi'$  und  $\Delta T_{mi}$ . Um bessere Übereinstimmung der Koeffizienten zu erzielen, wurde übrigens als dritte Unbekannte der zehnfache Betrag von  $\Delta T_{mi}$  eingeführt. Die Ausgleichungen wurden mit denselben zwölf Polygonpunkten wie oben durchgeführt. Die Koeffizienten  $C_{ki}$  und die Absolutglieder  $C_{ki} \Delta g'_{ki}$  sind in Tabelle 6 zu finden. Mit dem Zentralpunkt 1 ergab sich:

$$d\varphi' = + 2'',7125; \quad d\lambda' \cos \varphi' = - 0'',4998; \quad \Delta T_{m1} = - 0,0082 \text{ mgal},$$

wobei die Fehlerquadratsumme von 34,01 auf 0,74 sank. Der mittlere Fehler einer Gleichung war  $0'',288$ . Demgegenüber fand sich mit dem oberen Zentrum:

$$d\varphi' = + 2'',8571; \quad d\lambda' \cos \varphi' = - 0'',4773; \quad \Delta T_{m2} = - 0,2407 \text{ mgal}.$$

Hier sank die Fehlerquadratsumme von 98,18 auf 1,17 und der mittlere Fehler einer Gleichung war  $0'',361$ . Infolge der guten Übereinstimmung durften die Normalgleichungssysteme bedenkenlos addiert werden, wodurch sich die einheitliche Lösung ergab:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi' &= + 2'',7975 \pm 0'',0481 \\ d\lambda' \cos \varphi' &= - 0'',4941 \pm 0'',0224 \\ \Delta T_{m1} &= - 0,0040 \pm 0,0068 \text{ mgal} \\ \Delta T_{m2} &= - 0,2449 \pm 0,0119 \text{ mgal} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Zu bemerken ist, daß das Resultat (31) natürlich auch eine Funktion der ermittelten Dichte ist. Um die Abhängigkeit von der Dichte festzustellen, genügt es, in die Ausgleichung als zusätzliche Unbekannte die Verbesserung  $+a$  des Preyschen Vertikalgradienten 0,1282 einzuführen, also die Fehlergleichung (30) links um das Glied  $+C_{ki} \Delta n_{ki} \cdot a$  zu erweitern. Diese Verbesserung  $a$  hängt mit der Verbesserung  $b$  der Bouguerschen Plattenwirkung vermöge  $a = -2b$  zusammen, das heißt, es entspricht wegen (25) einem  $a = +0,02$  ein  $\Delta \vartheta = -0,239$ . Damit findet man leicht, daß zu  $\Delta \vartheta = +0,1$  ein  $\Delta d\varphi' = +0'',132$  und ein  $\Delta (d\lambda' \cos \varphi') = -0'',020$  gehört.

Mit den Werten (31) wurden die endgültigen Verbesserungen für sämtliche Polygonpunkte bezüglich beider Zentren berechnet. Man hat die Darstellungen

$$D_{ki} = d\varphi' \cos \alpha_{ki} + d\lambda' \cos \varphi' \sin \alpha_{ki} + C_{ki} \Delta T_{mi}$$

um die Absolutglieder zu vermehren und erhält so die in Tabelle 6 ausgewiesenen Gleichungen

$$D_{ki} + C_{ki} \Delta \bar{g}'_{ki} + v_{ki} = 0 \quad (32)$$

Tabelle 6

$P_k$	$C_{k1}$	$(C\Delta\bar{g}')_{k1}$	$D_{k1}$	$v_{k1}$	$C_{k2}$	$(C\Delta\bar{g}')_{k2}$	$D_{k2}$	$v_{k2}$	$P_k$
0	4,012	-2'',491	+2'',584	-0'',093	6,816	-0'',954	+1'',131	-0'',177	0
1	5,589	-1'',369	+2'',809	-1'',440	8,803	+2'',069	+0'',221	-2'',290	1
2	6,609	+0'',026	+2'',684	-2'',710	7,345	+3'',555	-0'',524	-3'',031	2
3	8,535	+0'',871	+1'',296	-2'',167	5,495	+3'',198	-1'',789	-1'',409	3
4	6,980	+0'',572	-0'',149	-0'',423	4,221	+2'',372	-2'',103	-0'',269	4
5	7,856	+0'',778	-0'',509	-0'',269	4,400	+2'',548	-2'',384	-0'',164	5
6	8,715	+0'',924	-0'',918	-0'',006	4,541	+2'',661	-2'',648	-0'',013	6
7	9,466	+1'',287	-1'',361	+0'',074	4,645	+2'',861	-2'',885	+0'',024	7
8	10,047	+1'',728	-1'',896	+0'',168	4,714	+3'',078	-3'',142	+0'',064	8
9	10,060	+3'',350	-2'',416	-0'',934	4,726	+3'',842	-3'',391	-0'',451	9
10	8,614	+2'',679	-2'',841	+0'',162	4,561	+3'',608	-3'',684	+0'',076	10
11	9,670	+2'',708	-2'',646	-0'',062	5,504	+4'',183	-4'',135	-0'',048	11
12	8,305	+1'',777	-1'',872	+0'',095	6,170	+4'',282	-4'',339	+0'',057	12
13	6,568	+1'',228	-1'',186	-0'',042	6,312	+4'',210	-4'',154	-0'',056	13
14	5,304	+0'',753	-0'',739	-0'',014	5,933	+3'',690	-3'',657	-0'',033	14
15	4,449	+0'',432	-0'',451	+0'',019	5,336	+3'',079	-3'',089	+0'',010	15
16	3,797	+0'',190	-0'',239	+0'',049	4,686	+2'',484	-2'',533	+0'',049	16
17	3,348	-0'',154	+0'',173	-0'',019	4,333	+1'',885	-1'',847	-0'',038	17
18	3,030	-0'',281	+0'',429	-0'',148	3,971	+1'',539	-1'',334	-0'',205	18
19	2,621	-0'',155	+0'',730	-0'',575	3,418	+1'',439	-0'',679	-0'',760	19
20	3,696	-2'',306	+1'',888	+0'',418	6,309	-0'',908	+0'',211	+0'',697	20
$Z_2$	8,8573	-4'',2524	+2'',0608	+2'',1916	8,8573	+4'',2524	-4'',2653	+0'',0129	$Z_1$

Aus (31) findet man für die Komponenten des horizontalen Gradienten des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie gemäß (16)

$$\left. \begin{aligned} G_x &= \frac{d\bar{g}}{dx} = - (d\varphi')'' : 157,04 = - 0,017\ 8142 \text{ mgal/m} \\ G_y &= \frac{d\bar{g}}{dy} = - (d\lambda' \cos \varphi')'' : 157,04 = + 0,003\ 1462 \text{ mgal/m} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

oder

$$G = 0,018\ 0899 \text{ mgal/m im Azimut } 169^\circ\ 59'$$

Dieser Gradient hat im Azimut  $307^\circ\ 33'$  der Strecke  $Z_1 \rightarrow Z_2$  die Komponente  $- 0,014\ 792$ , woraus durch Multiplikation mit der Distanz  $17,73$  m als Zunahme des Durchschnittswertes  $- 0,2367$  mgal folgt. Jeder Punkt  $P_k$  bildet nun mit den beiden Zentren ein Dreieck, in welchem  $(\Delta\bar{g}_{k1} - \Delta\bar{g}_{k2}) = - 0,2367$  mgal sein muß. Versteht man also unter  $G_{ki}$  die Komponente des horizontalen Gradienten  $G$  in Richtung  $Z_i \rightarrow P_k$ , so ergibt sich aus (33), (32) und (28):

$$\begin{aligned} & - (G_{k1} \Delta s_{k1} - G_{k2} \Delta s_{k2}) + (\Delta T_{m1} - \Delta T_{m2}) + (\Delta\bar{g}'_{k1} - \Delta\bar{g}'_{k2}) + \\ & + [(v_{k1} : C_{k1}) - (v_{k2} : C_{k2})] = + 0,2367 + 0,2409 - 0,4801 - \\ & \qquad \qquad \qquad - 0,0025 = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Nach dem Ansatz (30) stellen die  $v_{ki}$  die mit den Beobachtungsfehlern gepaarten topographischen Größen  $C_{ki} \Delta T_{km}$  dar; dividiert man also jedes  $v_{ki}$  durch das zugehörige  $C_{ki}$ , so müßte sich tatsächlich für jeden Punkt  $P_k$  die topographische Teilkorrektion  $\Delta T_{km}$  aus beiden Darstellungen gleich ergeben. Infolge der Beobachtungsfehler tritt aber nach der Ausgleichung eine kleine konstante Differenz auf

$$[(v_1 : C_1) - (v_2 : C_2)]_k = + 0,0025 \text{ mgal}, \quad (34a)$$

deren Geringfügigkeit die Brauchbarkeit der Zerlegung (29a) der topographischen Korrekturen und damit die Möglichkeit einer hinlänglichen Elimination dieser Korrekturen beweist. Selbstverständlich ließe sich diese kleine Differenz leicht durch eine kleine zusätzliche Änderung der Bodendichte beseitigen; doch kommt dem keine reale Bedeutung zu.

Die Einzelwerte der konstanten Differenz (34a), welche wegen der beschränkten Rechengenauigkeit eine kleine Streuung aufweisen, sowie die Berechnung der topographischen Korrekturen bezüglich beider Zentren sind in der folgenden Tabelle ausgewiesen.

Tabelle 7

(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$(v_k : C_k)_1$	$(v_k : C_k)_2$	+ 2,5	$\Delta T_{km}$	$\Delta T_{k1}$	$\Delta T_{k2}$
0	— 23,2	— 26,0	+ 2,8	— 25	— 29	— 270
1	— 257,7	— 260,1	+ 2,4	— 259	— 263	— 504
2	— 410,1	— 412,7	+ 2,6	— 411	— 415	— 656
3	— 253,9	— 256,4	+ 2,5	— 255	— 259	— 500
4	— 60,6	— 63,7	+ 3,1	— 62	— 66	— 307
5	— 34,2	— 37,3	+ 3,1	— 36	— 40	— 281
6	— 0,7	— 2,9	+ 2,2	— 2	— 6	— 247
7	+ 7,8	+ 5,2	+ 2,6	+ 7	+ 3	— 238
8	+ 16,7	+ 13,6	+ 3,1	+ 15	+ 11	— 230
9	— 92,8	— 95,4	+ 2,6	— 94	— 98	— 339
10	+ 18,8	+ 16,7	+ 2,1	+ 18	+ 14	— 227
11	— 6,4	— 8,7	+ 2,3	— 8	— 12	— 253
12	+ 11,4	+ 9,2	+ 2,2	+ 10	+ 6	— 235
13	— 6,4	— 8,9	+ 2,5	— 8	— 12	— 253
14	— 2,6	— 5,6	+ 3,0	— 4	— 8	— 249
15	+ 4,3	+ 1,9	+ 2,4	+ 3	— 1	— 242
16	+ 12,9	+ 10,5	+ 2,4	+ 12	+ 8	— 233
17	— 5,7	— 8,8	+ 3,1	— 7	— 11	— 252
18	— 48,9	— 51,6	+ 2,7	— 50	— 54	— 295
19	— 219,4	— 222,4	+ 3,0	— 221	— 225	— 466
20	+ 113,1	+ 110,5	+ 2,6	+ 112	+ 108	— 133

Schließlich haben wir noch die Lotkrümmungsreduktionen auf den TP 1.0. zu übertragen. Mit dem Gradienten (33) und mit der Höhe des Pfeilers über der Adria:  $H = 748,12$  m findet man gemäß (16)  $0,21034 H = 157,40$  und damit:

$$(d\varphi')'' = + 2'',8040; (d\lambda' \cos \varphi')'' = - 0'',4952 \quad (35)$$

### 5. Der Lotlinienverlauf

Es wurde schon betont, daß die Anwendung der Gleichung (13a) auf kleine Potentialdifferenzen grundsätzlich das Studium des Verlaufs der Lotlinie in den oberflächennahen Schichten ermöglicht. Dies scheint jetzt um so bedeutungsvoller, als die vorhergehende Rechnung gelehrt hat, daß der Einfluß der topographischen Reduktionen ohne deren direkte Berechnung mit hinreichender Sicherheit ausgeschaltet werden kann. Wir wählen also an Stelle des Geoides als Basis jene Niveaulfläche, die genau 10 m unter dem höhergelegenen Zentrum  $Z_2$  verläuft. Suchen wir dieses Mal sofort den horizontalen Gradienten  $G$  des zugehörigen Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie, so lautet die Grundgleichung ähnlich wie (20):

$$G_x \cos \alpha_{ki} + G_y \sin \alpha_{ki} - \frac{1}{\Delta s} \Delta' T_{mi} - \frac{1}{\Delta s} \Delta' \bar{g}'_{ki} = v_{ki} \quad (36)$$

Abermals gilt für  $Z_2$  unmittelbar die Gleichung (13a), die wegen der geringen Höhe  $H' = 10$  m die Form annimmt:

$$\Delta' \bar{g}_{k_2} = \Delta g_{k_2} + \Delta' T_{k_2} + 0,1282 \Delta n_{k_2} - [0,0090 (\Delta n_{k_2})^2] \quad (13b)$$

Hingegen erhält man für  $Z_1$  ähnlich wie (26) mit  $0,00902 (2,94)^2 = 0,0780$

$$\Delta' \bar{g}_{k_1} = \Delta g_{k_1} + \Delta' T_{k_1} + 0,1282 \Delta n_{k_1} + 0,0780 - [0,0090 (\Delta n_{k_2})^2] \quad (26a)$$

wobei das letzte Glied wieder nur für ein negatives  $\Delta n_{k_2}$  gilt.

In Tabelle 8 ist ähnlich wie in Tabelle 5 die Berechnung der die Absolutglieder bestimmenden Näherungswerte  $\Delta' \bar{g}'$  zusammengestellt, diesmal unter Beschränkung auf die 12 der Ausgleichung zugrunde gelegten Polygonpunkte. Selbstverständlich ist für alle Punkte sowohl die Differenz der wegen Höhe korrigierten Schwereunterschiede  $A$  wie auch die Differenz der bei Abstraktion von den topographischen Korrekturen gewonnenen Näherungswerte konstant, und zwar

$$(A_1 - A_2) = -0,4811 \text{ mgal}; (\Delta' \bar{g}'_{k_1} - \Delta' \bar{g}'_{k_2}) = -0,4031 \text{ mgal} \quad (37)$$

Tabelle 8  
(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$A_1$	$B$	$\Delta' \bar{g}'_{k_1}$	$A_2$	$B$	$\Delta' \bar{g}'_{k_2}$	$P_k$	
4	+ 82,8	- 122,8	+ 78,0	+ 38,0	+ 563,9	- 122,8	+ 441,1	4
6	+ 106,6	- 123,5	+ 78,0	+ 61,1	+ 587,7	- 123,5	+ 464,2	6
8	+ 173,4	- 153,9	+ 78,0	+ 97,5	+ 654,5	- 153,9	+ 500,6	8
10	+ 312,8	- 201,0	+ 78,0	+ 189,8	+ 793,9	- 201,0	+ 592,9	10
11	+ 281,3	- 176,3	+ 78,0	+ 183,0	+ 762,4	- 176,3	+ 586,1	11
12	+ 215,1	- 162,9	+ 78,0	+ 130,2	+ 696,2	- 162,9	+ 533,3	12
14	+ 142,7	- 147,9	+ 78,0	+ 72,8	+ 623,8	- 147,9	+ 475,9	14
16	+ 50,8	- 118,2	+ 78,0	+ 10,6	+ 531,9	- 118,2	+ 413,7	16
17	- 45,5	- 82,8	+ 78,0	- 50,3	+ 435,6	- 82,8	+ 352,8	17
19	- 58,3	- 116,3	+ 78,0	- 96,6	+ 422,8	- 116,3	+ 306,5	19
20	- 625,4		+ 78,0	- 547,4	- 144,3		- 144,3	20
0	- 621,1		+ 78,0	- 543,1	- 140,0		- 140,0	0
$Z_2$	- 481,1		+ 78,0	- 403,1	+ 481,1	- 78,0	+ 403,1	$Z_1$

$$A_i = \Delta g_{ki} + 128,2 \Delta n_{ki}; B = - [0,00902 (\Delta n_{k_2})^2]$$

Die sofortige einheitliche Ausgleichung aller 24 Fehlergleichungen (36) wurde in Einheiten 0,001 mgal durchgeführt und lieferte folgende Resultate:

$$\left. \begin{aligned} G_x &= -0,014\ 2090 \pm 0,0002679 \text{ mgal/m} \\ G_y &= +0,002\ 5843 \pm 0,0001244 \text{ mgal/m} \\ \Delta' T_{m_1} &= +0,0357 \pm \quad \quad \quad \text{mgal} \\ \Delta' T_{m_2} &= -0,1755 \pm 0,0163 \text{ mgal} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Der Gradient ist

$$G = 0,014\ 4421 \text{ im Azimut } 169^\circ 41,5' \quad (38a)$$

Zur Berechnung der Verbesserungen  $v_{ki}$  hat man gemäß (36) von den Darstellungen  $D_{ki}$  die Absolutglieder zu subtrahieren und findet

*Tabelle 9*  
(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$D_{k1} - \left(\frac{\Delta' \bar{g}'}{\Delta S}\right)_{k1} = v_{k1}$			$D_{k2} - \left(\frac{\Delta' g'}{\Delta S}\right)_{k2} = v_{k2}$		
4	— 0,90	— 1,69	— 2,59	+ 10,23	— 11,86	— 1,63
6	+ 2,58	— 3,39	— 0,81	+ 12,94	— 13,42	— 0,48
8	+ 7,21	— 6,24	+ 0,97	+ 15,43	— 15,03	+ 0,40
10	+ 12,32	— 10,41	+ 1,91	+ 18,17	— 17,22	+ 0,95
11	+ 11,03	— 11,27	— 0,24	+ 20,35	— 20,54	— 0,19
12	+ 7,41	— 6,89	+ 0,52	+ 21,27	— 20,96	+ 0,31
14	+ 2,37	— 2,46	— 0,09	+ 17,80	— 17,98	— 0,18
16	+ 0,20	— 0,26	— 0,06	+ 12,21	— 12,35	— 0,14
17	— 1,78	+ 1,07	— 0,71	+ 8,78	— 9,74	— 0,96
19	— 4,43	+ 1,61	— 2,82	+ 2,95	— 6,67	— 3,72
20	— 10,57	+ 12,88	+ 2,31	— 1,93	+ 5,80	+ 3,87
0	— 14,16	+ 13,88	— 0,28	— 6,63	+ 6,08	— 0,55

Im jetzigen Fall weisen natürlich die mit den Distanzen  $s_{ki}$  multiplizierten Verbesserungen  $v_{ki}$  eine kleine konstante Differenz auf. Zu ihrer Berechnung gehen wir ebenso vor wie im früheren Falle. Der Gradient (38a) liefert für den Übergang von  $Z_1$  und  $Z_2$  in Einheiten 0,001 mgal die Zunahme  $\Delta' \bar{g}_{21} = -189,9$ , das heißt, es ist für alle Polygonpunkte  $(\Delta' \bar{g}_{k1} - \Delta' \bar{g}_{k2}) = -189,9$ . Somit folgt aus (36) und (37), (38)

$$(G_{k1} \Delta s_{k1} - G_{k2} \Delta s_{k2}) = -189,9 = (\Delta' \bar{g}'_{k1} - \Delta' \bar{g}'_{k2}) + (\Delta' T_{m1} - \Delta' T_{m2}) + (v_{k1} \Delta s_{k1} - v_{k2} \Delta s_{k2})$$

oder

$$(v_{k1} \Delta s_{k1} - v_{k2} \Delta s_{k2}) = -189,9 + 403,1 - 211,2 = +2,0 \quad (39)$$

Analog Tabelle 7 findet man so

*Tabelle 10*  
(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$(v \Delta s)_{k1}$	$(v \Delta s)_{k2}$	+ 2,0	$\Delta' T_{km}$	$\Delta' T_{k1}$	$\Delta' T_{k2}$
4	— 58,3	— 60,6	+ 2,3	— 59	— 23	— 234
6	— 14,6	— 16,6	+ 2,0	— 16	+ 20	— 191
8	+ 15,2	+ 13,3	+ 1,9	+ 14	+ 50	— 161
10	+ 34,8	+ 32,7	+ 2,1	+ 34	+ 70	— 141
11	— 3,9	— 5,4	+ 1,5	— 5	+ 31	— 180
12	+ 9,8	+ 7,9	+ 1,9	+ 9	+ 45	— 166
14	— 2,7	— 4,8	+ 2,1	— 4	+ 32	— 179
16	— 2,5	— 4,7	+ 2,2	— 4	+ 32	— 179
17	— 33,3	— 34,8	+ 1,5	— 34	+ 2	— 209
19	— 169,0	— 170,9	+ 1,9	— 170	— 134	— 345
20	+ 98,2	+ 96,3	+ 1,9	+ 97	+ 133	— 78
0	— 11,0	— 12,7	+ 1,7	— 12	+ 24	— 187

Aus den Definitionsgleichungen der topographischen Reduktionen

$$\Delta T_{ki} = (T_k - T_i) - (\bar{T}_k - \bar{T}_i); \Delta' T_{ki} = (T_k - T_i) - (\bar{T}'_k - \bar{T}'_i)$$

folgen die Differenzen

$$\begin{aligned} \Delta_{ki} &= \Delta T_{ki} - \Delta' T_{ki} = (\bar{T}'_k - \bar{T}_k) - (\bar{T}'_i - \bar{T}_i), \\ (\Delta_{k1} - \Delta_{k2}) &= (\bar{T}'_2 - T_2) - (T'_1 - \bar{T}_1) = \text{const.} \end{aligned} \quad (40)$$

Aus den Tabellen 7 und 10 bildet man leicht

$P_k$	$\Delta_{k1}$	$\Delta_{k2}$		$P_k$	$\Delta_{k1}$	$\Delta_{k2}$	
4	— 43	— 73	+ 30	14	— 40	— 70	+ 30
6	— 26	— 56	+ 30	16	— 24	— 54	+ 30
8	— 39	— 69	+ 30	17	— 13	— 43	+ 30
10	— 56	— 86	+ 30	19	— 91	— 121	+ 30
11	— 43	— 73	+ 30	20	— 25	— 55	+ 30
12	— 39	— 69	+ 30	0	— 53	— 83	+ 30

Der genaue Wert der Konstante ergibt sich mit (31) und (38) gemäß

$$\begin{aligned} (\Delta T_{m1} - \Delta T_{m2}) - (\Delta' T_{m1} - \Delta' T_{m2}) &= (\Delta T_{21} - \Delta' T_{21}) = \\ &= + 240,9 - 211,2 = + 29,7 \end{aligned} \quad (41)$$

Wir haben schon früher erkannt, daß im Falle konstanter Krustendichte und ideal horizontalen Geländes die Lotlinie in zweiter Näherung ein Kreisbogen ist, dessen Ebene im Azimut des horizontalen Gradienten der Schwerkraft liegt. Für den Radius dieses Kreisbogens folgt aus den Formeln (2) und (6) im Hinblick auf Abbildung 1 leicht

$$H : R = \varepsilon'' : \rho'' = GH : \gamma_{45}; R = \gamma_{45} : G \quad (42)$$

Ist das Gelände nicht horizontal, so gilt letztere Formel für den mittleren Krümmungsradius der Lotlinie, wenn  $G$  den horizontalen Gradienten des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie bedeutet. So gewinnt man für die Lotlinie von  $Z_2$  ( $H = 746,59$  m) mit dem Gradienten (33)

$$R = 980629 : 0,018\ 0899 = 54,21 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (43)$$

Andererseits erhalten wir mit dem Gradienten (38a) für die ersten 10 m derselben Lotlinie den mittleren Krümmungsradius

$$R' = 980629 : 0,014\ 4421 = 67,90 \cdot 10^6 \text{ m} \quad (43a)$$

Gleichzeitig kann man aus den Azimuten der beiden Gradienten, die sich nur um  $17'$  unterscheiden, erkennen, daß die Windung der Lotlinie sehr gering ist. Würde man die Rechnung für weitere äquidistante Basisflächen, etwa  $H' = 15$  m,  $20$  m,  $25$  m ... wiederholen, so könnte auf diese Weise tatsächlich in den oberflächennahen Schichten, das heißt im Wirkungsbereich des quadratischen Gliedes, der Lotlinienverlauf in dritter Näherung studiert werden.

Die bisherigen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung lassen sich kurz wie folgt zusammenfassen:

1. Sowohl die Bestimmung der mittleren Dichte der oberflächennahen Bodenschicht wie auch die Ableitung der Lotkrümmungsreduktionen sind ohne direkte Berechnung der topographischen Korrekturen durchführbar. Denn es treten nur die Differenzen derartiger Korrekturen auf, die überdies durch die Distanz je zweier Meßpunkte zu dividieren, das heißt auf den Abstand von 1 m zu reduzieren sind.

2. Hierin liegt bereits ein wesentlicher Vorteil des entwickelten Verfahrens der Dichtebestimmung gegenüber dem bekannten Nettleton-Verfahren begründet. Ein weiterer Vorteil dieser Methode liegt darin, daß es für eine geringere Gebietsausdehnung brauchbar ist. Damit sind aber im allgemeinen auch geringere Höhenunterschiede verbunden, so daß die mittlere Dichte einer oberflächennahen Schicht von geringer Mächtigkeit bestimmt werden kann. Dies ermöglicht aber eher die Feststellung einer örtlichen Variation der Oberflächendichte, die möglicherweise für die praktische Geophysik von Bedeutung ist.

3. Die Lotkrümmungsreduktionen oder die Ableitung des horizontalen Gradienten des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie haben eine homogene oder eine horizontal geschichtete Erdkruste zur Voraussetzung. Man gewinnt sie also nur in zweiter Näherung, wenn man die bekannte Helmertsche Korrektur der astronomisch beobachteten Breiten als erste Näherung betrachtet.

4. Bei homogener Erdkruste und wenn keinerlei Höhenunterschiede an der Erdoberfläche vorhanden sind, ist die Lotlinie ein Kreisbogen. Dennoch hat dieser als zweite Näherung für den Verlauf der Lotlinie zu gelten, wenn man die orthogonalen Trajektorien der Schar der Rotations-Niveausphäroide als erste Näherung betrachtet. Denn das Azimut der Ebene des Kreisbogens und sein Radius werden aus den beobachteten Schwerewerten abgeleitet, während die orthogonalen Trajektorien stets in der Meridianebene verlaufen und ihr Krümmungsradius aus der normalen Schwerkraft gewonnen wird.

5. Bei Vorhandensein von topographischen Höhenunterschieden kann innerhalb der Wirkungssphäre des quadratischen Gliedes der Verlauf der Lotlinie sogar in dritter Näherung verfolgt werden, das heißt, man kann die Änderung des mittleren Krümmungsradius und die Drehung der Schmiegungebene, genauer gesagt: den Radius und die Drehung der Ebene jenes mittleren Kreisbogens, verfolgen, der einen kleinen Abschnitt der wirklichen Lotlinie approximiert.

## 6. Die topographischen Korrekturen

Wegen der Wichtigkeit einer hinlänglich exakten Elimination aller topographischen Korrekturen im Ausgleichswege, das heißt ohne vorherige mühselige Berechnung, dürfte es angezeigt sein, diese noch näher zu betrachten. Die topographischen Korrekturen  $\Delta T_{ki}$  setzen sich nach (14) aus der Differenz der topographischen Korrekturen in den

Oberflächenpunkten und aus der Differenz der topographischen Korrekturen der Durchschnittswerte der Schwere in benachbarten Lotlinien zusammen. Die erste Komponente,  $T_{ki} = (T_k - T_i)$ , kann aber leicht im Zuge der Bestimmung der Bodendichte zusammen mit dem Bouguer-schen Horizontalgradienten auf Grund der Fehlergleichungen (23) bzw. (20) ermittelt werden. Die Koeffizienten der Tabelle 4 gestatten mit den Elementen (24) die Rückrechnung, das heißt, die Berechnung der  $v_{ki}$ , welche nach Multiplikation mit den Distanzen die mit den Beobachtungsfehlern verknüpften individuellen Korrekturen  $T_{km}$  darstellen. Diese erweisen sich aber wieder im System der beiden Zentren nicht völlig gleich. Zur Bestimmung der kleinen Differenz greifen wir auf (20) in der Form

$$(G_{k_1} \Delta s_{k_1} - G_{k_2} \Delta s_{k_2}) = (\Delta' g_{k_1} - \Delta' g_{k_2}) + (T_{m_1} - T_{m_2}) + (v_{k_1} \Delta s_{k_1} - v_{k_2} \Delta s_{k_2}) \quad (44)$$

zurück. Der linksstehende Ausdruck muß wegen des Dreiecksschlusses gleich sein der Zunahme der Bouguer-Schwere, die sich mit dem Gradienten (24) beim Übergang von  $Z_1$  nach  $Z_2$  ergibt:  $-117,1$  in Einheiten  $0,001$  mgal. Mit  $b = 0,0218$  ist der neue Bouguersche Vertikalgradient  $0,2184$  mgal/m und daher

$$\begin{aligned} \Delta' g_{ki} &= \Delta g_{ki} + 0,2184 \Delta n_{ki}; \\ (\Delta' g_{k_1} - \Delta' g_{k_2}) &= -858 + 0,2184 \cdot 2,94 = -215,9. \end{aligned}$$

Unter Beachtung von (21a) wird also:

$$(v_{k_1} \Delta s_{k_1} - v_{k_2} \Delta s_{k_2}) = -117,1 + 215,9 - 105,1 = -6,3 \quad (44a)$$

Ähnlich wie Tabelle 7 und 10 finden wir schließlich

*Tabelle 11*  
(Einheit  $0,001$  mgal)

$P_k$	$(v \Delta s)_{k_1}$	$(v \Delta s)_{k_2}$	$-6,3$	$T_{km}$	$T_{k_1}$	$T_{k_2}$
4	- 5,4	+ 1,1	- 6,5	- 2	+ 3	- 102
6	+ 10,5	+ 17,3	- 6,8	+ 14	+ 19	- 86
8	+ 21,3	+ 28,0	- 6,7	+ 25	+ 30	- 75
10	- 0,3	+ 6,5	- 6,8	+ 3	+ 8	- 97
11	- 25,5	- 18,6	- 6,9	- 22	- 17	- 122
12	+ 0,2	+ 6,9	- 6,7	+ 4	+ 9	- 96
14	+ 8,0	+ 14,5	- 6,5	+ 11	+ 16	- 89
16	+ 21,5	+ 28,1	- 6,6	+ 25	+ 30	- 75
17	+ 8,0	+ 14,8	- 6,8	+ 11	+ 16	- 89
19	- 40,7	- 34,5	- 6,2	- 38	- 33	- 138
20	+ 35,3	+ 42,0	- 6,7	+ 39	+ 44	- 61
0	- 5,1	+ 1,6	- 6,7	- 2	+ 3	- 102
			Mittel:	+ 5,7	+ 10,7	- 94,3

Zwecks bequemer Gegenüberstellung wiederholen wir in der folgenden Tabelle zunächst die entsprechenden Korrekturen  $\Delta T_{ki}$  aus Tabelle 7 und bilden anschließend die Größen

$$\bar{T}_{ki} = (\bar{T}_k - \bar{T}_i) = T_{ki} - \Delta T_{ki} \quad (45)$$

Tabelle 12  
(Einheit 0,001 mgal)

$P_k$	$\Delta T_{km}$	$\Delta T_{k1}$	$\Delta T_{k2}$	$\bar{T}_{k1}$	$\bar{T}_{k2}$
4	— 62	— 66	— 307	+ 69	+ 205
6	— 2	— 6	— 247	+ 25	+ 161
8	+ 15	+ 11	— 230	+ 19	+ 155
10	+ 18	+ 14	— 227	— 6	+ 130
11	— 8	— 12	— 253	— 5	+ 131
12	+ 10	+ 6	— 235	+ 3	+ 139
14	— 4	— 8	— 249	+ 24	+ 160
16	+ 12	+ 8	— 233	+ 22	+ 158
17	— 7	— 11	— 152	+ 27	+ 163
19	— 221	— 225	— 466	+ 192	+ 328
20	+ 112	+ 108	— 133	— 64	+ 72
0	— 25	— 29	— 270	+ 32	+ 168
Mittel	— 13,5	— 17,5	— 258,5	+ 28,2	+ 164,2

Da bei den Ausgleichungen das Schwergewicht auf der Bestimmung der Gradienten lag, also alle Fehlergleichungen durch die jeweilige Distanz  $\Delta s_{ki}$  dividiert waren, verschwinden die Mittel der  $T_{km}$  und  $\Delta T_{km}$  nicht. Daher unterscheiden sich die Mittel der  $T_{ki}$  und der  $\Delta T_{ki}$  auch von den aus der Ausgleichung unmittelbar hervorgegangenen Mitteln  $T_{mi}$  und  $\Delta T_{mi}$ , zum Beispiel:

$$\text{Mittel } (T_{k1}) = \text{Mittel } (T_{km}) + T_{m1} = + 5,7 + 4,6 = + 10,3$$

Nach (45) erhält man andererseits

$$\bar{T}_{m1} = \text{Mittel } (\bar{T}_{k1}) = T_{m1} - \Delta T_{m1} = + 4,6 + 4,0 = + 8,6$$

$$\bar{T}_{m2} = \text{Mittel } (\bar{T}_{k2}) = T_{m2} - \Delta T_{m2} = - 100,5 + 244,9 = + 144,4,$$

gegenüber den um fast 20 Einheiten größeren Mittelwerten der letzten Tabelle. Der auffallend große Unterschied dieser beiden Mittel läßt sich leicht aus der Tatsache erklären, daß  $Z_2$  um 3,17 m,  $Z_1$  jedoch nur um 0,23 m über dem mittleren Niveau der Polygonpunkte gelegen ist. Obwohl, wie schon erwähnt, die topographischen Korrekturen  $T_U$  in der Lotlinie nicht linear verlaufen, gehören die Durchschnittswerte  $\bar{T}$  zu einer Tiefe von etwa 300 bis 400 m. Aus Abbildung 6 erkennt man, daß zu  $\bar{T}_2$  die negative Anziehung der vertikal gestrichenen Defizitmassen A, hingegen zu  $\bar{T}_P$  die positive Anziehung der horizontal gestrichenen

Überschußmassen  $B$  gehört. Mithin enthält  $\bar{T}_{k2} = (\bar{T}_k - \bar{T}_2)$  die positive Anziehung des zentralen Teiles der 3,17 m starken Platte zwischen  $P_k$  und  $Z_2$  als systematischen Anteil, der natürlich in  $\Delta T_{k2}$  mit entgegengesetztem Vorzeichen eingeht. Zur Abschätzung des Wirkungsradius dieser Platte berechnen wir die Anziehungen von Kreiszyllindern vom Radius  $R$ , der Höhe 0,23 und 3,17 m und der Dichte 2,1523 auf einen

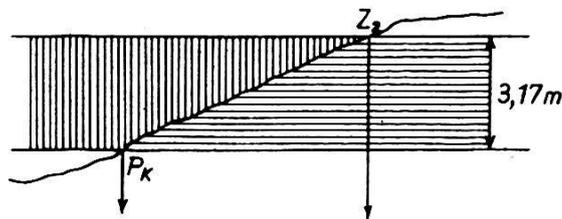


Abb. 6

Aufpunkt, der in der Achse 400 m über der Oberfläche liegt, ausgedrückt in 0,001 mgal:

$R$	400 m	500 m	600 m	700 m	800 m	900 m	1000 m	$\infty$
$h = 3,17 \text{ m}$	83,3	106,9	126,8	143,7	157,7	169,4	179,4	... 285,9
$h = 0,23 \text{ m}$	6,0	7,8	9,2	10,5	11,5	12,4	13,1	... 20,7

Es hat also den Anschein, daß die aus der Ausgleichung resultierenden Mittelwerte besser übereinstimmen als die Mittel der Tabelle 12 und daß sie einem Wirkungsradius von etwa 700 m entsprechen.

Schließlich finden wir

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_{m1} - \Delta T_{m2} &= \Delta T_{21} = -4,0 + 244,9 = +240,9 \\ T_{m1} - T_{m2} &= T_{21} = +4,6 + 100,5 = +105,1 \\ \bar{T}_{m1} - \bar{T}_{m2} &= \bar{T}_{21} = +8,6 - 144,4 = -135,8 \end{aligned} \right\} (46)$$

Da die topographischen Korrekturen  $\bar{T}_{mi}$  bereits hinlänglich plausibel erscheinen, kann die direkte Überprüfung auf die Differenz der topographischen Korrektur  $T_1$  und  $T_2$  der beiden Zentren beschränkt werden.

Zur Berechnung dieser topographischen Korrekturen wurden um jedes Zentrum als Mittelpunkt Kreise mit den Radien 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100 und 150 m gelegt und für je acht Kreisringsegmente (Öffnungswinkel  $45^\circ$ ) die mittleren Höhenunterschiede auf Grund der tachymetrischen Geländeaufnahme gebildet. Die allgemein bekannte, übliche Berechnungsweise ergab damit bis zur Entfernung von 150 m die Korrekturen:

$$T_1 = +0,165 \ 14 \text{ mgal}; \quad T_2 = +0,239 \ 39 \text{ mgal},$$

also

$$T_{21} = +0,074 \ 25 \text{ mgal}.$$

Für den nächsten Ring mit den Radien 150 m und 200 m konnten die mittleren Segmenthöhen einem photogrammetrischen Schichtenplan entnommen werden; er lieferte zur Differenz  $T_{21}$  den Beitrag 0,015 05 mgal. Hätten die beiden Zentren dieselbe Höhe, so könnten wir uns mit diesem Resultat vollends begnügen. Denn für weitere Kreisringe dürfen wir die Flächen unter Vernachlässigung der horizontalen Entfernung der beiden Zentren identifizieren, so daß ihre Wirkung bei gleicher Höhe der Zentren in der Differenz  $T_{21}$  streng ausfallen würde. Weil aber im vorliegenden Falle die beiden Zentren einen Höhenunterschied von 2,94 m aufweisen, müssen wir weiterrechnen und entnehmen hierzu der vergrößerten österreichischen Karte 1:50000 die mittleren Höhen für die Kreisringe

200 m bis 300 m:	mittlere Höhe $H = 700$ m
300 m bis 500 m:	$H = 660$ m
500 m bis 1000 m:	$H = 650$ m

Sie liefern der Reihe nach die Beiträge 0,01994, 0,03010 und 0,02533 mgal. Schließlich würde die mit der zuletzt gefundenen Meereshöhe von 650 m fiktiv fortgesetzt gedachte unendliche Platte noch einen Restbetrag von abermals 0,02533 mgal ergeben. Dieser Restbetrag erscheint aber teils wegen der angenommenen einheitlichen Meereshöhe, teils wegen der Vernachlässigung der Erdkrümmung gänzlich illusorisch. Eine gewisse Unsicherheit muß bei der Berechnung topographischer Korrekturen bekanntlich stets in Kauf genommen werden; sie sinkt bei der Differenzbildung für benachbarte Punkte ohnedies auf ein Minimum herab. Selbst bei dem vorliegenden Höhenunterschied der beiden Zentren von 2,94 m dürfte also ein Umkreis von 1 km vollkommen ausreichend sein. Die Bedenken vermindern sich stark, wenn die zwei Zentren in annähernd gleicher Höhe gewählt werden. Freilich widerspricht dies der am Schlusse des dritten Abschnittes gemachten Bemerkung. Ist das Verfahren der Lotkrümmungsbestimmung aber einmal hinlänglich erprobt, so wird man einen größeren Höhenunterschied der beiden Zentren am besten vermeiden.

Bis 1000 m Abstand erhalten wir somit für die Differenz der topographischen Korrekturen der beiden Zentren den Wert

$$T_{21} = + 0,01645 \text{ mgal.} \quad (47)$$

Er ist um 0,0594 mgal größer als der aus der Ausgleichung resultierende Wert 0,1051 mgal. Obschon dies einen Fehler von 57% ausmacht, ist das Ergebnis dennoch nicht negativ zu werten. Denn der durch die Zerlegung (29) auszuschaltende systematische Anteil betrifft ja nicht die Mittelwerte  $T_{mi}$  selbst. Vielmehr sind die eigentlichen zusätzlichen Unbekannten die Mittelwerte  $\Delta T_{mi}/\Delta s_{ki}$  bzw.  $T_{mi}/\Delta s_{ki}$ ; die beiden Zentren liegen aber gegenüber den Polygonpunkten in einer mittleren Entfernung von 31,36 m. Die durch die Minimumforderung für die restliche Fehlerquadratsumme bedingte Unsicherheit in der Zerlegung

(29) bewirkt demnach einen Fehler in der Differenz  $T_{21}$ , der erst nach Division durch 31,36 mit den Restfehlern der Ausgleichung vergleichbar wird. Der Betrag  $0,0594 : 31,36 = 0,0019$  mgal erscheint aber als durchaus tragbar. Vor allem aber hat bereits die für beide Zentren getrennt durchgeführte Ausgleichung hinlänglich gelehrt, daß der horizontale Gradient des Durchschnittswertes der Schwere in der Lotlinie von einer fehlerhaften Zerlegung der topographischen Korrekturen nicht berührt wird, wie die Ausschaltung der Differenzen  $\Delta T_{ki}$  ohne direkte Berechnung in erster Linie auf der Reduktion auf die Distanz 1 m beruht.

## Zur Eliminierung von Stativdrehungen bei der Satzmessung

*Von Niklaus Wyss, dipl. Ing., Unterseen-Interlaken*

Die Erscheinung von Stativ- und Pfeilerdrehungen bei Richtungsmessungen ist schon lange bekannt. Mißt man die Richtungen in der ersten Lage im Uhrzeigersinn und in der zweiten Lage jedoch im Gegen-  
uhrzeigersinn, so wird eine konstante Stativdrehung eliminiert.

Oft wird die Ausgangsrichtung am Ende des Satzes noch ein zweites Mal beobachtet. Stimmen die beiden Beobachtungen innerhalb des mittleren Fehlers miteinander überein, wird mit dem Mittelwert weitergerechnet. Erreicht jedoch die Differenz der beiden Werte größere Beträge, so erfolgt meist gefühlsmäßig eine lineare Verteilung der Differenz auf alle Richtungen des Satzes.

Im Rahmen einer Arbeit am geodätischen Seminar der ETH war zu untersuchen, *welcher Art die einer linearen Verteilung zugeordnete Stativdrehung sei und ob die Methode auf vernünftigen Voraussetzungen beruhe.*

Die wesentlichen Ergebnisse sind im folgenden zusammengefaßt:

$\alpha$  bedeutet eine in der 1. Lage beobachtete Richtung,  
 $\alpha'$  die entsprechende Beobachtung in der 2. Lage,  
 $\beta$  und  $\beta'$  sind die entsprechenden, von Stativdrehungen freien  
 Beobachtungen.

Wenn ferner mit  $\varphi$  der Drehungswinkel des Statives im Moment der Beobachtung bezeichnet wird, so ist

$$\alpha = \beta + \varphi \quad (1)$$

$\varphi$  ist eine Funktion der Zeit  $t$ :

$$\varphi = \varphi(t) \quad (2)$$

Wir setzen voraus, daß innerhalb eines Halbsatzes zwischen den einzelnen Richtungsbeobachtungen immer die gleiche Zeit  $d$  verstreiche. Die Zeit zwischen den beiden Halbsätzen beim Durchschlagen des Fernrohres wollen wir  $d'$  nennen.