

**Zeitschrift:** Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

**Band:** 57 (1959)

**Heft:** 4

**Artikel:** Über die Absteckung von zusammengesetzten Kurven

**Autor:** Tomkiewicz, Ivans

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-215214>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 04.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Abschließend verdienen noch die relativen, in die ersten zwei Dezzennien unseres Jahrhunderts fallenden Schweremessungen besonderer Erwähnung. Die damals geschätzte Genauigkeit einer gemessenen Differenz zwischen den Schwerebeschleunigungen auf einer Feldstation und auf der Referenzstation Basel, von  $\pm 1$  mgal, ist durch die Gravimeterbeobachtungen vollauf bestätigt worden. Daß aus den Anschlußmessungen in Karlsruhe und in Potsdam für die neue Fundamentalstation Zürich ein Wert hervorgeht, der innerhalb eines Milligals mit dem abgerundeten Betrag der neuesten gravimetrischen Bestimmungen zusammenfällt, zeigt ebenfalls, wie vorzüglich die damaligen Mittel von der Schweizerischen Geodätischen Kommission eingesetzt und von Th. Niethammer verwendet wurden.

## Über die Absteckung von zusammengesetzten Kurven

Von Ivan Tomkiewicz, Dipl.-Ing., Aarau

Unter zusammengesetzter Kurve soll ein Gebilde verstanden werden, das aus mehreren Kreis- und der notwendigen Zahl von Übergangsbogen zusammengesetzt ist. Aus eigener Erfahrung weiß ich, daß die Absteckung solcher Kurven dem Ingenieur Schwierigkeiten bereitet. In diesem Artikel möchte ich einige Absteckungsmethoden für zusammengesetzte Kurven darlegen.

Ich gehe von einer etwas komplizierten, nur auf gewisse Fälle anwendbaren Lösung aus und gelange dann zu andern, leicht verständlichen Lösungen, die sehr allgemein und in jedem Fall anwendbar sind. Der in diesem Beitrag behandelte Stoff ist das Ergebnis eigener Arbeit. Möglicherweise sind solche oder ähnliche Methoden schon gelegentlich in der Fachliteratur behandelt worden, doch sind mir Publikationen dieser Art nicht bekannt<sup>1</sup>.

Meine Ausführungen beziehen sich zunächst auf einen aus zwei Kreisbogen zusammengesetzten Korbogen, doch wird sich zeigen, daß mit den vorgeschlagenen Methoden jede zusammengesetzte Kurve behandelt werden kann. Abbildung 1 stellt einen solchen Korbogen dar. Die Trasse geht von der Geraden über die Übergangskurve  $L_1, R_1$  in den Kreisbogen  $l_1, R_1$  über. Der Übergang vom Kreisbogen  $l_1, R_1$  zum Kreisbogen  $l_2, R_2$  erfolgt mittels des Übergangsbogens  $R_1, R_2, L_3$ . Schließlich kommt man vom Kreisbogen  $l_2, R_2$  in die zweite Gerade über den Übergangsbogen  $L_2, R_2$ . Da es sich hier um Autobahnen handelt, werden die Übergangsbogen in der Form von Klothoiden ausgebildet.

---

<sup>1</sup> *Anmerkung der Redaktion:* Artikel über die von I. Tomkiewicz behandelten Methoden finden sich in Lehrbüchern und in Zeitschriften. Da der Absteckung zusammengesetzter Kurven im Zusammenhang mit dem Ausbau unseres Straßennetzes immer größere Bedeutung zukommt, werden die Schweizer Leser der Zeitschrift, denen die ausländische Literatur wenig bekannt ist, den vorliegenden Aufsatz aus der Feder eines Praktikers begrüßen.

Das ganze Trassengebilde stützt sich auf das Scheitelpunktpolygon, und für den *absteckenden Ingenieur* sind daher die Tangentenlängen  $AT$  und  $BT$  sowie die Kreisbogenlängen  $l_1$  und  $l_2$  wichtig. Die andern Ele-

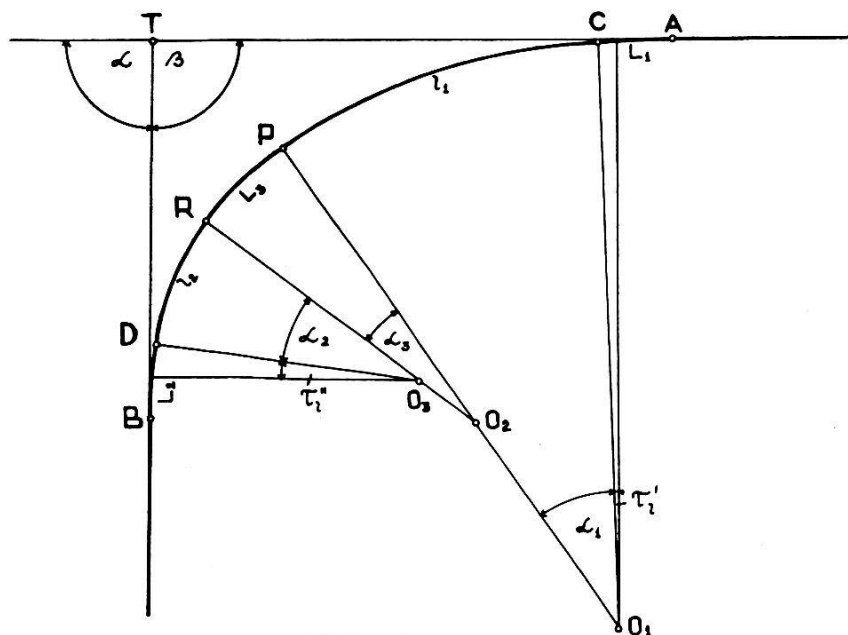


Abb. 1

mente werden vom *projektierenden Ingenieur* genau angegeben, und zwar

1. für den ersten Übergangsbogen: Bogenlänge  $L_1$  und Endradius  $R_1$ ;
2. für den ersten Kreisbogen: Radius  $R_1$  und die angenäherte Bogenlänge  $l_1$ ;
3. für den Zwischenübergangsbogen: Konstante  $C_3$ , beide Radien  $R_1$ ,  $R_2$  und die Nutzbogenlänge  $L_3$ ;
4. für den zweiten Kreisbogen: Radius  $R_2$  und die angenäherte Bogenlänge  $l_2$ ;
5. für den zweiten Übergangsbogen: Bogenlänge  $L_2$  und Endradius  $R_2$ .

### Vorbereitende Rechnungen

Die Angaben unter 1. und 5. erlauben, einem Taschenbuch<sup>1</sup> für die Absteckung der klothoidenförmigen Übergangsbogen die folgenden, für die weiteren Berechnungen nötigen Werte zu entnehmen (Abbildung 2):

$d'$ ,  $\Delta R'$ ,  $\tau_1'$  für den ersten Übergangsbogen;

$d''$ ,  $\Delta R''$ ,  $\tau_1''$  für den zweiten Übergangsbogen.

<sup>1</sup> Es soll vermerkt werden, daß ich sowie auch das übrige Absteckungspersonal, mit dem ich zusammenwirkte, zu diesem Zwecke das «Taschenbuch für die polare Absteckung der Übergangsbogen in Form von Klothoiden» von Dr. Ing. Branko Znidaršič, Professor der technischen Hochschule in Ljubljana/Laibach, Jugoslawien, benutzte. Diese Tabellen eignen sich ausgezeichnet sowohl für die Projektierungs- wie auch für die Absteckungsarbeiten im Terrain.

Betrachten wir den Zwischenübergangsbogen in Abbildung 3 etwas näher. Der projektierende Ingenieur ermittelt auf Grund beider Radien  $R_1, R_2$  und der kürzesten Entfernung beider Kreisbögen  $D$  mit Hilfe der

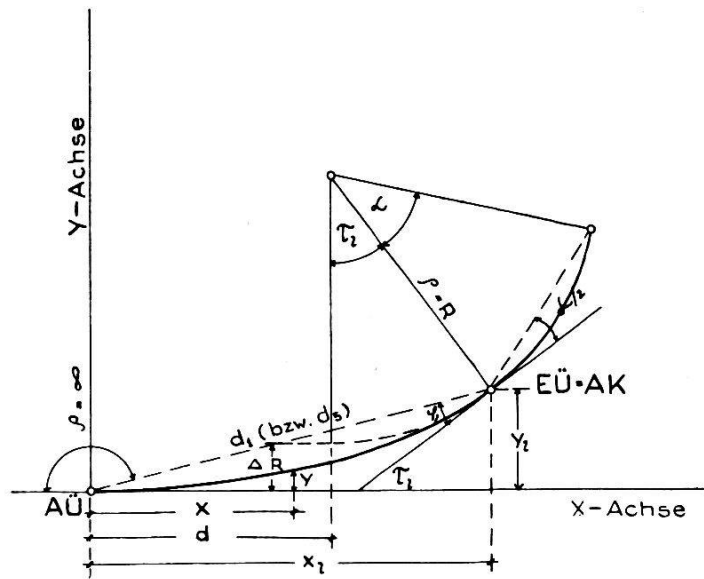


Abb. 2

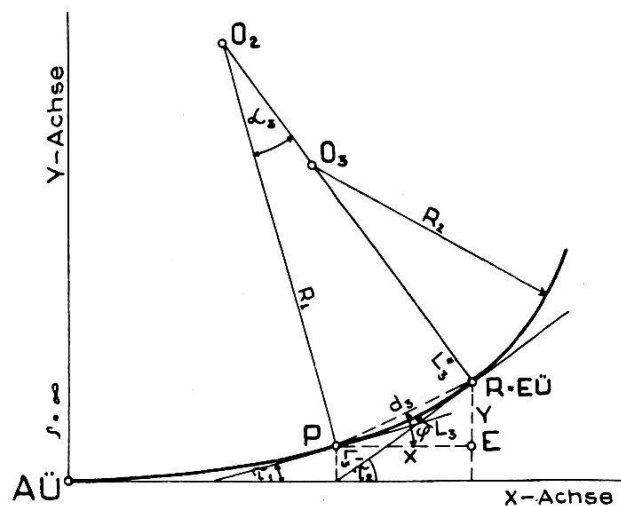


Abb. 3

Tabellen aus dem führenden Buche auf diesem Gebiete «Klothoide als Trassierungselement» von Kasper, Schürba, Lorenz die passendste Klothoide beziehungsweise ihre Konstante  $C_3$  sowie die Nutzbogenlänge  $L_3$ . Diese zerlegt sich im Falle  $R_1 > R_2$  in zwei Teile:

$$L_3 = L''_3 - L'_3 \quad (1)$$

oder

$$\frac{C_3}{R} = \frac{C_3}{R_2} - \frac{C_3}{R_1} \quad (2)$$

wobei

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \quad (3)$$

Die beiden Tangentenwinkel  $\tau_1$  und  $\tau_2$  lassen sich nach folgenden Formeln berechnen:

$$\tau_1 = \frac{L'_3}{2 C_3} = \frac{L'_3}{2 R_1} \quad (4)$$

$$\tau_2 = \frac{L''_3}{2 C_3} = \frac{L''_3}{2 R_2} \quad (5)$$

Wenn wir durch  $P$  die Parallele zur  $x$ -Achse ziehen und durch  $R$  die Parallele zur  $y$ -Achse,  $P$  und  $R$  verbinden, bekommen wir das Dreieck  $P, R$  und  $E$ . Die beiden Katheten  $X$  und  $Y$  sind Differenzen der rechtwinkligen Koordinaten der Punkte  $P$  und  $R$  in bezug auf das Koordinatensystem, dessen  $x$ -Achse sich mit der Tangente im Klothoidenausgangspunkt deckt, also:

$$X = x_R - x_P \quad (6)$$

$$Y = y_R - y_P \quad (7)$$

Da sich diese Koordinaten in Taschenbüchern befinden, kann man beide Katheten ohne weiteres bestimmen, ebenso die Hypothenuse  $d_3$  sowie  $\varphi$ :

$$d_3 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (8)$$

$$\varphi = \text{arc. tg } \frac{Y}{X} \quad (9)$$

Nachdem wir über alle diese Angaben verfügen, können wir an das eigentliche Thema dieses Artikels herantreten.

*Erste Methode:* Als erstes zu lösendes Problem drängt sich die Bestimmung der genauen Kreisbogenlängen  $l_1$  und  $l_2$  auf. Wenn die Angaben über alle drei Übergangsbogen mit der notwendigen Genauigkeit von 1 cm vorliegen, so stimmen die beiden Kreisbogenlängen infolge des vorwiegend graphischen Charakters der Projektierungsarbeiten nicht genau. Sie lassen sich jedoch genau bestimmen, sobald man die Bedingung, daß die Gesamtlänge  $L$  der zusammengesetzten Kurve in Übereinstimmung mit dem Brechungswinkel  $\beta = \pi - \alpha$  stehen muß, einführt. Die beiden nachfolgenden Gleichungen (10) und (11) für die Gesamtlänge  $L$  und die Zentriwinkel enthalten die zu erfüllende Bedingung

$$L = L_1 + l_1 + L_3 + l_2 + L_2 \quad (10)$$

$$\alpha = \pi - \beta = \tau'_1 + \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_2 + \tau''_1 \quad (11)$$

Zwischen Bogen und Zentriwinkeln bestehen die Beziehungen:

$$\tau'_1 = \frac{L_1}{2 R_1} \quad \tau''_1 = \frac{L_2}{2 R_2} \quad (12)$$

$$\alpha_1 = \frac{l_1}{R_1} \quad \alpha_2 = \frac{l_2}{R_2} \quad (13)$$

$$\alpha_3 = \tau_2 - \tau_1 = \frac{L_3}{R_m} \quad (14)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (4) und (5) und der Grundgleichung der Klothoide

$$R \cdot L = C \quad (15)$$

folgt für  $R_m$ :

$$R_m = \frac{2 R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (16)$$

Übernimmt man nun für die Bogenlänge  $l_1$  den angenäherten Wert, so läßt sich die richtige Bogenlänge  $l_2$  mit Hilfe der Gleichungen (10) und (11) bestimmen.

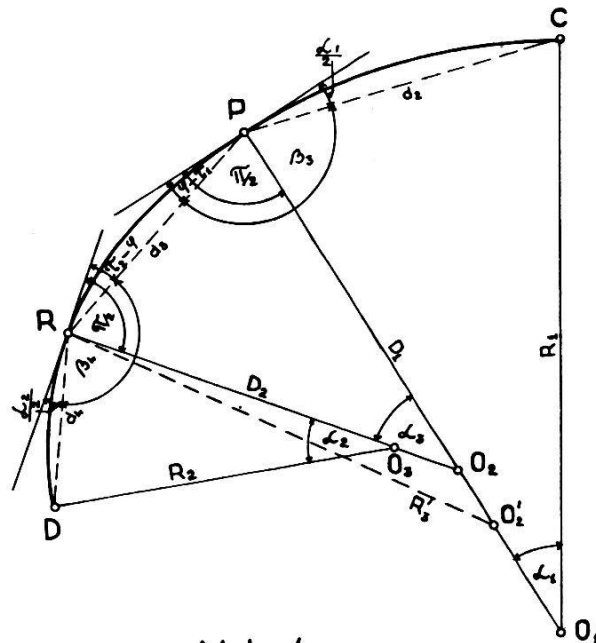


Abb. 4

Nachdem wir über die richtigen Bogenlängen verfügen, besteht die weitere Aufgabe darin, den Weg zu finden, um vom Punkt  $P$  zum Punkt  $R$  (Abb. 4) zu gelangen. Aus Abbildung 4 folgt für den Brechungswinkel

$$\beta_3 = \pi - \frac{\alpha_1}{2} - (\varphi - \tau_1) \quad (17)$$

und aus der schon bekannten Länge  $d_3$  läßt sich der Radius des den Übergangsbogen ersetzenden Kreisbogens  $R'_3$ , der größer als  $R_m$  ist, nach der Formel

$$R'_3 = \frac{d_3}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{\varphi - \tau_1}{2} \quad (18)$$

bestimmen. Um weiter zum Punkt  $D$  zu kommen, müssen wir zuerst den Brechungswinkel  $\beta_4$  und die Sehnenlänge  $d_4$  rechnen aus:

$$\beta_4 = \pi - (\tau_2 - \varphi) - \frac{\alpha_2}{2} \quad (19)$$

$$d_4 = 2 R_2 \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (20)$$

Tragen wir weiter von der Tangente im Punkt  $R$  den rechten Winkel ab, bekommen wir als Schnittpunkt mit der Strecke  $PO_1$  den Punkt  $O_2$ . Aus dem Dreieck  $P, R, O_2$  (Abb. 4) müssen wir die Seiten  $D_1$  und  $D_2$ , die für die weiteren Berechnungen nötig sind, bestimmen:

$$D_1 = d_3 \cdot \frac{\cos(\tau_2 - \varphi)}{\sin \alpha_3} \quad (21)$$

$$D_2 = d_3 \cdot \frac{\cos(\varphi - \tau_1)}{\sin \alpha_3} \quad (22)$$

Gemäß Abbildung 5 können wir jetzt schreiben:

$$AT = d' + GF + FT_3 - T_3T \quad (23)$$

$$BT = d'' + ET_1 + T_1T \quad (24)$$

$$ET_1 = (R_2 + \Delta R'') \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = FT_3 \quad (25)$$

$$TT_1 = \frac{TT_2}{\sin \alpha} \quad (26)$$

$$T_1T_2 = \frac{TT_2}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (27)$$

$$GF = (R_1 - D_1) \cdot \sin(\alpha_1 - \tau'_1) + (D_2 - R_2) \cdot \sin(\alpha_1 + \tau'_1 + \alpha_3) \quad (28)$$

$$T_2T = (R_1 + \Delta R') - (R_2 + \Delta R'') - O_1J \quad (29)$$

$$O_1J = (R_1 - D_1) \cdot \cos(\alpha_1 + \tau'_1) + (D_2 - R_2) \cdot \cos(\alpha_1 + \tau'_1 + \alpha_3) \quad (30)$$

Die Tangentenlängen  $AT$  und  $BT$  sind damit bestimmt, und das Problem ist für den absteckenden Ingenieur gelöst. Es ist aber angebracht, noch die Gleichungen für die rechtwinkligen Koordinaten der Punkte  $P$  und  $R$  aufzustellen.

$$\text{Punkt } P: \quad AM = d' + R_1 \cdot \sin(\alpha_1 + \tau'_1) \quad (31)$$

$$MP = R_1 \cdot [1 - \cos(\alpha_1 + \tau'_1)] + \Delta R' \quad (32)$$

$$\text{Punkt } R: \quad BN = d'' + R_2 \cdot \sin(\alpha_2 + \tau''_1) \quad (33)$$

$$NR = R_2 \cdot [1 - \cos(\alpha_2 + \tau''_1)] + \Delta R'' \quad (34)$$

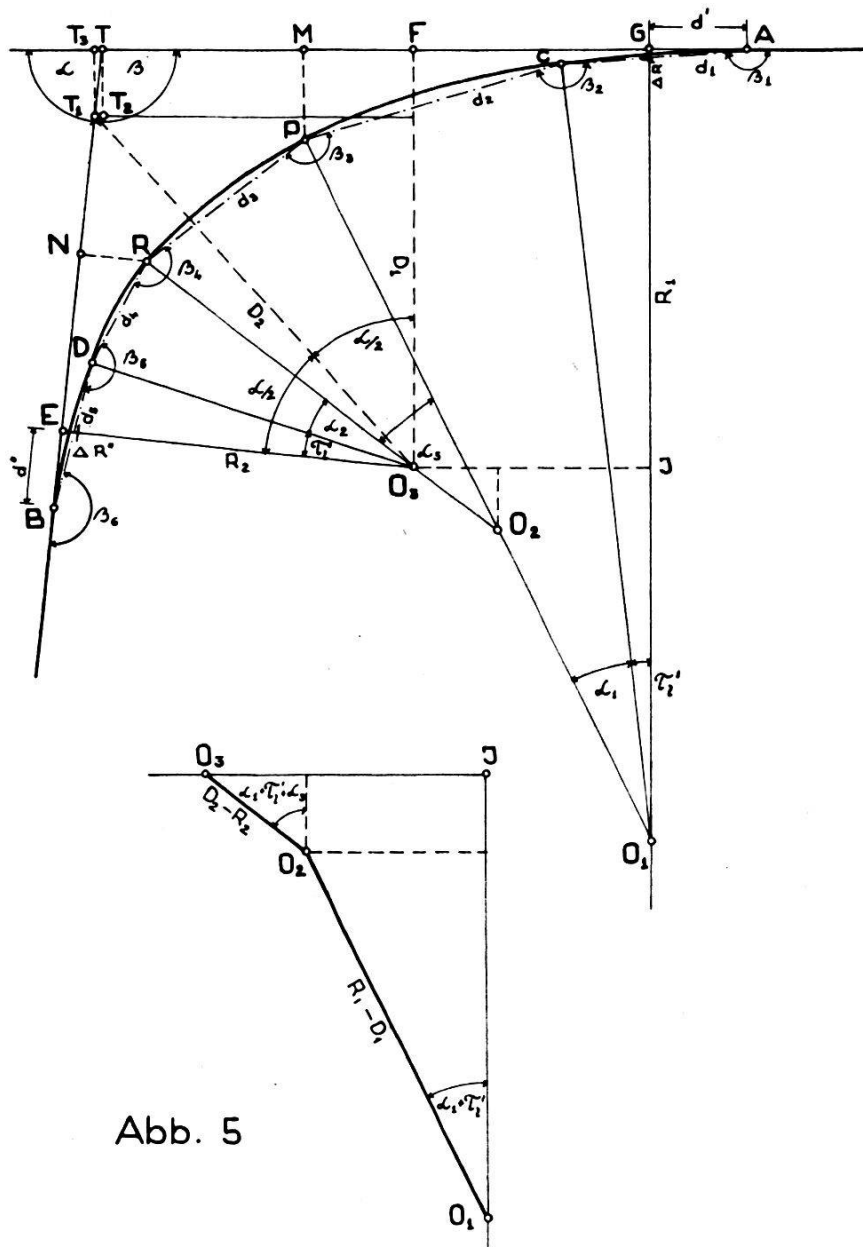


Abb. 5

Damit sind die Ausführungen über die erste Methode abgeschlossen. Aus dem nachfolgenden *Zahlenbeispiel* erkennt man, daß die Berechnungen weder langwierig sind noch irgendwelche Schwierigkeiten bereiten.

*Daten:*

|  |  |
|--|--|
| $R_1 = 1200,00 \text{ m}$              | $R_2 = 350,00 \text{ m}$                                 |
| $L_1 = 20,00 \text{ m}$                | $L_2 = 60,00 \text{ m}$                                  |
| $L_3 = 70,83 \text{ m}$                | $C_3 = 35\ 000$  |
| $\tau_1 = 0^\circ 41' 17''$            | $X = 70,63 \text{ m}$                                    |
| $\tau_2 = 8^\circ 11' 06''$            | $Y = 4,76 \text{ m}$                                     |
| $l'_2 = 122,00 \text{ m (angenähert)}$ | $\beta = 129^\circ 48' 44'', \alpha = 50^\circ 11' 16''$ |

Der besseren Übersichtlichkeit wegen erfolgen die Berechnungen etappenweise wie folgt:



1. Aus einem Taschenbuch für die Absteckung der Klothoide (in meinem Falle aus dem schon erwähnten Taschenbuch von Dr. Žnideršič) suchen wir mit Hilfe obiger Angaben die folgenden Werte auf:

für den ersten Übergangsbogen:      für den zweiten Übergangsbogen:

$$\begin{aligned} d' &= 10,00 \text{ m} \\ \Delta R' &= 0,01 \text{ m} \\ \tau'_1 &= 0^\circ 28' 39'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d'' &= 29,99 \text{ m} \\ \Delta R'' &= 0,43 \text{ m} \\ \tau''_1 &= 4^\circ 54' 40'' \end{aligned}$$

und dazu die für die zunächst zu behandelnden Methoden notwendigen Werte gemäß Abbildung 2:

$$\begin{aligned} x'_1 &= 20,00 \text{ m} \\ y'_1 &= 0,06 \text{ m} \\ \omega'_1 &= 0 \ 09 \ 33 \\ \varphi'_1 &= 0 \ 19 \ 06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x''_1 &= 59,96 \text{ m} \\ y''_1 &= 1,71 \text{ m} \\ \omega''_1 &= 1 \ 38 \ 13 \\ \varphi''_1 &= 3 \ 16 \ 27 \end{aligned}$$

$$2. \ R_m = \frac{2 \cdot R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 541,94 \text{ m}$$

$$\alpha_3 = \frac{L_3}{R_m} \cdot \rho^\circ = 7^\circ 29' 49'' = \tau_2 - \tau_1 \quad \text{Kontrolle!}$$

$$3. \ \alpha_2 = \frac{l'_2}{R_2} \cdot \rho^\circ = 19^\circ 58' 17''$$

$$\alpha_1 = \alpha - [\tau'_1 + \tau''_1 + \alpha_2 + \alpha_3] = 17^\circ 20' 21''$$

$$l_1 = \frac{\alpha_1 \cdot R_1}{\rho^\circ} = 363,14 \text{ m}$$

$$L = L_1 + l_1 + L_3 + l_2 + L_2 = 635,97 \text{ m}$$

$$4. \ \varphi = \text{arc. tg} \frac{Y}{X} = 3^\circ 51' 06''$$

$$d_3 = \sqrt{Y^2 + X^2} = 70,79 \text{ m}$$

$$5. \ \tau_2 - \varphi = 4^\circ 20' 00''$$

$$\varphi - \tau_1 = 3^\circ 09' 19''$$

$$D_1 = d_3 \cdot \frac{\cos(\tau_2 - \varphi)}{\sin \alpha_3} = 541,65 \text{ m}$$

$$D_2 = d_3 \cdot \frac{\cos(\varphi - \tau_1)}{\sin \alpha_3} = 542,37 \text{ m}$$

$$6. \ ET_1 = FT_3 = (R_2 + \Delta R'') \cdot \text{tg} \frac{\alpha}{2} = 164,10 \text{ m}$$

$$R_1 - D_1 = 658,35 \text{ m} \quad D_2 - R_2 = 192,37 \text{ m}$$

$$\alpha_1 + \tau'_1 = 17^\circ 49' 00'' \quad \alpha_1 + \tau'_1 + \alpha_3 = 25^\circ 18' 19''$$

$$GF = 283,67 \text{ m [nach Formel (28)]}$$

$$O_1J = 800,70 \text{ m [nach Formel (30)]}$$

$$T_2T = 48,88 \text{ m [nach Formel (29)]}$$

$$TT_1 = 63,63 \text{ m [nach Formel (26)]}$$

$$T_1T_2 = 40,75 \text{ m [nach Formel (27)]}$$

$$AT = 417,02 \text{ m [nach Formel (23)]}$$

$$BT = 257,73 \text{ m [nach Formel (24)]}$$

Punkte  $P$  und  $R$ :

$$AM = 377,17 \text{ m [nach Formel (31)]}$$

$$MP = 57,56 \text{ m [nach Formel (32)]}$$

$$BN = 177,26 \text{ m [nach Formel (33)]}$$

$$NR = 32,91 \text{ m [nach Formel (34)]}$$

Die Methode stellt eine einwandfreie Lösung dar, denn mit den errechneten Werten kann man den Korbbogen ohne weiteres abstecken. Besteht der Korbbogen jedoch aus mehr als zwei Kreisbogen, so wird die Lage unübersichtlich, und die Lösung erweist sich als kompliziert. Man fordert daher eine einfachere Methode; außerdem wünscht man eine unabhängige Kontrolle, wie man sie bei allen Vermessungsarbeiten erstrebt, um die nach der ersten Methode berechneten Größen mit den Ergebnissen einer anderen Methode vergleichen zu können.

*Zweite Methode:* Die jetzt zu beschreibende Methode stützt sich auf die Anwendung des zum Kurvengebilde gehörenden Sehnenpolygons, dessen Eckwinkel und Längen man aus den schon bekannten Größen folgendermaßen bestimmen kann (Abb. 2, 4 und 5):

$$\beta_1 = \pi - \omega'_1 \quad (35)$$

$$d_1 = \sqrt{x'_1{}^2 + y'_1{}^2} \quad (36)$$

$$\beta_2 = \pi - \varphi'_1 - \frac{\alpha_1}{2} \quad (37)$$

$$d_2 = 2 \cdot R_1 \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (38)$$

$$\beta_3 = \pi - \frac{\alpha_1}{2} - (\varphi - \tau_1) \quad (17)$$

$$d_3 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (8)$$

$$\beta_4 = \pi - (\tau_2 - \varphi) - \frac{\alpha_2}{2} \quad (19)$$

$$d_4 = 2 \cdot R_2 \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (20)$$

$$\beta_5 = \pi - \frac{\alpha_2}{2} - \varphi''_1 \quad (39)$$

$$d_5 = \sqrt{x''_1^2 + y''_1^2} \quad (40)$$

$$\beta_6 = \pi - \omega''_1 \quad (41)$$

Unter der Annahme beliebiger Werte für den Richtungswinkel  $\nu_{T_1}^{T_1}$  der Geraden  $T_1T$  Abbildung 6 sowie für die Koordinaten des Ausgangspunktes  $A'$  rechnen wir das Sehnepolygon durch und bekommen so die Koordinaten des Punktes  $B'$ . Die Länge der Verbindungslinie  $D$  sowie ihr Richtungswinkel  $\nu_A^B$  lassen sich dann wie folgt bestimmen:

$$D = \sqrt{(x_{B'} - x_{A'})^2 + (y_{B'} - y_{A'})^2} \quad (42)$$

$$\nu_A^B = \text{arc. tg} \frac{y_{B'} - y_{A'}}{x_{B'} - x_{A'}} \quad (43)$$

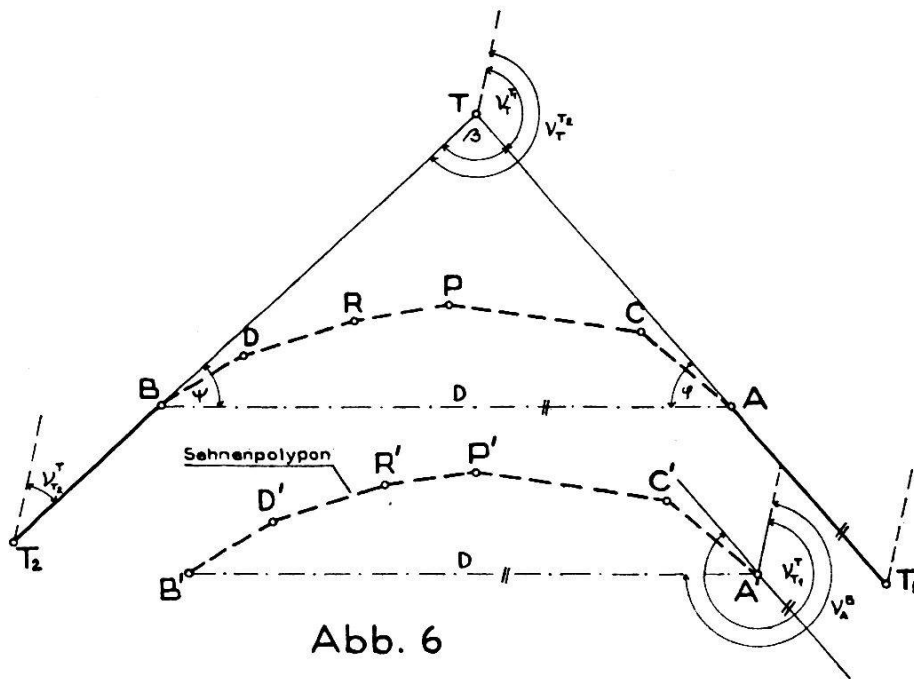


Abb. 6

Durch Translatieren der Linie  $D$  können wir das Dreieck  $A, T, B$  bilden, bei welchem außer  $D$  und  $\beta$  noch die beiden Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  zu bestimmen sind:

$$\varphi = \nu_{T_1}^T - \nu_A^B \quad (44)$$

$$\psi = \nu_B^A - \nu_{T_2}^T \quad (45)$$

wo 
$$\nu_{T_2}^T = \nu_{T_1}^T + \beta \quad (46)$$

Die beiden gesuchten Längen  $AT$  und  $BT$  werden jetzt

$$AT = D \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta} \quad (47)$$

$$BT = D \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} \quad (48)$$

Beide Methoden zusammen ergeben eine wirksame Kontrolle. Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn wir uns schon von Anfang an der analytischen Geometrie bedienen. Wir müssen zu diesem Zwecke die Koordinaten der Scheitelpunkte  $T_1$ ,  $T$ ,  $T_2$  direkt vom Plane ablesen. Mit Hilfe der nach der ersten Methode errechneten Längen  $AT$  und  $BT$  lassen sich dann die Koordinaten der Punkte  $A$  und  $B$  bestimmen. Die Kontrolle durch die zweite Methode besteht jetzt darin, daß wir die Koordinaten des Punktes  $B$  bekommen, wenn wir die Berechnung des Sehnepolygons mit den Koordinaten des Punktes  $A$  begonnen haben.

Zu Vergleichszwecken wollen wir das nach der ersten Methode berechnete Beispiel auch nach der zweiten Methode behandeln. Auch hier werden wir etappenweise vorgehen:

1. Wir berechnen nach Gleichungen (35) bis (41) die Eckwinkel und die Längen. Mit diesen Werten rechnen wir das Sehnepolygon durch:

| Punkt | Eckwinkel<br>$\beta$ , " | Richtungs-<br>winkel<br>$\nu$ , "               | Längen<br>$d$<br>m | Koordinaten und<br>Koordinatendifferenzen |                             |
|-------|--------------------------|---|--------------------|---|-----------------------------|
|       |                          |   |                    | $y = d \cdot \sin \nu$<br>m               | $x = d \cdot \cos \nu$<br>m |
|       |                          | $\nu_{T_1}^{T_2} = 315\ 00\ 00$<br>(angenommen) |                    |   | (angenommen)                |
| $A'$  | 179 50 27                |   |                    | 0,00                                      | 0,00                        |
| $C'$  | 171 00 43                | 134 50 27                                       | 20,00              | + 14,18                                   | — 14,10                     |
| $P'$  | 168 10 31                | 125 51 10                                       | 361,77             | + 293,22                                  | — 211,89                    |
| $R'$  | 165 40 51                | 114 01 41                                       | 70,79              | + 64,66                                   | — 28,82                     |
| $D'$  | 166 44 25                | 99 42 32  | 121,38             | + 119,64                                  | — 20,47                     |
| $B'$  | 178 21 47                | 86 26 57  | 59,98              | + 59,86                                   | + 3,71                      |
|       |                          | $\nu_{T_2}^{T_1} = 84\ 48\ 44$                  |                    | $y_{B'} =$<br>+ 551,56                    | $x_{B'} =$<br>— 271,57      |

$$2. D = \sqrt{551,56^2 + 271,57^2} = 614,79 \text{ m}$$

$$\nu_A^B = \text{arc. tg} \frac{+ 551,56}{- 271,57} = 116^\circ 12' 51'', \nu_B^A = 296^\circ 12' 51''$$

$$\begin{aligned}
3. \quad \nu_{T_2}^{T_2} &= \nu_{T_1}^{T_1} + \beta = 84^\circ 48' 44'', \quad \nu_{T_2}^{T_2} = 264^\circ 48' 44'' \\
\varphi &= \nu_{T_1}^{T_1} - \nu_A^B = 18^\circ 47' 09'' \\
\psi &= \nu_{T_2}^{T_2} - \nu_B^A = 31^\circ 24' 07'' \\
4. \quad AT &= D \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta} = 417,01 \text{ m} \\
BT &= D \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = 257,74 \text{ m}
\end{aligned}$$

Die Resultate beider Methoden sind praktisch gleich. Es ist klar, daß man mit der zweiten Methode eine beliebige zusammengesetzte Kurve für die Absteckungszwecke lösen kann. Da aber bei den komplizierten zusammengesetzten Kurven die Kontrolle durch die erste Methode ausfällt, muß man nach einer dritten Methode suchen.

*Dritte Methode:* Wenn schon die zweite Methode Zuflucht zur analytischen Geometrie nimmt, so ist die Anwendung der Koordinatenrechnung bei der dritten Methode erst recht unvermeidlich. Wir müssen also über die Koordinaten der Scheitelpunkte  $T_1$ ,  $T$ ,  $T_2$  verfügen. Damit sind auch die Richtungswinkel beider Geraden  $T_1T$  und  $T_2T$  bekannt, und es fällt nicht schwer, ihre Gleichungen aufzustellen:

$$y_A - y_{T_1} = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^{T_1} \cdot (x_A - x_{T_1}) \quad (49)$$

$$y_B - y_T = \operatorname{tg} \nu_{T_2}^{T_2} \cdot (x_B - x_T) \quad (50)$$

Die Methode beruht zudem auf der Voraussetzung, daß die Angaben über das Sehnepolygon der zusammengesetzten Kurve schon vorliegen. Wir müssen das Sehnepolygon der zusammengesetzten Kurve, ausgehend von einem beliebigen Punkt  $A'$  (Abb. 7) auf der Geraden  $T_1T$ , durchrechnen. Um uns unnötige Arbeit zu ersparen, fangen wir die Polygonrechnung einfach im Punkte  $T_1$  an. Die Ergebnisse sind die Länge  $D$ , der Richtungswinkel  $\nu_A^B$  und die Koordinaten des Punktes  $K$ . Wenn wir jetzt das Polygon translatieren, dann bewegt sich der Punkt  $B'$  auf der Geraden  $KK'$ , die parallel zur Geraden  $T_1T$  verläuft und mit der folgenden Gleichung ausgedrückt werden kann:

$$y_B - y_K = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^{T_1} \cdot (x_B - x_K) \quad (51)$$

Der Schnittpunkt der Geraden  $T_2T$  und  $KK'$  ist der erste gesuchte Punkt  $B$ , und seine Koordinaten bekommen wir durch das Auflösen der Gleichungen (50) und (51). Die Gleichung der Geraden  $BA$  hat die Form:

$$y_B - y_A = \operatorname{tg} \nu_A^B \cdot (x_B - x_A) \quad (52)$$

Der Schnittpunkt der Geraden  $T_1T$  und  $AB$  ist der Punkt  $A$ , und das Ergebnis der aufgelösten Gleichungen (49) und (52) sind seine Koordinaten.

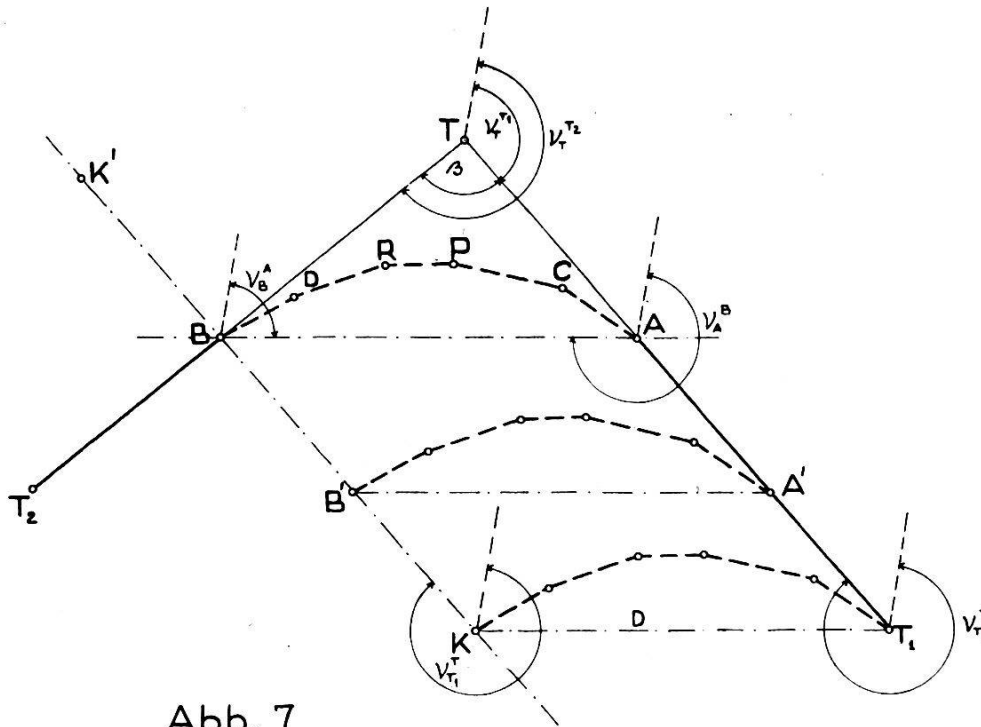


Abb. 7

Die dritte Methode stellt eine unabhängige Kontrolle für die erste und eine gute, aber nicht ganz unabhängige Kontrolle für die zweite dar. Denn die beiden letzten Methoden beruhen auf der Sehnenspolygonrechnung, und hier gemachte Fehler kommen nicht zum Vorschein.

Beim Zahlenbeispiel nehmen wir an, daß die folgenden Angaben als Ergebnis früher durchgeführter Arbeiten schon vorliegen:

$$T_1 \begin{cases} y = 1000,00 \\ x = 1000,00 \end{cases} \quad T \begin{cases} y = 1494,97 \\ x = 505,03 \end{cases}$$

$$\nu_{T_1}^T = 135^\circ 00' 00'' \quad \nu_T^{T_2} = 84^\circ 48' 44'' \quad \overline{T_1 T} = 700,00 \text{ m}$$

1. Mit Hilfe der nach der zweiten Methode errechneten Werte für Tangentiallängen  $AT = 417,01 \text{ m}$  und  $BT = 257,74 \text{ m}$  berechnen wir im Koordinatensystem der Scheitelpunkte die Koordinaten der Punkte A und B:

$$A \begin{cases} y = 1200,10 \\ x = 799,90 \end{cases} \quad B \begin{cases} y = 1751,65 \\ x = 528,33 \end{cases}$$

2. Aufstellen der Gleichungen der Geraden  $T_1 T$  und  $TT_2$ :

$$y_A - y_{T_1} = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^T \cdot (x_A - x_{T_1})$$

oder

$$y_A - 1000,00 = - (x_A - 1000,00) \quad (49)$$

$$y_B - y_T = \operatorname{tg} \nu_T^{T_2} \cdot (x_B - x_T)$$

oder

$$y_B - 1494,97 = + 11,0142 \cdot (x_B - 505,03) \quad (50)$$

3. Mit den Resultaten der Polygonrechnung der zweiten Methode bestimmen wir die Koordinaten des Punktes  $K$ :

| Punkt | Koordinaten und Koordinatendifferenzen |                   |  |
|-------|--|-------------------|--|
|       | $y$<br>$\Delta y$                      | $x$<br>$\Delta x$ |  |
| $T$   | 1000,00                                | 1000,00           |  |
|       | + 551,56                               | — 271,57          | $\nu_T^K = \nu_A^B = 116^\circ 12' 51''$ |
| $K$   | 1551,56                                | 728,43            |  |

4. Aufstellen der Gleichung der Geraden  $KK'$ :

$$y_B - y_K = \operatorname{tg} \nu_{T_1}^T \cdot (x_B - x_K)$$

oder

$$y_B - 1551,56 = - (x_B - 728,43) \quad (51)$$

5. Die Auflösung der Gleichungen (50) und (51) ergibt die Koordinaten des Punktes  $B$ :

$$B \begin{cases} y = 528,33 \\ x = 1751,66 \end{cases}$$

6. Aufstellen der Gleichung der Geraden  $AB$ :

$$y_B - y_A = \operatorname{tg} \nu_A^B (x_B - x_A)$$

oder

$$1751,66 - y_A = - 2,0310 \cdot (528,33 - x_A) \quad (52)$$

7. Die Auflösung der Gleichungen (49) und (52) ergibt die Koordinaten des Punktes  $A$ :

$$A \begin{cases} y = 1200,10 \\ x = 799,90 \end{cases}$$

Die Kontrolle stimmt ausgezeichnet. Die dritte Methode ist der zweiten vollkommen gleichwertig.

Am Schluß kann man wohl sagen, daß es an einwandfreien Methoden zur Lösung des angewiesenen Problems nicht fehlt. Es ist die Aufgabe des absteckenden Ingenieurs, die passendste anzuwenden.