

Zeitschrift: Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessungswesen und Kulturtechnik = Société suisse de la mensuration et du génie rural

Band: 62 (1964)

Heft: 6

Artikel: Les réseaux géodésiques amplificateurs de bases ne sont-ils plus actuels?

Autor: Ansermet, A.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-219210>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 18.03.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

4. Der Lagefehler des Leitpunktes wird näherungsweise unverändert zum Folgepunkt übertragen sowohl in bezug auf Größe als auch auf das Vorzeichen, so daß nur eine geringfügige Verschlechterung in der Genauigkeit ihrer gegenseitigen Lage daraus resultiert.

Für das Übertragen der Lagefehler der Festpunkte zum Folgepunkt ist in erster Linie die Größe der Parallaxwinkel sowie die «Güte» des Schnittwinkels im Folgepunkt ausschlaggebend. Je kleiner die Parallaxwinkel sind und je weiter der Schnittwinkel sich einem rechten Winkel nähert, um so günstiger liegen die Verhältnisse beim Übertragen der Festpunktlagefehler.

Literatur:

- [1] *Gleinsvik, P.*: Über die Genauigkeit der trigonometrischen Punktbestimmung mit besonderer Berücksichtigung der Einwirkung der Festpunkte. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1963.
- [2] *Jordan, W.*: Bestimmung eines Folgepunktes bei der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1889.

Les réseaux géodésiques amplificateurs de bases ne sont-ils plus actuels?

Par A. Ansermet

Résumé

Les réseaux amplificateurs de bases sont indispensables pour les réseaux triangulés. En trilatération c'est une autre question si l'on songe aux progrès réalisés en électrotéléométrie; cependant certains constructeurs d'électrotéléomètres reconnaissent que la précision des mesures est susceptible de varier assez notablement en fonction des conditions atmosphériques ou d'autres circonstances. Une mesure de contrôle n'est pas superflue, d'autant plus que le réseau amplificateur peut revêtir une forme plus simple. Un cas caractéristique est celui, classique, du réseau Ibañez; ce géodésien aurait pu amplifier la base en stationnant en un seul point de coordonnées inconnues pour mesurer, par voie angulaire, des rapports anharmoniques. C'est une propriété de ces rapports d'être indépendants des positions choisies pour stationner; le théodolite utilisé aura une haute précision. Il est étonnant que la littérature géodésique soit muette quant à l'éventualité d'une telle solution. En Suisse il n'est pas exclu qu'on puisse procéder de même pour certains côtés. Une seule station ne suffira pas toujours; cela a peu d'importance à cause de la propriété sus-énoncée. Le réseau n'a en fait plus deux mais une dimension; ce problème est susceptible encore de bien des développements.

Anmerkung der Redaktion: Herr Prof. Ansermet, dem wir eine große Anzahl wertvoller Studien in unserer Zeitschrift verdanken, entwickelt im vorliegenden Aufsatz eine neue Idee über die Gestaltung von Basisvergrößerungsnetzen. Die Idee ist ohne Zweifel bestechend und verdient weiter verfolgt zu werden. Die Anwendung des äußerst einfachen Vorgangs, was Messung und Rechnung betrifft, dürfte aus Geländegründen allerdings auf wenige günstige Fälle beschränkt bleiben.

Wir möchten die Hoffnung aussprechen, daß sich jüngere Geodäten mit dem Problem näher auseinandersetzen.

Zusammenfassung

Basisvergrößerungsnetze sind in Triangulationsnetzen unentbehrlich. In der Trilateration stellt sich die Frage anders, sobald man an die Fortschritte in der elektronischen Distanzmessung denkt. Gewisse Konstrukteure von elektronischen Distanzmeßgeräten anerkennen allerdings, daß die Genauigkeit der Messungen, je nach atmosphärischen oder andern Verhältnissen, ziemlich beträchtlich variieren könne. Eine Kontrollmessung ist daher nicht überflüssig, und sie ist es um so weniger, als das Vergrößerungsnetz eine einfachere Form als die bisher übliche annehmen kann. Ein charakteristischer Fall, klassisch geworden, ist derjenige des Netzes Ibañez. Dieser Geodät hätte seine Basis vergrößern können, indem er auf einem einzigen Punkt mit unbekanntem Koordinaten aufgestellt und auf dem Weg über Winkel die Doppelverhältnisse bestimmt hätte; liegt doch eine Eigenschaft dieser Doppelverhältnisse gerade darin, daß sie von der Lage der Stationenpunkte unabhängig sind. Als Theodolit ist ein Präzisionsinstrument zu verwenden. Es ist erstaunlich, daß die geodätische Literatur über eine solche Lösung stumm bleibt. In der Schweiz ist es nicht ausgeschlossen, daß man für einzelne Seiten das beschriebene Verfahren anwenden könnte. Nicht immer wird eine einzige Station genügen. Gerade wegen der erwähnten Eigenschaft ist dies ohne Bedeutung. Das Netz hat nicht mehr zwei, sondern nur eine Dimension. Das Problem würde weitere Untersuchungen verdienen.

Au cours de ces prochaines années il n'est pas exclu que des controverses s'engagent entre géodésiens au sujet de ces réseaux; les uns feront valoir que les développements de l'électrotéléométrie les rendent plus ou moins superflus. Sans nier les avantages de tels réseaux à titre de contrôle, ils estiment que ces avantages ne sont pas en rapport avec le surcroît de travail à assumer par les praticiens. D'autres ne partageront pas entièrement ce point de vue; ils considéreront comme bienvenu un minimum de contrôle si le réseau principal est libre. Ils ajouteront que le réseau amplificateur aurait souvent pu être traité plus simplement; c'est un des buts de ces lignes de justifier ce dernier argument. A cet effet considérons un cas connu:

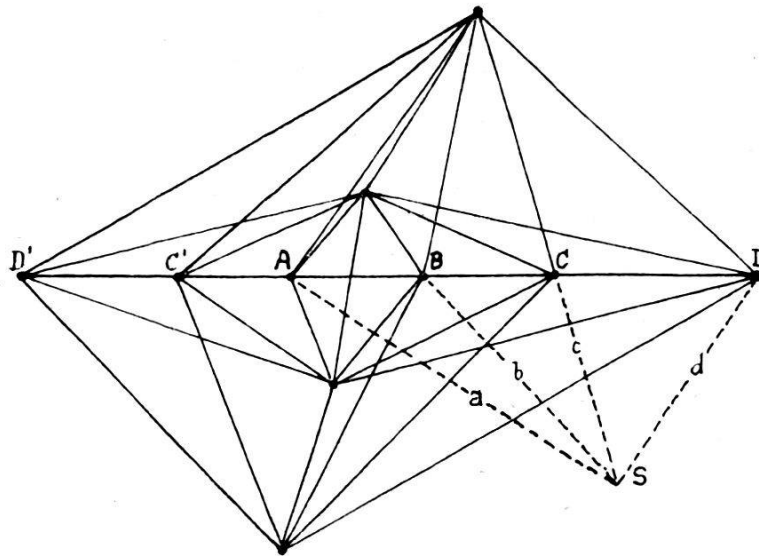
Le réseau du général Ibañez ou de Carbonera-Bolos

Sur la figure tous les éléments ne sont pas dessinés; il y a 10 points, 120 triangles et 45 côtés. Le but poursuivi était de mettre fin à une controverse qui s'était engagée entre des géodésiens français et allemands; le segment AB jouait le rôle de base à amplifier. Sur les 20 coordonnées trois sont arbitraires d'où 17 inconnues si l'on compense par la méthode aux variations de coordonnées.

Le nombre d'inconnues se réduit de 17 à 4 dans la solution nouvelle préconisée ici. Il faut disposer d'un théodolite très précis pour déterminer des rapports anharmoniques tels que $(abcd) = (ABCD)$; avec les six points

A, B, C, D, C', D' situés sur l'axe des abscisses on peut former $\frac{6 \times (6 - 2 + 1)}{1 \cdot 2}$

= 15 groupes de 4 points; un seul groupe donne lieu à $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ permutations. En tout il y aurait $15 \times 24 = 360$ rapports anharmoniques,



théoriquement bien entendu car, pour un groupe, il y a au plus 6 valeurs différentes: $r, 1/r, 1-r, 1/1-r, r/r-1, r-1/r$ (rapports anharmoniques ou birapports). Par exemple si $r = -1$, on a les 6 valeurs: $-1, -1, +2, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +2$. Le théodolite est en S , station dont les coordonnées ne jouent aucun rôle. Admettons: $ASB = BSC = CSD = 45^\circ$ pour les angles compris entre les 4 rayons:

$$(abcd) = \frac{\sin(ca)}{\sin(cb)} : \frac{\sin(da)}{\sin(db)} = \frac{1}{0,707} : \frac{0,707}{1} = +2$$

$$(abdc) = \frac{0,707}{1} : \frac{1}{0,707} = +\frac{1}{2}$$

$$(acbd) = \left(-\frac{0,707}{0,707} \right) : \frac{0,707}{0,707} = -1$$

$$(acdb) = \frac{0,707}{0,707} : \left(-\frac{0,707}{0,707} \right) = -1$$

$$(adcb) = \left(-\frac{1}{0,707} \right) : \left(-\frac{0,707}{1} \right) = +2$$

$$(adbc) = \left(-\frac{0,707}{1} \right) : \left(-\frac{1}{0,707} \right) = +\frac{1}{2}$$

Le praticien devra choisir judicieusement les rapports anharmoniques. L'origine des abscisses sera A ($x_A = 0$); x_B est par hypothèse sans erreur. Il n'y a que 4 inconnues: $dx_C, dx_D, dx_{C'}, dx_{D'}$, corrections à apporter à des valeurs provisoires. On pressent que cette solution est bien plus simple. La base $AB = x_B$ ($dx_B = 0$) à amplifier est mesurée avec des fils d'invar.

Mesures angulaires. La méthode aux combinaisons binaires est judicieuse; elle est trop connue pour donner lieu à de longs commentaires.

$$\left. \begin{array}{l} ASB = l_1 + v_1 \quad ASC = l_2 + v_2 \quad ASD = l_3 + v_3 \\ BSC = l_4 + v_4 \quad BSD = l_5 + v_5 \quad CSD = l_6 + v_6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{les } l \text{ sont les mesures} \\ [vv] = \text{minimum} \\ \text{(poids égaux)} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} (l_1 + v_1) - (l_2 + v_2) \quad + (l_4 + v_4) \quad = 0 \\ - (l_1 + v_1) \quad + (l_3 + v_3) \quad - (l_5 + v_5) \quad = 0 \\ + (l_2 + v_2) - (l_3 + v_3) \quad + (l_6 + v_6) = 0 \end{array} \right\} (1)$$

$$+ (l_4 + v_4) - (l_5 + v_5) + (l_6 + v_6) = 0$$

Avec les théodolites modernes c'est un jeu de déterminer des rapports anharmoniques quand on peut même déplacer à volonté l'instrument en passant d'un rapport à un autre.

Formation des birapports

$$\text{Calculons } (abcd) = (ABCD) = \frac{\sin(ca)}{\sin(cb)} : \frac{\sin(da)}{\sin(db)}$$

$$\text{ou } \frac{\sin(l_2 + v_2) \sin(l_5 + v_5)}{\sin(l_4 + v_4) \sin(l_3 + v_3)} = \frac{(\sin l_2 + \Delta_2 v_2) (\sin l_5 + \Delta_5 v_5)}{(\sin(l_4 + \Delta_4 v_4) (\sin l_3 + \Delta_3 v_3))} = \frac{N_1}{D_1}$$

où les $\Delta_1, \Delta_2 \dots$ sont les $\cos l_1, \cos l_2 \dots$. En multipliant les numérateur N_1 et dénominateur D_1 par $(\sin l_4 - \Delta_4 v_4) (\sin l_3 - \Delta_3 v_3)$, on obtient: $D_1 \cong \sin^2 l_4 \times \sin^2 l_3$

$$\text{et } N_1 \cong \sin l_2 \cdot \sin l_5 \cdot \sin l_4 \sin l_3 + \Delta_2 v_2 (\sin l_5 \sin l_4 \sin l_3) + \Delta_5 v_5 (\sin l_2 \sin l_4 \sin l_3) - \Delta_4 v_4 (\sin l_2 \sin l_5 \sin l_3) - \Delta_3 v_3 (\sin l_2 \sin l_5 \sin l_4).$$

Dans la littérature c'est en général la forme logarithmique qui est appliquée. En additionnant les deux premières équations (1) on obtient une équation entre les v_2, v_3, v_4, v_5 . Une de ces 4 valeurs peut être éliminée. Il suffit de calculer les coefficients des v à $1/1000$ près. Si v_5 par exemple est éliminé il reste une forme linéaire en v_2, v_3, v_4 et un terme absolu.

Ces v sont exprimés en mesure circulaire; il faut poser $\Delta = \frac{\cos l}{\rho}$ pour convertir en secondes

$$(ABCD) = \frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{(x_C + dx_C) (x_D - x_B + dx_D)}{(x_C - x_B + dx_C) (x_D + dx_D)} = \frac{N'}{D'}$$

Ici encore on multiplie N' et D' par $(x_C - x_B) - dx_C$ et $(x_D - dx_D)$, ce qui donne $D' \cong (x_C - x_B)^2 (x_D)^2$.

$$N' = (x_C + dx_C) (x_D - x_B + dx_D) (x_C - x_B - dx_C) (x_D - dx_D)$$

$$N' \cong x_C (x_D - x_B) (x_C - x_B) (x_D) + dx_C (\dots) + dx_D (\dots)$$

Comme précédemment pour les v on ne conserve que les termes en dx_C, dx_D à l'exclusion des termes d'ordre supérieur. Dans l'équation:

$$(abcd) = (ABCD)$$

chaque rapport anharmonique tel que $(abcd)$ donne lieu à une équation analogue; pour le réseau amplificateur du général Ibañez on pourrait en avoir six, par exemple, en faisant successivement abstraction des points: (C', D') , (C, D) , (C, C') , (D, D') , (C', D) , (D', C) . Ce système d'équations de condition avec inconnues est un problème qui n'est pas nouveau.

Dans le réseau suisse un petit nombre de côtés se prêterait à une telle solution. Pour de longs côtés on aurait deux points de plus, en tout huit au lieu de six, donc six inconnues au lieu de quatre.

La solution développée ci-dessus comportait, pour les birapports tels que $(abcd)$, six valeurs $v_1, v_2 \dots v_6$ liées par trois équations (1). Cette méthode de mesure par les combinaisons binaires est aussi traitée en posant:

$$ASB = x = x_0 + dx; \quad ASC = y = y_0 + dy, \quad ASD = z = z_0 + dz$$

Il faut distinguer deux cas: le premier simple si, par exemple, on a, comme dans la figure, quatre rapports anharmoniques pour déterminer les abscisses de C, C', D, D' . Les valeurs obtenues pour dx, dy, dz ensuite de compensations aux stations sont considérées comme définitives. Il n'y a plus rien à compenser.

Dans le cas général, déjà traité ci-dessus avec les $(l + v)$, il y aurait une solution aisée mais pas absolument exempte d'arbitraire. Les rapports, tels que $(abcd)$, seraient assimilés à des mesures directes mais en leur attribuant des poids déterminés. Pour calculer le poids d'une fonction $F(x, y, z)$, on forme la différentielle totale: $dF = f_x dx + f_y dy + f_z dz$.

Ici c'est simple; considérons par exemple $(abdc)$ et $x_0 = 45^\circ, y_0 = 90^\circ, z_0 = 135^\circ$:

$$\frac{\sin(da) \sin(cb)}{\sin(db) \sin(ca)} = \frac{\sin(135^\circ + dz) \sin(45^\circ + dy - dx)}{1} = (0,707 - 0,707 dz) (0,707 + 0,707 (dy - dx))$$

Au dénominateur il y avait deux fois $\sin(90^\circ)$ dont la variation est nulle ou négligeable; il reste: $dF = -0,5 dz + 0,5 dy - 0,5 dx$

D'où le système suivant avec des poids faciles à calculer:

poids p_1 $(abcd) + v_1 = (ABCD)$ (dx, dy, dz en radians)

poids p_2 $(d'c'ab) + v_2 = (D'C'AB)$

.....

On connaît des valeurs provisoires x_0, y_0, z_0 et les abscisses (valeurs provisoires). C'est une forme familière; les inconnues sont $dx_C, dx_D, dx_{C'}, dx_{D'}$.

Tels sont quelques aspects des calculs pour l'amplification de bases en faisant application de rapports anharmoniques; il y a là vraiment une

solution qui n'est pas dépourvue d'intérêt et le général Ibañez aurait pu trouver un profit substantiel en l'adoptant. Le théodolite ne donne pas lieu à un centrage; on peut stationner où l'on veut excentriquement sans faire de mesures spéciales. Pour une double infinité de points S un rapport $(abcd) = S(ABCD)$ demeure invariable; bien entendu le poids varie. En définitive, à un réseau à deux dimensions (x, y) , on en substitue un autre à une dimension (x) ; c'est une ponctuelle («Punktreihe»). D'une même station S il suffit de voir 4 points de la ponctuelle.

En Suisse la méthode d'amplification par les rapports anharmoniques aurait pu être appliquée au côté Gurten–Chasseral si la base d'Aarberg coïncidait en direction avec ce côté; il y en a d'autres dans le réseau fondamental (Naye–Dent-du-Midi, Illfurt–Chrischona par exemple).

En ce qui concerne les réseaux électrotéléométriques certains constructeurs d'appareils admettent que, selon les circonstances et comme ordre de grandeur, la précision peut varier entre $\pm D \cdot 10^{-5}$ et $\pm D \cdot 10^{-6}$. Pour un réseau libre cela justifie un minimum de contrôle; les constructeurs eux-mêmes ne sauraient se soustraire à une telle mesure.

Il ne semble pas que les géodésiens aient réalisé les avantages que, dans certains cas, l'application du rapport anharmonique pouvait présenter. Le réseau Ibañez a paru constituer un exemple caractéristique; à certains égards un tel réseau peut encore être considéré comme actuel.

Littérature

- [1] *W. Grossmann*, Grundzüge der Ausgleichsrechnung (Springer, Berlin).
[2] *H. Wolf*, Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Hamburg).

Etude de l'automation dans la mensuration cadastrale

Par A. Bercher,
géomètre à la Direction du cadastre du canton de Vaud

Zusammenfassung

Das Aufkommen mechanischer Mittel (automatisches Koordinatenregistriergerät zum Autographen, elektronische Rechenmaschine, automatischer Koordinatograph mit Zeicheneinrichtung, photomechanische Verfahren für die Beschriftung) kann dazu dienen, die Durchführung der Grundbuchvermessung zu erleichtern. Die Anwendung dieser Mittel stellt Probleme, die wir so zu lösen versucht haben, daß wir eine numerische Versuchsvermessung (Geländeaufnahme nach den klassischen Methoden) durchgeführt haben, in der die Punkte nach ihren Koordinaten bekannt waren. Auf diese Art konnten wir die notwendigen Aufnahme- und Rechenmethoden für den rationellen Einsatz der elektronischen Rechenanlage festlegen, hängen doch die Rechenprobleme direkt von den Aufnahmemethoden ab.

Wir konnten zeigen, daß es heute möglich ist, eine Vermessung mit Hilfe der Automationstechnik zu einem guten Ende zu führen. Damit sind indessen tiefgreifende Umstellungen in der Auffassung über das Ka-