

# Les projections géodésiques conformes à variables dissociées et à pôle déplacé

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **63 (1965)**

Heft 1

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-219971>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## **Wichtige Daten des SVVK im Jahr 1965**

*Samstag, 6. März 1965*

37. Präsidentenkonferenz des SVVK in Olten.

*Samstag, 8. Mai 1965, in Zürich*

Vormittag: Hauptversammlung der Gruppe der Freierwerbenden.

Nachmittag: 62. Hauptversammlung des SVVK.

*25. Mai bis 5. Juni 1965*

XI. Internationaler Geometerkongreß in Rom. – Mitglieder, die am Kongreß teilnehmen wollen und noch keinen Anmeldeschein bestellt haben, melden sich bitte direkt beim Zentralsekretär, Herrn K. Fischer, Bückenweg 20, 4126 Bettingen.

## **Calendrier SSMAF pour 1965**

*Samedi 6 mars 1965*

37<sup>e</sup> Conférence des présidents de la SSMAF à Olten.

*Samedi 8 mai 1965 à Zurich*

Avant-midi: Assemblée générale du Groupe patronal.

Après-midi: 62<sup>e</sup> Assemblée générale de la SSMAF.

*25 mai au 5 juin 1965*

XI<sup>e</sup> Congrès international des Géomètres à Rome. – Les membres intéressés qui n'ont pas encore commandé le bulletin d'inscription voudront bien s'adresser directement au secrétaire central, M. K. Fischer, Bückenweg 20, 4126 Bettingen.

## **Les projections géodésiques conformes à variables dissociées et à pôle déplacé**

*Par A. Ansermet*

### *Résumé*

Le but poursuivi ici consiste à énumérer les divers éléments qui caractérisent la représentation conforme d'un territoire, et cela sans développements mathématiques; pour la Suisse le système à axe neutre et pôle déplacé sur le méridien central présente de grands avantages; l'Institut géodésique de l'EPF a apporté une contribution importante à la solution du problème. La configuration du territoire et son orientation jouent un grand rôle, et il a paru intéressant de faire application des théories de Laborde et G. Darboux qui, mutuellement, sont totalement indépendantes mais ne donnent lieu à aucune contradiction.

Après avoir déterminé le paramètre  $n$  dans le cas particulier de la Suisse, solution théorique mais intéressante, il était opportun de consacrer quelques lignes aux altérations (linéaires, superficielles, courbure) et à certaines propriétés d'invariance; il a été fait allusion aux trois directions caractéristiques en un point (courbures nulle, maxima, indépendante du paramètre  $n$ ).

Quant à la variation générale d'échelle préconisée par certains auteurs, il ne faut pas lui attribuer beaucoup d'intérêt.

### *Zusammenfassung*

Ziel dieses Aufsatzes ist das Aufzeigen der verschiedenen Elemente, welche die winkeltreue Projektion eines Gebietes charakterisieren, ohne dabei von mathematischen Entwicklungen Gebrauch zu machen. Für die Schweiz besitzt das System mit neutraler Achse und verschobenem Pol auf dem Mittelmeridian große Vorteile. Das Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der ETH hat einen wichtigen Beitrag zur Lösung des Problems geliefert.

Form und Orientierung des Gebietes spielen eine große Rolle, und so schien es interessant, sowohl die Theorien von Laborde als auch die von G. Darboux anzuwenden, die dann, obwohl gegenseitig vollständig unabhängig, nicht zu Widersprüchen führten.

Nachdem der Parameter  $n$  im besonderen Fall der Schweiz bestimmt ist, eine zwar theoretische, jedoch interessante Lösung, war es angebracht, einige Zeilen den Verzerrungen für Linien, Flächen und Krümmungen sowie den Eigenschaften der Invarianz mit Hinweisen auf die drei charakteristischen Richtungen in einem Punkt (Krümmungen Null, Maxima, Unabhängigkeit vom Parameter  $n$ ) zu widmen.

Der von gewissen Autoren in den Vordergrund gestellten allgemeinen Änderung des Maßstabes braucht kein besonderes Interesse entgegengebracht zu werden.

---

Le problème des projections fut fréquemment traité dans notre Revue, mais en général sous une forme assez fragmentaire et abstraite; un des buts poursuivis par les lignes qui suivent est de grouper les résultats obtenus à ce jour puis d'apporter une contribution modeste au problème complexe mais encore actuel du choix d'un système de coordonnées pour un territoire donné. Il n'est pas toujours facile de concilier des considérations purement mathématiques avec les nécessités d'ordre géodésique. Cela suscite parfois encore des controverses.

Grâce à l'initiative prise par l'Institut géodésique de l'Ecole Polytechnique Fédérale, les lecteurs savent que la Suisse est dotée d'un système de coordonnées conformes répondant à toutes les exigences; le champ d'application est étendu, dépassant largement les limites du territoire, ce qui permet un rattachement avec les réseaux voisins. Un ensemble de tables, judicieusement conçu se prête au calcul des altérations, des corrections angulaires ou à la corde, etc. Les transformées planes des côtés du réseau sont donc susceptibles d'être calculées facilement.

Une première étape du calcul, pour le géodésien, consiste à choisir entre la représentation directe du sphéroïde dans le plan ou le fractionnement du calcul. Cette seconde solution est trop connue pour qu'il soit opportun de s'y arrêter longuement; la projection a lieu sur une sphère de référence de manière à éliminer les termes de second ordre dans les développements en séries qui expriment les altérations linéaires. Les lignes d'égale déformation, dites aussi isomètres, coïncident en général avec des parallèles; les cônes, ayant comme directrices les parallèles centraux du sphéroïde et de la sphère, ont même apothème. Ces cônes sont

respectivement tangents aux deux surfaces. Le rayon de la sphère est  $R$  et, mathématiquement, on peut poser  $R = 1$ . Le parallèle central est une ligne neutre (altération nulle). Certains auteurs ont suggéré d'inscrire le territoire à représenter dans une isomètre limite (minimum d'altération pour le territoire); les parallèles ne sont plus des isomètres. Cette solution n'a qu'un intérêt théorique.

### *Dissociation des variables, déplacement du pôle*

La première étape, la projection du sphéroïde sur la sphère étant franchie, le vrai problème se pose: le choix d'un système de coordonnées. Une solution consiste à déplacer le pôle sur le méridien central (système suisse); si le territoire est allongé comme forme et orienté, par exemple, suivant un azimut de  $45^\circ$  environ, il faut déplacer le pôle autrement. Sur la sphère c'est possible.

Quant au coefficient d'altération linéaire  $m$ , il prend la forme:

$$m = f(n, x^2, y^2, xy \dots)$$

où  $n$  est un paramètre; le terme en  $xy$  est facile à éliminer de même, éventuellement,  $x^2$  ou  $y^2$ . Le système est alors à axe neutre.

Les géodésiens et mathématiciens qui traitèrent ce problème furent successivement Tchebychef, Tissot, J. Laborde et surtout G. Darboux, qui avait trouvé un peu confuse la théorie de Tissot (voir [5], [6], [7], [8]). La solution magistrale de Darboux consiste à rechercher un minimum pour la valeur moyenne du carré du gradient de  $\log_e m$ ; on sait que  $\log_e m \cong m - 1$  pour un champ limité.

En Suisse on a:  $0 \leq (m-1) \leq 0,000186$  ( $0,000186 \cong 1/5400$ )

ou  $-0,000093 \leq (m-1) \leq +0,000093$

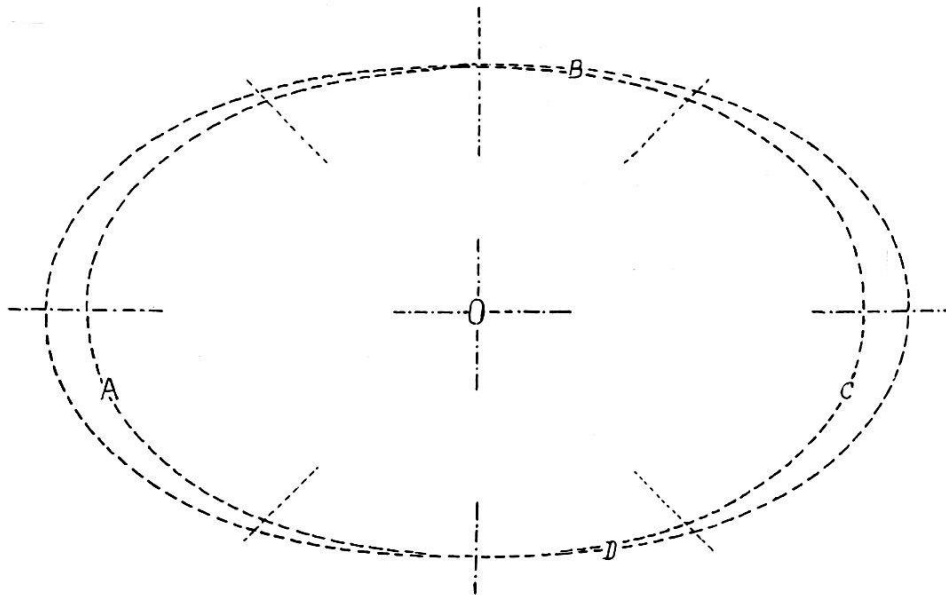
grâce à une modification générale d'échelle; cette éventualité est séduisante, mais l'avantage réalisé est plus apparent que réel.

On verra ci-après une autre solution (voir figure):

$$0 \leq m - 1 \leq 1/8400 \quad \text{pour } |n| \cong 0,44$$

$$m - 1 = \frac{1}{4 R^2} \left\{ (1 \pm n) x^2 + (1 \mp n) y^2 \right\} + \dots \quad (0 \leq |n| \leq 1)$$

Le signe de  $n$  a un caractère conventionnel; les courbes pour lesquelles  $m = \text{constante}$  sont homothétiques (isomètres) pour une valeur déterminée de  $n$ ; par contre si  $m$  qui, pour chaque valeur, donne lieu à une de ces courbes isométriques cesse de varier, tandis que  $n$  varie, on obtient un faisceau linéaire ou ponctuel circonscrit à un carré, toujours pour un champ limité. Dans la figure on a deux isomètres pour  $|n| \cong 0,5$  et  $|n| \cong 0,44$ , ce 0,44 correspondant à la courbe passant par  $A, B, C, D$ ; c'est le cas de la Suisse:  $A$  (Chancy),  $B$  (Bargen),  $C$  (Furkel),  $D$  (Pedriate), mais 4 points ne suffisent pas. L'équation de la paire de droites



$AB$  et  $CD$  est:  $\Gamma = 0$  (produit de 2 équations) celle de la paire  $AD$  et  $BC$ :  $\Gamma' = 0$  et pour le faisceau circonscrit à  $A, B, C, D$  on a:  $\Gamma - k\Gamma' = 0$  (paramètre  $k$ ); le carré inscrit à la conique sera aussi petit que possible. Théoriquement l'auteur de ces lignes se réserve de revenir sur ce problème; pratiquement on procède par voie graphique ou photographique, d'où la valeur  $m - 1 \cong 1/8400$  ci-dessus indiquée. Ici encore, grâce à un changement général d'échelle on aurait  $(m - 1)$  variant entre  $\pm 1/16800$ .

Il y aurait une isomètre neutre ( $m - 1 = 0$ ); ce qui fut dit ci-dessus à ce sujet est encore valable.

Il convient encore de développer certains aspects du problème relatifs aux altérations linéaires, superficielles et de courbure, mentionner des propriétés d'invariance; de plus il faut calculer les transformées planes, les réductions linéaires et angulaires à la corde. Ces questions ne sont pas nouvelles mais furent traitées parfois de façon un peu abstraite.

Sur les bissectrices des axes ( $x^2 = y^2$ ), les altérations linéaires et superficielles sont indépendantes du paramètre  $n$ .

La valeur moyenne de  $m$  pour un côté  $P_1 P_2$  du réseau géodésique est donnée par la formule connue:

$$m_{\text{moyen}} = \frac{1}{6} (m_1 + 4 m_0 + m_2) \quad (m_0 \text{ au milieu de } P_1 P_2)$$

Il en résulte que pour les transformées planes telles que  $OA, OB, OC, OD$  on a la même valeur moyenne:

$$\frac{1}{6} \left( 1 + 4 \left( 1 + \frac{m_A - 1}{4} \right) + m_A \right) = \frac{1}{3} (2 + m_A)$$

$$(m_A = m_B = m_C = m_D).$$

*Altérations superficielles.* Ce problème est, en ce moment, traité excellemment dans la présente Revue pour le cas de la Suisse ( $|n| = 1$ ).

Si  $|n| \cong 0,44$  l'altération en  $A, B, C, D$  est égale à  $2 \times 1/8400 \cong 1/4200$  au lieu de  $1/2700 = 2 \times 1/5400$ .

Pour un cercle de centre  $O$  l'altération totale est indépendante du paramètre  $n$  ([4], p. 179); la surface du territoire suisse (41 300 km<sup>2</sup> environ) équivaut à celle d'un cercle de 115 km de rayon. L'altération totale est donc (voir [4]):

$$\frac{1}{4 R^2} \cdot 115^2 \times 41\,300 \cong 3,3 \text{ km}^2 \text{ au lieu de } 2,58 \text{ km}^2 \text{ ([2], p. 410).}$$

Les appareils modernes d'intégration rendent les calculs beaucoup plus simples; on intègre des quantités telles que:  $x^2 dx \cdot dy = x^2 dF, y^2 dF, xy dF \dots$  comme si on planimétrait une surface. Ce sont des moments d'inertie, centrifuges.

*Altérations de courbure.* En représentation conforme le calcul est assez simple. On applique la formule de Schols, le théorème de Gauss-Bonnet (voir [8]), etc. Les transformées planes des côtés d'un réseau sont, en première approximation, des courbes de 3<sup>e</sup> ordre; si elles sont issues de l'origine  $O$ , leur courbure est nulle en  $O$  (paraboles cubiques). Des abaques à points alignés (voir [6]) facilitent le calcul des réductions angulaires à la corde.

En principe, en un point quelconque, il faut distinguer trois directions caractéristiques: celle pour laquelle la courbure de la transformée plane de la géodésique est nulle (normale à l'isomètre) puis la direction tangente à l'isomètre (maximum de l'altération de courbure); enfin il y a la direction pour laquelle l'altération de courbure est indépendante du paramètre  $n$ . Elle est tangente à l'hyperbole équilatère  $xy = \text{constante}$  en ce point. Ces deux dernières directions peuvent coïncider; il y a contact entre une hyperbole et une isomètre. Pour le côté Feldberg-Lägern la somme des réductions angulaires à la corde (valeurs absolues) varie peu en fonction de  $n$ : 12",4 à 12",6, car  $x_F y_F \cong 4346 \text{ km}^2$  et  $x_L y_L \cong 4307 \text{ km}^2$ . Si on avait  $x_F y_F = x_L y_L$ , il y aurait indépendance de cette somme par rapport à  $n$  (champ limité).

Une dernière question est à élucider: où sont ces points de contact isomètre-hyperbole; la tangente commune coupe les axes des isomètres, respectivement les asymptotes de la courbe  $xy = \text{constante}$  en  $P_x$  et  $P_y$ . Le point de contact est au milieu de  $P_x P_y$ ; cette propriété caractérise les points situés sur les diamètres conjugués égaux des isomètres. Dans le cas étudié pour  $|n| \cong 0,44$ , un de ces diamètres passe par St-Gall, l'autre dans le voisinage de Mesocco, le centre  $O$  étant un peu au nord-ouest de Meiringen.

### Littérature

- [1] *C. F. Baeschlin*, Lehrbuch der Geodäsie (Zürich, Orell Füssli).
- [2] *J. Bolliger*, Die Gesamtflächenverzerrung (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1964, Nr. 10).
- [3] *G. Darboux*, Sur une méthode de Tissot ... (Bulletin sc. mathématiques 1911, p. 55).



- [4] *J. Laborde*, *Traité des projections IV* (Paris, Hermann).
- [5] *A. Ansermet*, A propos de deux invariants ... (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1955, N° 6).
- [6] *A. Ansermet*, Calcul graphique de la déformation (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1956, N° 8).
- [7] *A. Ansermet*, Les projections géodésiques conformes (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1957, N° 6).
- [8] *A. Ansermet*, Application en géodésie des théorèmes ... (Schweiz. Zeitschrift für Vermessung, 1958, N° 4).

## **Remaniement parcellaire et cadastre dans les études de la Fédération internationale des géomètres (FIG)**

*Par R. Solari*

### *Résumé*

Du 7 au 13 juin 1964 s'est réunie, à La Baule (France), la IV<sup>e</sup> Commission de la Fédération internationale des géomètres, qui s'occupe des problèmes de l'organisation technique et juridique du cadastre, ainsi que des remaniements parcellaires dans les Etats membres.

Pour ce qui a trait au remaniement elle a mis à l'étude, depuis deux ans, l'examen des mesures aptes à accélérer les travaux et ceci en considération de la grande importance qu'ils ont en tant que moyens pour améliorer la structure des biens-fonds et en égard aux vastes programmes mis en chantier par beaucoup d'Etats.

La France remanie 400 000 ha par an avec une dépense de 200 millions de francs suisses et l'Allemagne de l'ouest 300 000 ha par an avec une dépense de 500 millions de francs suisses. Dans les deux pays un tiers environ des chemins est durci avec tapis d'asphalte ou béton.

Dans les trois Etats du Benelux le rythme des travaux est presque aussi intense.

Cela contraste avec l'effort trop lent de la Suisse où l'on ne remanie que 12 000 ha par an et il faudra encore 25 à 30 ans pour aménager les 450 000 ha qui restent à remanier.

Dans la session de La Baule la Commission s'est occupée des aspects techniques, économiques-administratifs et juridiques du problème afin de pouvoir présenter des propositions concrètes au prochain congrès qui aura lieu au printemps prochain à Rome.

M. le prof. Gastaldi (France) sera rapporteur pour les aspects techniques, M. le prof. Tanner (Suisse) rapporteur pour les aspects économiques-administratifs et M. le D<sup>r</sup> de Leeuw (Belgique) rapporteur pour les aspects juridiques des R. P.

On a examiné en particulier, pour le premier problème, la possibilité d'accélérer les travaux par l'emploi de l'automatisation déjà appliquée sur large échelle en Allemagne et en Autriche et par la réduction du nombre des classes de taxe.

Pour l'aspect économique-administratif on a souligné la nécessité de prévoir le R. P. comme une opération intégrale qui doit être coordonnée avec les travaux prévus par la planification générale du territoire et de réduire les frais des propriétaires, surtout pour les travaux géométriques et des projets, qui devraient être supportés dans la presque totalité par l'Etat.