Sur le rôle en géodésie des déviations de la verticale

Autor(en): **Ansermet, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Kulturtechnik und Photogrammetrie = Revue technique suisse des mensurations, du génie rural et de la photogrammétrie**

Band (Jahr): **64 (1966)**

Heft 5

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-220757

Sur le rôle en géodésie des déviations de la verticale

par A. Ansermet[1]

Résumé

De grands progrès furent réalisés au cours de ces dernières années pour déterminer les déviations de la verticale. Toutefois, dans des cas spéciaux, en montagne, on veut parfois pousser la précision.

On peut concevoir deux hypothèses; mais il y en a d'autres:

1° Le réseau altimétrique, considéré isolément, ne fournit pas assez d'équations pour déterminer toutes les inconnues y compris les ξ, η.

2° En région montagneuse le réseau doit être très précis pour servir de base, par exemple, à la mensuration d'un long tunnel.

Le problème assez complexe n'est ici qu'introduit.

Zusammenfassung

In den letzten Jahren wurden große Fortschritte bei der Bestimmung von Lotabweichungen gemacht. Insbesondere will man in Spezialfällen, namentlich im Gebirge, die Genauigkeit hochtreiben. Man geht von zwei Hypothesen aus; doch sind weitere möglich:

1. Das Höhennetz, für sich allein betrachtet, gibt nicht genügend Gleichungen, um alle Unbekannten, die ξ und η eingeschlossen, zu bestimmen.

2. Im Hochgebirge muß das Netz sehr genau sein, um als Grundlage dienen zu können. Als Beispiel sei die Absteckung eines langen Tunnels erwähnt.

Auf dieses ziemlich komplizierte Problem wird hier nur hingewiesen.

La détermination des déviations de la verticale, basée sur des mesures altimétriques, est maintenant devenue courante; on a en général de nouvelles inconnues, deux par sommet, qui sont soumises à une compensation en même temps que les variations d'altitudes de ces sommets. Ces variations sont des corrections à apporter à des valeurs provisoires; au point de vue des dimensions il y a une légère complication car les deux composantes ξ, η des déviations de la verticale sont exprimées en secondes ou en radians (mesure circulaire), d'ou: $\xi = \sin\xi$ et $\eta = \sin\eta$, vue la petitesse de ces éléments. La résultante R est telle que $R^2 = \xi^2 + \eta^2$, l'orientation des composantes étant arbitraire; pour le tracé d'un long tunnel l'axe de cet ouvrage donnera la direction des ξ par exemple, cet axe étant l'axe neutre d'un système spécial de coordonnées conformes (voir [4]). C'est une solution pour le problème posé.

Si le réseau altimétrique a relativement peu de côtés et beaucoup de sommets, il peut y avoir trop d'inconnues. Un mode de calcul consiste à compenser simultanément les réseaux planimétrique et altimétrique; c'est un cas envisagé notamment par *J. Holsen* (voir [5]), ce qui conduit à des ellipsoïdes d'erreur.

---

[1] Avec la collaboration du Centre de calcul électronique de l'EPUL.

Equations initiales ou en v. Planimétriquement la forme générale est connue:

$$v = a\,dx + b\,dy + R\sin\varphi \cdot \mathrm{tg}\alpha + f \quad \text{(poids } p\text{)} \tag{1}$$

pour un seul point nouveau dont les variations de coordonnées sont dx, dy. L'inconnue d'orientation éventuelle est, par hypothèse, éliminée, f est le terme absolu, $\mathrm{tg}\alpha$ la pente de la visée ([2], p. 23) et $R\sin\varphi$ la composante de la déviation de la verticale, dite transversale ou normale au plan de visée. Cet élément est en général calculé en fonction des inconnues ξ, η; si $\varphi = 0$ ou $180°$, il n'y a pas de correction à apporter planimétriquement. Il en est de même si l'angle vertical de la visée $\alpha = 0$. L'exemple numérique ci-après rendra le raisonnement encore plus explicite.

Altimétriquement; l'élément $\mathrm{tg}\alpha$ n'intervient pas, et il faut former la composante $R\cos\varphi$; si $\varphi = 90°$ ou $270°$, c'est l'axe de basculement (Kippachse) qui est incliné (maximum). Il n'y a pas de correction altimétrique car, dans le plan de visée, la déviation est nulle.

Les équations aux erreurs ou en v peuvent revêtir trois formes:

1° Tous les éléments du calcul sont exprimés linéairement. Dans l'hypothèse où le coefficient de réfraction est connu on a:

$$v_{ab} = -dH_a + dH_b + \frac{s\cos Az}{\varrho\cos^2\alpha}\,\xi_a + \frac{s\cdot\sin Az}{\varrho\cos^2\alpha}\,\eta_a + f_{ab} \tag{2}$$

([3], p. 241)

où les dH sont les variations d'altitudes cherchées, s la distance horizontale, Az l'azimut du côté par rapport à une direction choisie arbitrairement. Pour la compensation il suffit de calculer les coefficients à $^1/_{1000}$ près (f_{ab} = terme absolu).

2° Les éléments sont exprimés angulairement. On applique un facteur de conversion $\varrho\cos^2\alpha/s$ à l'équation (2), les poids étant aussi modifiés, convertis.

3° Le système d'équations est sans dimensions ([3], p. 319). Ce mode de calcul ne présente ici guère qu'un intérêt théorique.

Application. Elle aura un caractère didactique; considérons un point nouveau P et quatre points connus planimétriquement et altimétriquement, mais ce n'est pas le cas pour les ξ, η (en tout 10 composantes).

P	x dx	y dy
A	0	$+6366^{m}$
B	$+6366^{m}$	0
C	0	-6366^{m}
D	-6366	0

L'unité pour la compensation est le centimètre; $\alpha \cong 26°\,34'$, soit $\mathrm{tg}\alpha \cong 0{,}5$ pour les quatre visées, en valeur absolue. $\varrho\cos^2\alpha/s = 0{,}8$.

Les ξ, η sont respectivement parallèles aux axes de coordonnées; donc seulement une de ces inconnues par équation.

Ci-après les valeurs pour la *planimétrie;* certains signes sont arbitraires. Les équations pour $i = 5, 6, 7, 8$ sont initialement réduites. Ces 8 valeurs pour les composantes expriment que celles-ci sont transversales.

$i =$	visées	dx	dy	ξ_A	η_B	ξ_C	η_D	ξ_P	η_P
1	*AP*	-1		$+0{,}5$					
2	*BP*		$+1$		$+0{,}5$				
3	*CP*	$+1$				$+0{,}5$			
4	*DP*		-1				$+0{,}5$		
5	*PA*	-1						$-0{,}5$	
6	*PB*		$+1$						$-0{,}5$
7	*PC*	$+1$						$+0{,}5$	
8	*PD*		-1						$+0{,}5$

Ci-après les coefficients pour *l'altimétrie.* Il n'y a plus de composantes transversales, c'est-à-dire normales aux plans de visée.

Par hypothèse, tous les poids p_i sont égaux ($i = 1, 2, \ldots 16$); $p_i = 1$ (numériquement), (visées réciproques et simultanées) ([3], p. 240).

Visées	$i =$	$dH_P = dz$	η_A	ξ_B	η_C	ξ_D	ξ_P	η_P	
AP	9	$+0{,}8$	$+1$						*AP*
BP	10	$+0{,}8$		$+1$					*BP*
CP	11	$+0{,}8$			$+1$				*CP*
DP	12	$+0{,}8$				$+1$			*DP*
PA	13	$-0{,}8$						$+1$	*PA*
PB	14	$-0{,}8$					$+1$		*PB*
PC	15	$-0{,}8$						-1	*PC*
PD	16	$-0{,}8$					-1		*PD*

Le coefficient 0,8 est le facteur de conversion $\varrho \cos^2\alpha/s$ ($\alpha = 26° \, 34'$). Les vraies inconnues sont les dx, dy, dz, ξ_P, η_P (point nouveau P).

Matrice symétrique des coefficients des équations normales

dx	dy	dz	ξ_A	η_A	ξ_B	η_B	ξ_C	η_C	ξ_D	η_D	ξ_P	η_P
4	0	0	$-0{,}5$	0	0	0	$+0{,}5$	0	0	0	$+1$	0
	4	0	0	0	0	$+0{,}5$	0	0	0	$-0{,}5$	0	-1
		5,12	0	$+0{,}8$	$+0{,}8$	0	0	$+0{,}8$	$+0{,}8$	0	0	0
			0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				1	0	0	0	0	0	0	0	0
					1	0	0	0	0	0	0	0
						0,25	0	0	0	0	0	0
							0,25	0	0	0	0	0
								1	0	0	0	0
									1	0	0	0
										0,25	0	0
											2,5	0
												2,5

En formant la matrice inverse on obtient les valeurs ci-dessous. Les erreurs moyennes quadratiques sont proportionnelles à $\sqrt{0{,}625} = 0{,}79$ pour dx et dy puis à $\sqrt{0{,}394} = 0{,}63$ pour dz. L'ellipsoïde d'erreur en P a des axes principaux proportionnels à 0,79, 0,79, 0,63. A priori on pouvait dire que cette surface serait de révolution.

Ces éléments permettent de calculer les poids p_i à posteriori; il y aura un contrôle: $[p_i : P_i]_1^{16} = 13$.

Matrice des coefficients de poids des inconnues

0,625	0	0	+1,25	0	0	0	−1,25	0	0	0	−0,25	0
	0,625	0	0	0	0	−1,25	0	0	0	+1,25	0	+0,25
		0,394	0	−0,315	−0,315	0	0	−0,315	−0,315	0	0	0
			6,50	0	0	0	−2,50	0	0	0	−0,50	0
				1,25	+0,25	0	0	+0,25	+0,25	0	0	0
					1,25	0	0	+0,25	+0,25	0	0	0
						6,50	0	0	0	−2,50	0	−0,50
							6,50	0	0	0	+0,50	0
								1,25	+0,25	0	0	0
									1,25	0	0	0
										6,50	0	+0,50
											0,50	0
												0,50

Pour ξ_P et η_P les erreurs quadratiques moyennes sont proportionnelles à $\sqrt{0,50} = 0,707$. Pour les autres ξ, η cela présente peu d'intérêt.

On présume qu'il y a quatre groupes de valeurs: Les poids ne sont pas amplifiés pour $i = 1, 2, 3, 4$ et $i = 9, 10, 11, 12$; ils sont doublés pour $i = 5, 6, 7, 8$ et amplifiés $^4/_3$ fois pour $i = 13, 14, 15, 16$; $[p_i : P_i] = 4 \times 1 + 4 \times 0,5 + 4 \times 1 + 4 \times {}^3/_4 = 4 + 2 + 4 + 3 = 13$.

Exemples:

$$\frac{1}{P_1} = 0,625 + 0,25 \times 6,5 - 1,25 = 1$$

$$\frac{1}{P_5} = 0,625 + 0,25 \times 0,5 - 0,25 = 0,5$$

$$\frac{1}{P_9} = 0,64 \times 0,394 + 1,25 - 1,6 \times 0,315 = 1$$

$$\frac{1}{P_{13}} = 0,64 \times 0,394 + 0,5 = 0,75 = {}^3/_4$$

Ce sont les visées planimétriques et intérieures qui bénéficient le plus de la compensation. Quant aux v ils sont exprimés ici en secondes comme l'a fait la Commission géodésique, ce qui est une solution favorable.

Littérature

[1] *F. Kobold et N. Wunderlin:* Bestimmung von Lotabweichungen ... (Commission géodésique, 1963).

[2] *M. Rosenmund:* Die Bestimmung der Richtung ... des Simplontunnels (Berne 1901).

[3] *A. Wolf:* Methode der kleinsten Quadrate (Hamburg).

[4] *A. Ansermet:* Détermination de l'axe de longs tunnels (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, N° 12, 1965).

[5] *J. Holsen:* Das Fehlerellipsoid (Schweizerische Zeitschrift für Vermessung 1965).