**Zeitschrift:** Mensuration, photogrammétrie, génie rural

**Herausgeber:** Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF))

**Band:** 70-F (1972)

**Heft:** 3

**Artikel:** Lotabweichungen im schweizerischen Triangulationsnetz 1. Ordnung

**Autor:** Elmiger, A.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-225001

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 15.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

DK 528.241:528.331 (494)

# Lotabweichungen im schweizerischen Triangulationsnetz 1. Ordnung

A. Elmiger, Zürich

*Zusammenfassung*

Die Arbeit zeigt die Bestimmung von Lotabweichungen für die Punkte des schweizerischen Triangulationsnetzes 1. Ordnung durch topographisch-isostatische Interpolation. Der Einfluß der Lotabweichungen wird untersucht für die zwei reinen Richtungsnetze

- RETrig-Block CH: schweizerischer Anteil an der europäischen Hauptnetztriangulation
- Landesnetz Schweiz, für die Bedürfnisse der schweizerischen Landesvermessung

*Résumé*

L'auteur démontre le procédé de détermination de déviations de la verticale pour les points du réseau de triangulation suisse de premier ordre par interpolation topographique-isostatique. L'influence des déviations est examinée pour les deux réseaux géométriques

- RETrig Bloc CH: Partie suisse de la triangulation européenne
- Réseau national suisse

*Summary*

The paper shows the determination of deflections of the vertical for the points of the Swiss first order triangulation net by means of topographic-isostatic interpolation. The influence of the deflections is investigated in the two nets (comprising horizontal directions only)

- RETrig Block CH: Swiss part of the European triangulation
- Swiss national net

## 1. Einleitung

Seit langer Zeit hat man sich gefragt, welchen Einfluß die Lotabweichungen auf das Triangulationsnetz eines Gebirgslandes ausüben, erreichen sie hier doch ziemlich hohe Beträge. Da jedoch aus praktischen Gründen nur auf einem kleinen Teil der Triangulationspunkte astronomische Beobachtungen ausgeführt werden können und die indirekte Bestimmung durch Interpolation ohne Computer zu aufwendig ist, mußte man sich bis vor kurzem mit Vermutungen oder Abschätzungen begnügen. Heute liegen für alle Punkte 1. Ordnung der Schweiz beobachtete oder interpolierte Lotabweichungen vor, und im folgenden soll die alte Frage für das Netz 1. Ordnung der Schweiz beantwortet werden.

Gegenstand der Untersuchung ist zunächst die Bestimmung der Lotabweichungen durch Interpolation für alle Punkte 1. Ordnung, auf denen keine astronomischen Beobachtungen gemacht wurden, was für 38 von 65 Punkten der Fall ist. Benützt wird ein topographisch-isostatisches Interpolationsverfahren, welches in [1] beschrieben ist. Hierbei werden für alle verwendeten Punkte – Stützpunkte und Interpolationspunkte – Lotabweichungen aus Massen benötigt, welche aus mittleren Höhen der Topographie berechnet werden. Der eigentliche Interpolationsvorgang erfolgt auf der Stufe der reduzierten Lotabweichungen, womit die Differenzen beobachtete minus aus Massen gerechnete Lotabweichungen gemeint sind. Liegen dann Lotabweichungen für alle Stationen vor, so wird ihr Einfluß auf die Richtungen des untersuchten Netzes eingeführt, und es wird die Auswirkung auf das Netz gezeigt. Die Untersuchung beschränkt sich auf reine, zwangsfreie Richtungsnetze; nicht berücksichtigt sind gemessene Distanzen und Laplace-Azimute.

## 2. Untersuchtes Triangulationsnetz

Beilage 1 zeigt das untersuchte Triangulationsnetz 1. Ordnung der Schweiz. Besonders gekennzeichnet sind die beiden untersuchten Teilnetze,

a) *RETrig-Block CH:* schweizerischer Anteil am europäischen Triangulationsnetz, bestehend aus 52 Punkten;
b) *Landesnetz Schweiz:* gesamtes Triangulationsnetz 1. Ordnung der Schweiz mit Punkten im benachbarten Ausland, 62 Punkte enthaltend.

Beiden Netzen, die sich zum größten Teil überdecken, sind 49 Punkte gemeinsam; 3 Punkte im Elsaß sind nur im RETrig-Block CH enthalten, während 13 Punkte in der Westschweiz nur dem Landesnetz angehören. Die Gesamtzahl aller betrachteten Punkte ist 65.

Die verwendeten Richtungen wurden aus [6] und [7] übernommen. Sie beziehen sich auf die schweizerische Projektionsebene, enthalten also die ellipsoidischen Reduktionen (Höhe Zielpunkt beziehungsweise Torsionskorrektur, Übergang Normalschnitt–geodätische Linie) und Projektionskorrekturen.

## 3. Lotabweichungen

### *3.1 Allgemeines*

*a) Definitionen*

Wie üblich sind «Lotabweichungen» als Zenitabweichungen zu verstehen, das heißt als Abweichungen der physikalischen Zenitrichtung von der Normalen zum verwendeten Referenzellipsoid, ausgedrückt in zwei Komponenten:

Xi: pos.: Abweichung nach Nord
Eta: pos.: Abweichung nach Ost
Einheiten: alte Sekunden (sexagesimal)

*b) Referenzsysteme*

- System RE 50: internationales Ellipsoid (Hayford), europäisches Datum 1950, verwendet für die europäische Netzausgleichung (RETrig).
- Schweizerisches Bezugssystem: Bessel-Ellipsoid in konventioneller Lagerung; siehe [2].
- Der Übergang vom schweizerischen ins europäische System wurde mit Hilfe eines provisorischen Graphikons der Eidgenössischen Landestopographie durchgeführt,

welches auf dem Vergleich von Koordinaten entsprechender Punkte in beiden Systemen beruht. Es wurde so angewendet, daß sich eine Genauigkeit des Übergangs von ca. $\pm 0''1$ ergibt, was in Anbetracht der Unsicherheit der transformierten Lotabweichungen genügt.

Alle Lotabweichungen, auch die im schweizerischen Landesnetz eingeführten, beziehen sich auf das System RE 50.

*c) Methode der Lotabweichungsinterpolation*

Zum besseren Verständnis des weiteren Vorgehens sei sie kurz zusammengefaßt:

Zunächst rechnet man für alle Stützpunkte mit bekannten, astronomisch bestimmten Lotabweichungen und für alle Neupunkte, deren Lotabweichungen zu interpolieren sind, auf Grund mittlerer Höhen Lotabweichungen aus Massen. Substrahiert man diese Werte von den gegebenen Lotabweichungen, so ergeben sich reduzierte Lotabweichungen in den Stützpunkten. Durch Interpolation bestimmt man in einem Neupunkt entsprechende reduzierte Lotabweichungen, welche, addiert zu den entsprechenden Lotabweichungen aus Massen, die gesuchten interpolierten Lotabweichungen im Neupunkt ergeben.

Der Interpolationsvorgang kann graphisch (jede Komponente für sich) oder analytisch erfolgen. Wir wenden hier das in [1] beschriebene analytische Verfahren an, welches beide Komponenten gleichzeitig liefert und implizit ihre gegenseitige Korrelation berücksichtigt. Es benützt ein funktionales Modell – im Gegensatz zu den oft verwendeten statistischen Modellen, siehe zum Beispiel [4, 5] –, das heißt es wird nach der physikalischen beziehungsweise geometrischen Bedeutung der verwendeten Stützwerte (reduzierte Lotabweichungen) gefragt. Diese können, von kleinen Vernachlässigungen abgesehen, als Lotabweichungen eines Cogeoides aufgefaßt werden, das als Niveaufläche entsteht, nachdem eine Regularisierung – entsprechend dem verwendeten Isostasiemodell – durchgeführt ist. (Hierbei werden die über dem Geoid gelegenen topographischen Massen entfernt und senkrecht unter das Geoid verschoben, wo sie zur Kompensation des nach Modell dort vorhandenen Massendefizits verwendet werden.)

Zur Approximation der Cogeoidhöhen über dem Referenzellipsoid dienen zweidimensionale Polynome (einerseits gewöhnliche und anderseits trigonometrische Polynome beziehungsweise Fourierreihen), deren unbekannte Koeffizienten durch vermittelnde Ausgleichung bestimmt werden. Die interpolierten Lotabweichungen erhält man durch partielle Ableitung des Polynoms in den beiden Koordinatenrichtungen. Sie sind also Funktionen der ausgeglichenen Parameter, und es lassen sich damit auch mittlere Fehler und Fehlerellipsen für sie angeben.

Die gleichzeitig mitbestimmten Cogeoidhöhen sind geophysikalisch interessant, aber in diesem Zusammenhang nicht nötig.

Die Rechnung erfolgte mit dem Programm LAINT des Verfassers.

*3.2 Astronomische Lotabweichungen*

Von den 65 betrachteten Stationen 1. Ordnung sind auf 27 Stationen beide Lotabweichungskomponenten mit teilweise sehr unterschiedlicher Genauigkeit (Azimute) beobachtet worden. Auf einer Station (Gridone) liegt nur die Breitenkomponente vor. Die Werte sind in [2] zusammengestellt. Die Lotabweichungen der Punkte Feldberg und Belchen stammen aus [5], die des Punktes Mottarone wurden aus Angaben des IGM in Florenz berechnet.

Als Stützpunkte für das Interpolationsverfahren werden jedoch nicht nur Punkte 1. Ordnung, sondern alle verfügbaren astronomischen Stationen beigezogen, soweit auch entsprechende Lotabweichungen aus Massen vorliegen. Zu den in [2] zusammengestellten Werten kommen alle seither beobachteten Stationen. Eine Anzahl französischer astronomischer Stationen entlang der Grenze konnten leider noch nicht benutzt werden, weil mittlere Höhen beziehungsweise Lotabweichungen aus Massen zurzeit noch nicht vorhanden sind.

*3.3 Lotabweichungen aus Massen*

*a) Methode der Berechnung*

Methode und Formeln sind in [1] dargestellt. Es sei nur erwähnt, daß das Isostasiemodell von Pratt-Hayford benützt wird. Ferner nimmt man eine homogene Dichteverteilung der Massen über dem Geoid an.

*b) Mittlere Höhen der Schweiz*

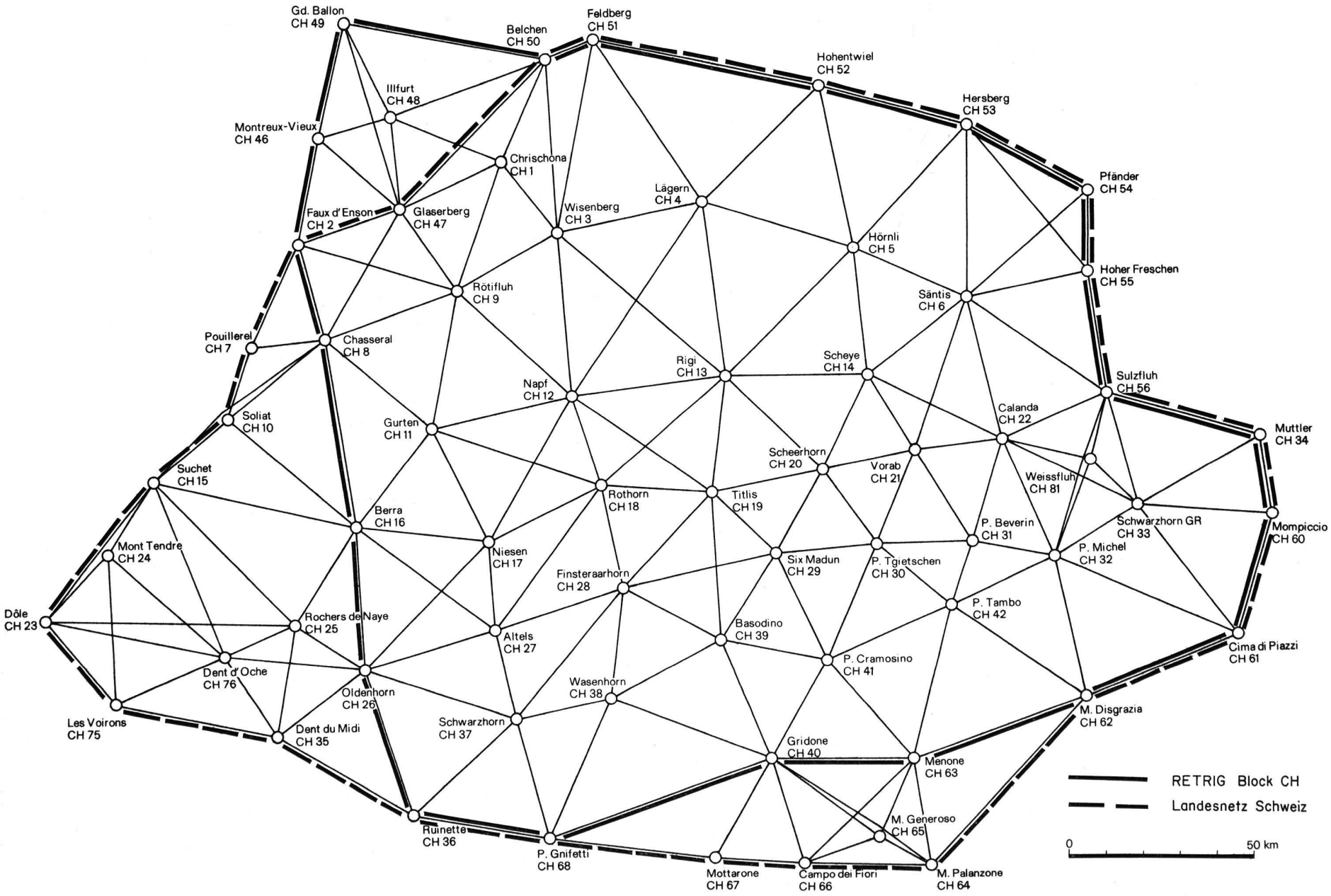
Das Einzugsgebiet der mittleren Höhen ist in 2a dargestellt. Grundlage ist ein quadratisches Gitternetz von 500 m Maschenweite auf der Basis des ebenen Landeskoordinatensystems. Die 500-m-Zone (eine mittlere Höhe pro 500-m-Quadrat) überdeckt die ganze Schweiz und alle Stationen 1. Ordnung (ausgenommen die 3 Stationen im Elsaß, die nur zum RETrig-Block CH gehören). Das Einzugsgebiet geht um mindestens 20 km über die äußersten Stationen hinaus. Diese 500-m-Koten beziehen sich auf die feste Erdoberfläche: bei Seen ist der Grund, bei Gletschern die Oberfläche gemeint. Außerhalb der 500-m-Zone wird nur eine Kote pro 10-km-Block angegeben. Diese 10-km-Zone geht über die äußersten Stationen 1. Ordnung (Feldberg, M. Palanzone, La Dôle, Mompiccio) um 70 km hinaus. Da die Grenze auf allen vier Seiten geradlinig gezogen wurde, ergibt sich das äußere Rechteck von Beilage 2a als Rand des Einzugsgebietes. Die Daten liegen in Form von Lochkarten vor und sind zudem auf einem Magnetband gespeichert.

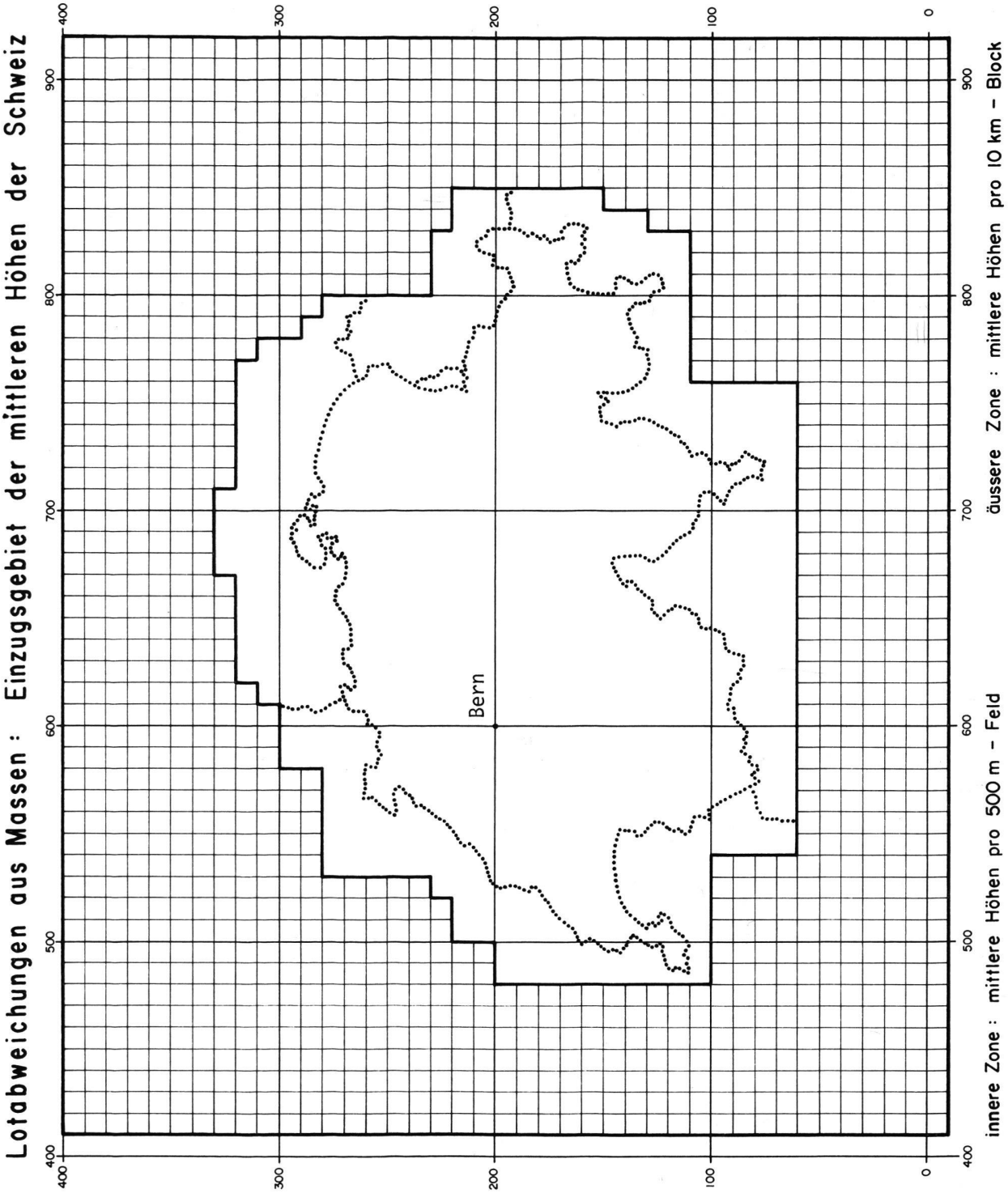
*c) Mittlere Höhen der Stationsumgebungen*

Da die Massen der nächsten Umgebung eine besonders starke Anziehung auf die Lotrichtung ausüben, müssen die Höhen der Stationsumgebung durch ein feineres Raster erfaßt werden. Für jede Station, die als Stützpunkt oder Interpolationspunkt benutzt werden soll, sind daher zusätzliche mittlere Höhen von 100-m-Quadraten für ein Gebiet von 1500 m $\times$ 1500 m erforderlich. In der unmittelbaren Stationsumgebung, gebildet aus den innersten $3 \times 3$/100-m-Feldern, erhält man eine noch feinere Unterteilung durch Bildung von 50-m-Quadraten, deren Höhen rechnerisch (durch das Programm) interpoliert werden.

*d) Computerprogramm*

Das Programm LASRM, «Lotabweichungen und Schwerereduktionen aus Massen», in Algol 60 vom Verfasser für den Computer CDC 1604-A entwickelt, wurde im wesentlichen unverändert auf das gegenwärtig an der ETH Zürich installierte Computersystem CDC 6400/6500 umgeschrieben.


Gd. Ballon CH 49
Belchen CH 50
Feldberg CH 51
Hohentwiel CH 52
Hersberg CH 53
Pfänder CH 54
Hoher Freschen CH 55
Sulzfluh CH 56
Muttler CH 34
Mompiccio CH 60
Cima di Piazzi CH 61
M. Disgrazia CH 62
Menone CH 63
M. Palanzone CH 64
M. Generoso CH 65
Campo dei Fiori CH 66
Mottarone CH 67
P. Gnifetti CH 68
Ruinette CH 36
Les Voirons CH 75
Dent du Midi CH 35
Schwarzhorn CH 37
Oldenhorn CH 26
Dent d'Oche CH 76
Wasenhorn CH 38
Gridone CH 40
P. Cramosino CH 41
Dôle CH 23
Rochers de Naye CH 25
Altels CH 27
Basodino CH 39
Mont Tendre CH 24
Niesen CH 17
Finsteraarhorn CH 28
Six Madun CH 29
P. Tgietschen CH 30
P. Tambo CH 42
Suchet CH 15
Berra CH 16
Rothorn CH 18
Titlis CH 19
P. Beverin CH 31
P. Michel CH 32
Schwarzhorn GR CH 33
Soliat CH 10
Gurten CH 11
Scheerhorn CH 20
Vorab CH 21
Weissfluh CH 81
Pouillerel CH 7
Chasseral CH 8
Napf CH 12
Rigi CH 13
Scheye CH 14
Calanda CH 22
Rötifluh CH 9
Säntis CH 6
Faux d'Enson CH 2
Glaserberg CH 47
Wisenberg CH 3
Lägern CH 4
Hörnli CH 5
Montreux-Vieux CH 46
Illfurt CH 48
Chrischona CH 1
RETRIG Block CH
Landesnetz Schweiz
0
50 km


Lotabweichungen aus Massen : Einzugsgebiet der mittleren Höhen der Schweiz
400
300
200
100
0
900
800
700
600
500
400
Bern
äussere Zone : mittlere Höhen pro 10 km - Block
innere Zone : mittlere Höhen pro 500 m - Feld

**Resultate: Lotabweichungen und Schwerereduktionen aus Massen** Einheiten: alte Sekunden/mgal

Beilage 2b

| Station | Nr. | Y | X | H | Stationsumgebung XI | Stationsumgebung ETA | Stationsumgebung Mgal | Bis Q1KRIT XI | Bis Q1KRIT ETA | Bis Q1KRIT Mgal | Bis Q2KRIT XI | Bis Q2KRIT ETA | Bis Q2KRIT Mgal ohne Zone | Bis Q2KRIT Mgal mit < 100 M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P. Gnifetti | 68 | 634010 | 86266 | 4556 | −.93 | .92 | 19.17 | −6.80 | 18.09 | 94.62 | −12.38 | 24.79 | 113.60 | 115.42 |
| | | | | 0 | .17 | −2.67 | 71.42 | −4.51 | 9.05 | 300.34 | −9.85 | 15.46 | 308.47 | 318.69 |
| | | | | | 1.09 | −3.59 | | 2.29 | −9.03 | | 2.53 | −9.33 | | |
| Schwarzhorn GR | 33 | 791280 | 179112 | 3146 | −.80 | .11 | 16.55 | 3.32 | −3.63 | 43.80 | 5.67 | −6.85 | 46.84 | 48.36 |
| | | | | 0 | −1.50 | .32 | 66.68 | 2.55 | −2.00 | 241.91 | 4.80 | −5.09 | 250.17 | 262.27 |
| | | | | | −.71 | .21 | | −.77 | 1.63 | | −.86 | 1.76 | | |
| Piz Michel | 32 | 769112 | 164934 | 3159 | −.27 | −.97 | 19.25 | 3.15 | −9.99 | 69.12 | 5.35 | −12.00 | 72.75 | 74.99 |
| | | | | 0 | 1.99 | −1.47 | 67.15 | 4.32 | −7.56 | 215.27 | 6.43 | −9.46 | 223.83 | 234.01 |
| | | | | | 2.26 | −.49 | | 1.17 | 2.44 | | 1.09 | 2.53 | | |
| Piz Beverin | 31 | 746903 | 168600 | 2997 | .59 | .36 | 15.87 | 11.75 | 3.05 | 62.08 | 13.45 | 3.42 | 65.21 | 66.39 |
| | | | | 0 | −1.49 | 1.63 | 64.68 | 7.78 | 2.89 | 203.37 | 9.41 | 3.28 | 210.59 | 222.79 |
| | | | | | −2.08 | 1.2 | | −3.97 | −.17 | | −4.04 | −.13 | | |
| Piz Tgietschen | 30 | 721127 | 167305 | 2857 | .51 | −.90 | 11.85 | 2.16 | .14 | 36.09 | 4.33 | .62 | 39.10 | 39.86 |
| | | | | 0 | .59 | −1.33 | 65.74 | 2.37 | .62 | 221.05 | 4.49 | 1.09 | 227.50 | 239.52 |
| | | | | | .09 | −.43 | | .21 | .48 | | .16 | .47 | | |
| Six Madun | 29 | 693826 | 164204 | 2928 | −1.14 | −.37 | 11.13 | 1.35 | −2.85 | 38.22 | 1.90 | −2.35 | 41.81 | 44.87 |
| | | | | 0 | −.50 | .82 | 66.36 | 2.41 | −.93 | 222.05 | 2.92 | −.46 | 229.84 | 241.88 |
| | | | | | .64 | 1.19 | | 1.06 | 1.92 | | 1.03 | 1.89 | | |
| M. Disgrazia | 62 | 778122 | 126839 | 3678 | 1.43 | −1.66 | 21.48 | −8.64 | −.74 | 85.36 | −12.87 | −2.91 | 94.23 | 97.50 |
| | | | | 0 | .98 | −1.38 | 70.38 | −9.91 | .31 | 245.13 | −13.92 | −1.76 | 251.33 | 261.52 |
| | | | | | −.45 | .28 | | −1.27 | 1.06 | | −1.05 | 1.15 | | |
| Pizzo Menone | 63 | 731865 | 109442 | 2245 | 1.56 | .76 | 13.12 | −4.03 | 1.54 | 45.25 | −11.84 | −1.36 | 48.52 | 49.60 |
| | | | | 0 | 2.02 | 1.13 | 61.98 | −4.16 | 1.63 | 154.78 | −11.77 | −1.20 | 157.99 | 168.00 |
| | | | | | .46 | .37 | | −.12 | .09 | | .07 | .16 | | |
| Monte Palanzuolo | 64 | 736923 | 80486 | 1436 | 1.18 | .69 | 8.30 | −5.29 | −.72 | 28.69 | −11.21 | −2.94 | 30.34 | 31.23 |
| | | | | 0 | 2.12 | 1.54 | 49.11 | −4.31 | −.64 | 93.68 | −10.14 | −2.82 | 94.95 | 106.72 |
| | | | | | .95 | .85 | | .98 | .08 | | 1.08 | .12 | | |
| Cima di Piazzi | 61 | 818789 | 144591 | 3439 | .06 | .16 | 15.43 | 1.53 | 2.82 | 65.91 | −2.32 | 3.93 | 70.30 | 73.08 |
| | | | | 0 | −1.75 | .42 | 67.51 | .17 | 2.49 | 235.80 | −3.54 | 3.57 | 244.78 | 256.98 |
| | | | | | −1.81 | .26 | | −1.35 | −.32 | | −1.22 | −.36 | | |
| Mompiccio | 60 | 827621 | 177409 | 3162 | 1.52 | −.41 | 12 13 | −2.16 | 5.28 | 38.61 | −.75 | 6.78 | 40.93 | 42.29 |
| | | | | 0 | 1.73 | −1.38 | 65.36 | −2.44 | 2.77 | 238.77 | −1.05 | 4.24 | 248.45 | 260.55 |
| | | | | | .21 | −.97 | | −.28 | −2.51 | | −.30 | −2.54 | | |
| Tambohorn | 42 | 741521 | 151124 | 3274 | −.95 | −1.94 | 16.12 | .38 | .03 | 61.57 | −2.08 | −2.02 | 67.08 | 68.92 |
| | | | | 0 | −1.32 | −2.48 | 67.32 | −.27 | 1.23 | 231.50 | −2.64 | −.76 | 237.63 | 247.85 |
| | | | | | −.37 | −.54 | | −.65 | 1.19 | | −.56 | 1.27 | | |

500-m-Felder bis Q1KRIT = 20 km; 10-km-Felder (Einzugsgebiet) bis Q2KRIT = 70 km; Formelwahlparameter: 0.20/0.20; Isostasie: Pratt-Hayford; Ausgleichstiefe: 120 km; Lotkrümmungen: Ja; Konstanten: Dichte 2.65; Schwere 9.8067; Grav. Konstante 6.67 * $10^{-8}$

Für die Durchführung der Berechnungen wurden folgende Parameter gewählt:

- 500-m-Zone bis 20 km Radius um jede Station
- 10-km-Zone bis 70 km Radius
- Ausgleichstiefe 120 km

Durch Anpassung dieser drei Parameter an die Verhältnisse der früheren Berechnungsmethode, wo mit Sektoren-Zoneneinteilung und von Hand gearbeitet wurde, ist ein Vergleich der Resultate beider Methoden möglich.

Ferner:
- Mittlere Dichte 2.65
- Formelwahl-Parameter 0.2/0.2
- Interpolation der Höhen der innersten Zone (3 × 3 Felder)

Das Programm liefert gleichzeitig topographische Schwerereduktionen, die hier nicht benützt werden.
In Beilage 2b sind für ein paar zu interpolierende Punkte die Resultate der Lotabweichungsberechnung aus Massen dargestellt: Outputteil des Programms LASRM. Die Tabelle enthält ferner topographische Schwerereduktionen, die in diesem Zusammenhang nicht verwendet werden, und Lotkrümmungen, das heißt Differenzen der Lotabweichungen im Oberflächenpunkt und entsprechenden Geoidpunkt, welche Beträge über 9″ beziehungsweise 27$^{cc}$ erreichen.

### *3.4 Reduzierte Lotabweichungen*

Die Differenzen «beobachtete minus aus Massen berechneten Lotabweichungen», die sogenannten reduzierten Lotabweichungen, bilden die Stützwerte für die anschließende Interpolation. Diese Stützwerte wurden mit mittleren Fehlern a priori – aus denen sich die Gewichte ergeben – versehen, die hauptsächlich von der Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen abhängen; kritisch sind besonders Eta-Komponenten aus Azimuten.
Die mittleren Fehler a priori, die zum Teil aus [1] übernommen und im übrigen analog angesetzt sind, variieren von ±0″.4 bis ±1″.5; Stützwerte und mittlere Fehler a priori sind aufgeführt in Beilage 3a, mit den Ergebnissen der im folgenden beschriebenen Interpolation.

### *3.5 Interpolation von Lotabweichungen*

Wie erwähnt, erfolgt diese flächenhaft auf der Stufe der reduzierten Lotabweichungen und für beide Komponenten gemeinsam. Sie berücksichtigt implizit, das heißt über die übergeordnete Niveauflächenfunktion, die Korrelation der beiden Komponenten.

#### *1. Abgrenzung des Interpolationsgebietes*

Da in den reduzierten Lotabweichungen, neben Systemfehlern, insbesondere geophysikalische Einflüsse enthalten

**Lotabweichungsinterpolation** — Beilage 3a-1

| Funktion für Cogeoid: | P7: Gew. Polynom Grad 7 | | F2: Fourier-Reihe Ordnung 2 | |
|---|---|---|---|---|
| | Beobachtungen $n$ | 186 | Beobachtungen $n$ | 186 |
| | Unbekannte $u$ | 35 | Unbekannte $u$ | 35 |
| | Überbestimmung $n-u$ | 151 | Überbestimmung $n-u$ | 151 |
| | Summe PVV | 276.61 | Summe PVV | 293.81 |
| | Mittlere Fehler-Gewichtseinheit | | Mittlere Fehler-Gewichtseinheit | |
| | A priori | .40 | A priori | .40 |
| | Berechnet ($n-u$) | 1.35 | Berechnet ($n-u$) | 1.39 |
| | Berechnet ($n$) | 1.22 | Berechnet ($n$) | 1.26 |
| | Verwendet | 1.35 | Verwendet | 1.39 |

| Stützpunkte | XI ETA Geg. | XI ETA Ber. | V | m XI m ETA Vor | m XI m ETA Nach | XI ETA Geg. | XI ETA Ber. | V | m XI m ETA Vor | m XI m ETA Nach |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 Basodino | 1.3 | 2.3 | 1.0 | .5 | .4 | 1.3 | 2.8 | 1.5 | .5 | .4 |
| | −1.7 | −,3 | 1.4 | .5 | .5 | −1.7 | −.4 | 1.3 | .5 | .4 |
| 2 Berra | −1.7 | −4.2 | −2.5 | .6 | .6 | −1.7 | −3.6 | −1.9 | .6 | .7 |
| | −.4 | .3 | .7 | 1.0 | .7 | −.4 | .2 | .6 | 1.0 | .6 |
| 3 Campo dei Fiori | −16.3 | −16.8 | −.5 | .4 | .9 | −16.3 | −15.4 | .9 | .4 | .8 |
| | 6.8 | 6.9 | .1 | .4 | .7 | 6.8 | 7.0 | .2 | .4 | .8 |
| 4 Chasseral | −7.6 | −7.0 | .6 | .6 | .7 | −7.6 | −7.3 | .3 | .6 | .8 |
| | 3.2 | .7 | −2.5 | 1.5 | .8 | 3.2 | 1.4 | −1.8 | 1.5 | .8 |
| 5 Dôle | −6.0 | −5.6 | .4 | .4 | 1.3 | −6.0 | −6.0 | −.0 | .4 | 1.3 |
| | .6 | .7 | .1 | .4 | 1.3 | .6 | .6 | .0 | .4 | 1.2 |
| 6 M. Generoso | −13.0 | −12.6 | .4 | .4 | .9 | −13.0 | −13.5 | −.5 | .4 | .8 |
| | 1.8 | 4.6 | 2.8 | .4 | .8 | 1.8 | 3.2 | 1.4 | .4 | 1.0 |
| 7 Gurten | −4.6 | −4.7 | −.1 | .4 | .6 | −4.6 | −4.5 | .1 | .4 | .6 |
| | 1.2 | .4 | −.8 | .4 | .6 | 1.2 | .4 | −.8 | .4 | .6 |
| 8 Hersberg | −6.5 | −6.7 | −.2 | .5 | 1.3 | −6.5 | −6.8 | −.3 | .5 | 1.4 |
| | .0 | −.1 | −.1 | .5 | .9 | .0 | .2 | .2 | .5 | 1.1 |
| 9 Hörnli | −7.5 | −6.8 | .7 | .4 | .6 | −7.5 | −5.7 | 1.8 | .4 | .6 |
| | −.4 | .7 | 1.1 | .4 | .6 | −.4 | 1.2 | 1.6 | .4 | .5 |
| 10 Hohentwiel | −10.4 | −9.6 | .8 | .5 | 1.0 | −10.4 | −11.7 | −1.3 | .5 | 1.0 |
| | 2.1 | 3.7 | 1.6 | .5 | .9 | 2.1 | 3.3 | 1.2 | .5 | 1.0 |
| 11 Lägern | −8.8 | −9.2 | −.4 | .6 | .7 | −8.8 | −8.1 | .7 | .6 | .7 |
| | 3.2 | 2.9 | −.3 | 1.0 | .7 | 3.2 | 2.7 | −.5 | 1.0 | .8 |
| 12 Mottarone | −14.4 | −12.2 | 2.2 | .5 | 1.1 | −14.4 | −9.2 | 5.2 | .5 | 1.0 |
| | 10.1 | 5.3 | −4.8 | .5 | .7 | 10.1 | 6.8 | −3.3 | .5 | .8 |

sind, interpoliert man mit Vorteil über geologisch etwas einheitlichen Gebieten.

a) In einem ersten Versuch wurde daher über folgenden Gebieten separat interpoliert:

- Jura
- Alpen West
- Alpen Ost
- Tessin

Im Tessin, westlich von Locarno, liegt bekanntlich eine größere, unter dem Namen Ivreazone bekannte Störzone, wo jedes Interpolationsverfahren unsichere Ergebnisse liefert, besonders wenn die Stützpunkte, wie im vorliegenden Fall, ungünstig liegen und ungleichmäßig verteilt sind.

b) In einem zweiten Versuch wurde über die ganze Schweiz interpoliert unter Benützung aller vorhandenen Stützwerte. Bekanntlich ist jede Interpolation am Rand etwas unsicherer als in der Mitte des Gebietes. Man gewinnt also bei diesem Vorgehen etwas an Sicherheit, indem man innere Randzonen vermeidet; anderseits ist die Anpassung der Approximationsfunktion an die lokalen Verhältnisse etwas geringer.

Für beide Versuche wurde der Grad der Approximationsfunktion variiert bis zum nicht immer eindeutig bestimmbaren Optimum. Die Ergebnisse beider Verfahren unterscheiden sich nicht wesentlich, und aus Gründen der Eindeutigkeit und Einfachheit der Darstellung wird im folgenden der zweite Weg – pauschale Interpolation über das ganze Gebiet – dargestellt.

### 2. *Durchführung der Interpolation*

#### *a) Stützpunkte*

Um eine möglichst gleichmäßige Verteilung zu erhalten, wurden alle verfügbaren Stützpunkte (astronomische Stationen, auf denen auch Lotabweichungen aus Massen berechnet sind), auch unzuverlässige, verwendet, ausgenommen im Berner Oberland, wo die astronomischen Punkte sehr dicht liegen: Hier beschränkte man sich mit einer Auswahl. Als Stützpunkte dienten ferner einzelne Punkte aus den schweizerischen Geoidprofilen. Das Ergebnis ist eine brauchbare, wenn auch nicht ganz ideale Stützpunktverteilung: Total 105 Stützpunkte mit 186 Stützwerten, nämlich 81 Punkte mit 2 Komponenten und 24 Punkte mit nur einer Komponente. In Beilage 3a1, welche einen Teil des komprimierten Outputs des Programms LAINT darstellt, sind die ersten 12 Stützpunkte aufgeführt.

Hieraus werden 34 Punkte – beide Komponenten gemeinsam – durch Interpolation in einem Guß bestimmt.

#### *b) Interpolationsfunktionen*

Eine brauchbare Approximation des Cogeoides und der reduzierten Lotabweichungen erfordert – in Anbetracht der Gebietsausdehnung, der Topographie, des Verlaufs der Stützwerte und bei Einschluß der Störzone Tessin – ein Polynom von mindestens etwa Grad 6 beziehungsweise eine Fourierreihe von Ordnung 2. Der optimale Grad (Kriterien: minimaler Gewichtseinheitsfehler, genügend Überbestimmung, Grad möglichst klein) ist nicht ganz eindeutig bestimmbar, liegt aber etwa bei sieben. Verwendet wurden daher, auch wegen der hier gleichen Zahl von Unbekannten, folgende Funktionen für die Approximation der Cogeoidhöhen:

- P7: Polynom, Grad 7; Anz. unbek. Koeff.: 35;
- F2: Fourierreihe, Ordnung 2; Anz. unbek. Koeff.: 35;

**Interpolierte Punkte** Beilage 3a-2

| Station | | XI P7 ETA | m XI m ETA | XI F2 ETA | m XI m ETA |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Chrischona | −10.9 | 1.2 | −9.5 | .9 |
| | | 1.2 | .7 | .7 | .8 |
| 2 | Glaserberg | −9.3 | 1.0 | −8.2 | .9 |
| | | −.1 | .8 | −.1 | .9 |
| 3 | Faux d'Enson | −7.8 | 1.2 | −6.2 | 1.5 |
| | | .7 | 1.2 | −.4 | 1.3 |
| 4 | Pouillerel | −7.2 | 1.0 | −6.6 | 1.2 |
| | | 2.3 | 1.1 | 1.6 | 1.4 |
| 5 | Le Soliat | −5.3 | .8 | −5.9 | 1.0 |
| | | 2.3 | 1.2 | 2.3 | 1.4 |
| 6 | Montendre | −4.2 | 1.1 | −4.7 | 1.7 |
| | | 3.5 | 1.6 | 3.2 | 1.1 |
| 7 | Les Voirons | −6.6 | 1.4 | −6.3 | 1.4 |
| | | 2.6 | 1.9 | 1.2 | 1.3 |
| 8 | Dent d'Oche | −5.0 | 1.1 | −4.3 | 1.2 |
| | | 2.3 | 1.3 | 2.0 | .8 |
| 9 | Dent du Midi | −4.1 | 1.2 | −6.0 | 1.2 |
| | | −.4 | 1.1 | .3 | .9 |
| 10 | Oldenhorn | −3.2 | .8 | −3.8 | .9 |
| | | −1.4 | .7 | −.5 | .7 |
| 11 | Ruinette | −.1 | 1.0 | 1.4 | 1.1 |
| | | −6.0 | .9 | −6.4 | 1.0 |
| 12 | P. Gnifetti | −1.8 | 1.2 | 3.2 | 1.3 |
| | | −3.3 | .8 | −3.2 | .9 |
| 13 | Schwarzhorn VS | 1.7 | .7 | .5 | .7 |
| | | −3.9 | .6 | −4.1 | .6 |
| 14 | Altels | −1.1 | .5 | −1.9 | .6 |
| | | −2.0 | .5 | −1.9 | .5 |
| 15 | Wasenhorn | 2.6 | .5 | 1.7 | .5 |
| | | −2.4 | .5 | −3.0 | .5 |
| 16 | Finsteraarhorn | .2 | .3 | .2 | .4 |
| | | −.7 | .4 | −.5 | .4 |
| 17 | Titlis | −1.4 | .5 | −1.7 | .5 |
| | | .7 | .5 | 1.2 | .5 |
| 18 | P. Cramosino | 1.3 | .6 | 2.1 | .6 |
| | | .9 | .5 | 1.2 | .6 |
| 19 | Pizzo Menone | −5.0 | .9 | −5.7 | .9 |
| | | 3.1 | .7 | 2.9 | .7 |
| 20 | Monte Palanzuolo | −13.3 | 2.4 | −13.1 | 1.8 |
| | | −1.0 | 1.8 | −2.6 | 2.5 |
| 21 | Six Madun | .7 | .5 | 1.3 | .5 |
| | | .1 | .5 | .7 | .5 |
| 22 | Scheerhorn | −1.4 | .6 | −2.4 | .6 |
| | | .1 | .6 | .5 | .6 |
| 23 | Scheye | −4.0 | .6 | −5.3 | .6 |
| | | −.1 | .6 | .4 | .6 |
| 24 | Piz Tgietschen | .4 | .6 | .8 | .6 |
| | | −.5 | .7 | −.3 | .6 |
| 25 | Vorab | −1.7 | .6 | −2.8 | .7 |
| | | −1.1 | .7 | −1.0 | .6 |
| 26 | Tambohorn | −.3 | .7 | .4 | .8 |
| | | −.7 | .7 | −.4 | .7 |
| 27 | Piz Beverin | −.4 | .7 | −.4 | .8 |
| | | −1.9 | .7 | −2.2 | .6 |
| 28 | Calanda | −1.9 | .7 | −2.4 | .7 |
| | | −2.8 | .7 | −2.9 | .7 |
| 29 | M. Disgrazia | −2.5 | 1.1 | −1.8 | 1.4 |
| | | −3.5 | 1.1 | −2.8 | 1.0 |
| 30 | Piz Michel | −1.3 | .8 | −1.9 | 1.0 |
| | | −3.2 | .8 | −3.6 | .7 |
| 31 | Schwarzhorn GR | −1.8 | .9 | −2.1 | 1.0 |
| | | −5.1 | 1.1 | −5.2 | .8 |
| 32 | Cima di Piazzi | −.5 | 1.6 | −1.6 | 2.0 |
| | | −5.3 | 1.7 | −6.6 | 1.2 |
| 33 | Mompiccio | −3.8 | 1.2 | −3.0 | 1.6 |
| | | −4.7 | 1.2 | −4.4 | 1.2 |
| 34 | Muttler | −2.3 | 1.2 | −3.1 | 1.4 |
| | | −6.6 | 1.3 | −5.8 | 1.3 |

Tessin

aus welchen sich Funktionen zur Interpolation der Lotabweichungen durch Differentiation ergeben.
Die Güte der Approximation ist charakterisiert durch den mittleren Fehler der Gewichtseinheit (definiert als bester Stützwert mit mittlerem Fehler a priori $\pm 0.4$) von:
P7: $me = \pm 1''.35$; F2: $me = 1''.39$
Die größten Restfehler (Beilage 3a-1: Verbesserungen V) ergeben sich vernünftigerweise bei schlechten Stützwerten, zum Beispiel Punkt Chalet und in der Störzone Tessin, so wie bei einzelnen, lokal gestörten Punkten wie Konkordia. Von diesen Fällen abgesehen liegt die maximale Verbesserung bei 4″ (Chur). (Von der Verbesserung der Stützwerte durch Ausgleichung wird hier nicht Gebrauch gemacht.)

*c) Resultate*

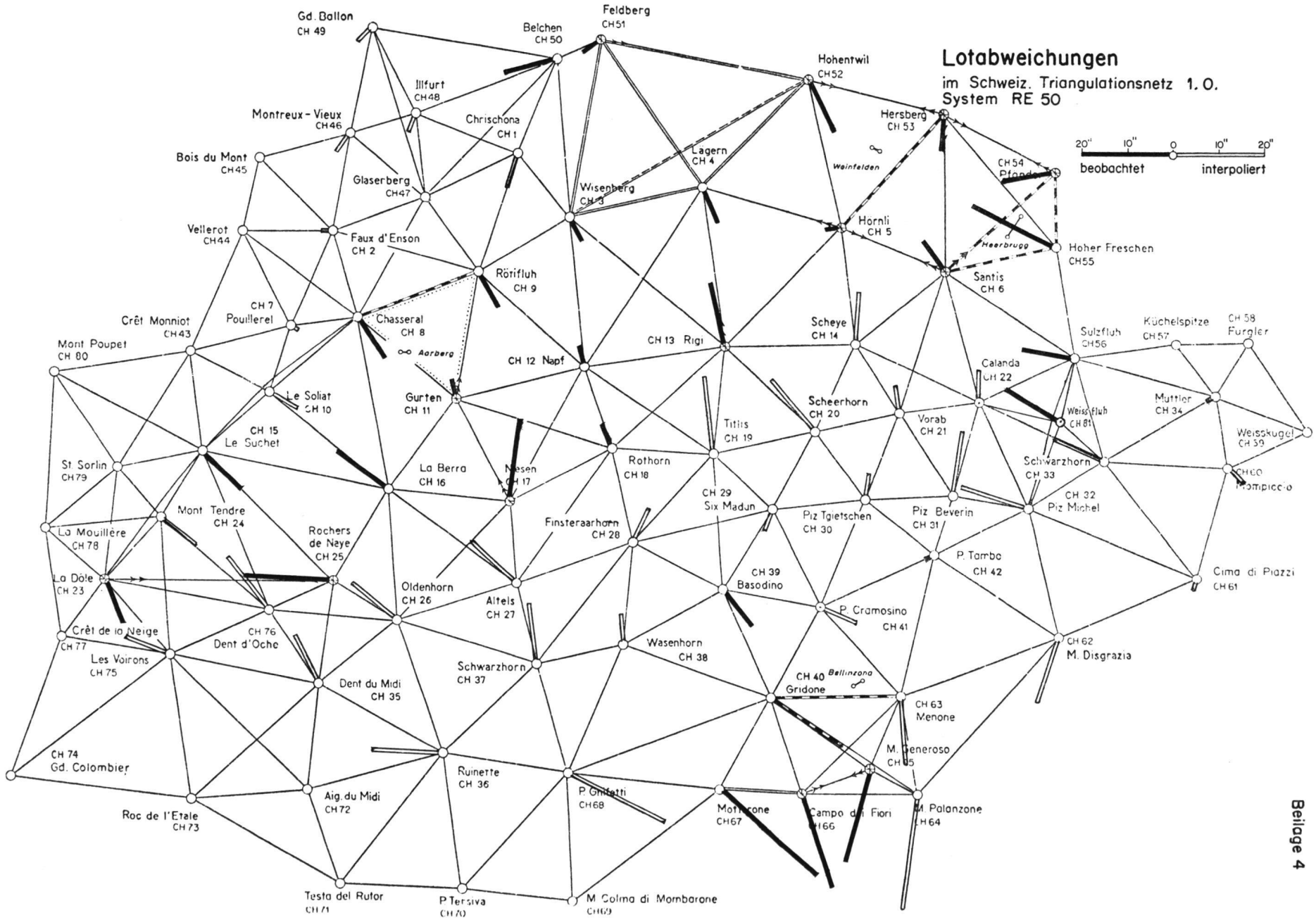
Beilage 3a 2 zeigt die interpolierten (reduzierten) Lotabweichungen für beide Funktionen und ihre mittleren Fehler, basierend auf dem verwendeten *me* von etwa 1″.4. Die interpolierten Werte beider Funktionen stimmen – auch in der Störzone Tessin – erstaunlich gut überein: Die größte Differenz zweier interpolierter Werte beträgt 1″.9.
Da beide Funktionen als etwa gleichwertig betrachtet werden können, wird im weiteren das Mittel verwendet, mit folgenden Ausnahmen:

- *Tessin:* Hier wurde auch noch graphisch interpoliert und das Mittel aus graphischem und analytischem Verfahren gebildet. Punkte: P. Cramosino, P. Menone, M. Palanzone.
- *Elsaß:* Für die drei Punkte Illfurt, Montreux-Vieux, Grand Ballon sind keine mittleren Höhen (500-m-Koten) vorhanden, und das beschriebene Verfahren konnte daher nicht angewandt werden. Hier wurden Oberflächenlotabweichungen durch Schätzung provisorisch extrapoliert.

Beilage 3b zeigt schließlich, wie die gesuchten Lotabweichungen in den Stationspunkten gebildet werden: Lotabweichungen aus Massen plus interpolierte reduzierte Lotabweichungen ergeben «interpolierte» Lotabweichungen in

**Zusammenstellung: Interpolierte Lotabweichungen** Beilage 3b

| Station | Nr. | *Lotabw. Massen* XI | ETA | *Red. Lotabw.* interpoliert XI | ETA | *Interpolierte Lotabweichungen* System CH XI | ETA d | Korr. XI | RE50 d ETA | System RE50 XI | ETA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Jura* | | | | | | | | | | | |
| Chrischona | 1 | 0.9 | −3.1 | −10.2 | 1.0 | −9.3 | −2.1 | 1.9 | −0.3 | −7.4 | −2.4 |
| Glaserberg | 47 | 6.4 | 1.3 | −8.7 | −0.1 | −2.3 | 1.2 | 1.8 | −0.5 | −0.5 | 0.7 |
| Faux d'Enson | 2 | 5.3 | −2.0 | −7.0 | 0.2 | −1.7 | −1.8 | 1.7 | −0.6 | 0 | −2.4 |
| Pouillerel | 7 | 4.5 | 0.1 | −6.9 | 2.0 | −2.4 | 2.1 | 1.6 | −0.7 | −0.8 | 1.4 |
| La Soliat | 10 | 0.4 | 4.3 | −5.6 | 2.3 | −5.2 | 6.6 | 1.5 | −0.7 | −3.7 | 5.9 |
| Mont Tendre | 24 | −2.7 | 5.2 | −4.5 | 3.4 | −7.2 | 8.6 | 1.3 | −0.9 | −5.9 | 7.7 |
| *Alpen West* | | | | | | | | | | | |
| Les Voirons | 75 | 9.1 | −11.0 | −6.5 | 1.9 | 2.6 | −9.1 | 1.1 | −0.9 | 3.7 | −10.0 |
| Dent d'Oche | 76 | 15.5 | −10.6 | −4.6 | 2.1 | 10.9 | −8.5 | 1.1 | −0.7 | 12.0 | −9.2 |
| Dent du Midi | 35 | 15.1 | −4.9 | −5.0 | 0 | 10.1 | −4.9 | 1.1 | −0.6 | 11.2 | −5.5 |
| Oldenhorn | 26 | 10.3 | −8.7 | −3.5 | −1.0 | 6.8 | −9.7 | 1.2 | −0.5 | 8.0 | −10.2 |
| Ruinette | 36 | −0.6 | −9.3 | 0.7 | −6.2 | 0.1 | −15.5 | 1.0 | −0.4 | 1.1 | −15.9 |
| P. Gnifetti | 68 | −12.4 | 24.8 | 0.7 | −3.2 | −11.7 | 21.6 | 1.0 | −0.2 | −10.7 | 21.4 |
| Schwarzhorn GR | 37 | 11.1 | 2.2 | 1.1 | −4.0 | 12.2 | −1.8 | 1.1 | −0.2 | 13.3 | −2.0 |
| Altels | 27 | 9.4 | −8.1 | −1.5 | −2.0 | 7.9 | −10.1 | 1.2 | −0.2 | 9.1 | −10.3 |
| Wasenhorn | 38 | 3.4 | 2.2 | 2.1 | −2.7 | 5.5 | −0.5 | 1.2 | −0.1 | 6.7 | −0.6 |
| Finsteraarhorn | 28 | 6.0 | 4.1 | 0.2 | −0.6 | 6.2 | 3.5 | 1.3 | −0.1 | 7.5 | 3.4 |
| Titlis | 19 | 17.0 | −2.4 | −1.6 | 0.9 | 15.4 | −1.5 | 1.4 | 0.1 | 16.8 | −1.4 |
| *Alpen Ost* | | | | | | | | | | | |
| Six Madun | 29 | 1.9 | −2.4 | 1.0 | 0.4 | 2.9 | −2.0 | 1.3 | 0.2 | 4.2 | −1.8 |
| Scheerhorn | 20 | 12.0 | −9.9 | −1.9 | 0.4 | 10.1 | −9.5 | 1.4 | 0.2 | 11.5 | −9.3 |
| Scheye | 14 | 14.8 | 0.1 | −4.6 | 0.1 | 10.2 | 0.2 | 1.6 | 0.3 | 11.8 | 0.5 |
| P. Tgietschen | 30 | 4.3 | 0.6 | 0.6 | −0.4 | 4.9 | 0.2 | 1.3 | 0.3 | 6.2 | 0.5 |
| Vorab | 21 | 7.0 | −0.2 | −2.3 | −1.0 | 4.7 | −1.2 | 1.5 | 0.4 | 6.2 | −0.8 |
| P. Tambo | 42 | −2.1 | −2.0 | 0 | −0.6 | −2.1 | −2.6 | 1.3 | 0.4 | −0.8 | −2.2 |
| P. Beverin | 31 | 13.4 | 3.4 | −0.4 | −2.0 | 13.0 | 1.4 | 1.3 | 0.5 | 14.3 | 1.9 |
| Calanda | 22 | 8.2 | 2.2 | −2.2 | −2.8 | 6.0 | −0.6 | 1.5 | 0.6 | 7.5 | 0 |
| M. Disgrazia | 62 | −12.9 | −2.9 | −2.1 | −3.1 | −15.0 | −0.6 | 1.1 | 0.7 | −13.9 | −5.3 |
| P. Michel | 32 | 5.4 | −12.0 | −1.5 | −3.4 | 3.9 | −15.4 | 1.3 | 0.6 | 5.2 | −14.8 |
| Schwarzhorn GR | 33 | 5.7 | −6.8 | −2.0 | −5.2 | 3.7 | −12.0 | 1.4 | 0.8 | 5.1 | −11.2 |
| Cima di Piazzi | 61 | −2.3 | 3.9 | −1.0 | −6.0 | −3.3 | −2.1 | 1.2 | 0.9 | −2.1 | −1.2 |
| Mompiccio | 60 | −0.8 | 6.8 | −3.4 | −4.6 | −4.2 | 2.2 | 1.4 | 1.0 | −2.8 | 3.2 |
| Muttler | 34 | 0.9 | 3.5 | −2.7 | −6.2 | −1.8 | −2.7 | 1.5 | 0.9 | −0.3 | −1.8 |
| *Tessin* | | | | | | | | | | | |
| Piz Cramosino | 41 | −6.6 | 6.7 | 2.9 | 1.0 | −3.7 | 7.7 | 1.2 | 0.2 | −3 | 8 |
| Menone | 63 | −11.8 | −1.4 | −4.6 | 2.0 | −16.4 | 0.6 | 1.1 | 0.4 | −15 | 1 |
| M. Palanzone | 64 | −11.2 | −2.9 | −14.6 | −0.9 | −25.8 | −3.8 | 1.0 | 0.4 | −25 | −3 |
| Gridone | 40 | (−7.8) | −11.6 | (−3.7) | 3.0 | (−11.5) | 14.6 | (1.1) | 0.1 | (−10.4) | 14.7 |


Lotabweichungen
im Schweiz. Triangulationsnetz 1. O.
System RE 50
20" 10" 0 10" 20"
beobachtet
interpoliert
Gd. Ballon CH 49
Belchen CH 50
Feldberg CH51
Hohentwil CH52
Hersberg CH 53
Illfurt CH48
Montreux-Vieux CH46
Chrischona CH 1
Bois du Mont CH45
Glaserberg CH47
Lagern CH 4
Wisenberg CH 3
Weinfelden
CH 54 Pfänder
Hornli CH 5
Heerbrugg
Hoher Freschen CH55
Vellerot CH44
Faux d'Enson CH 2
Röthfluh CH 9
Santis CH 6
CH 7 Pouillerel
Crêt Monniot CH43
Chasseral CH 8
Aarberg
Scheye CH 14
CH 13 Rigi
Sulzfluh CH56
Küchelspitze CH 57
CH 58 Furgler
Mont Poupet CH 80
CH 12 Napf
Calanda CH 22
Le Soliat CH 10
Gurten CH 11
Scheerhorn CH 20
Vorab CH 21
Weissfluh CH 81
Muttler CH 34
CH 15 Le Suchet
Titlis CH 19
Weisskugel CH 59
St Sorlin CH79
La Berra CH 16
Nesen CH 17
Rothorn CH 18
Schwarzhorn CH 33
CH 60 Mompiccio
Mont Tendre CH 24
CH 29 Six Madun
CH 32 Piz Michel
Piz Beverin CH 31
Piz Tgietschen CH 30
La Mouillère CH 78
Rochers de Neye CH 25
Finsteraarhorn CH 28
P. Tambo CH 42
La Dôle CH 23
Oldenhorn CH 26
Altels CH 27
CH 39 Basodino
Cima di Piazzi CH 61
P. Cramosino CH 41
Crêt de la Neige CH 77
CH 76 Dent d'Oche
Wasenhorn CH 38
CH 62 M. Disgrazia
Les Voirons CH 75
Schwarzhorn CH 37
Dent du Midi CH 35
CH 40 Gridone
Bellinzona
CH 63 Menone
CH 74 Gd. Colombier
Ruinette CH 36
M. Generoso CH 65
Aig. du Midi CH 72
P. Ghiffetti CH68
Mottarone CH67
Campo dei Fiori CH66
M. Palanzone CH64
Roc de l'Etale CH 73
Testa del Rutor CH 71
P. Tersiva CH 70
M. Colma di Mombarone CH69

Beilage 4

den Oberflächenpunkten im schweizerischen Bezugssystem; mit den angegebenen Korrekturen werden diese ins System RE 50 übergeführt.

*3.6 Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen*

a) Die Berechnung weist für jede Komponente – Funktion der ausgeglichenen Unbekannten – einen mittleren Fehler aus: Beilage 3a-2, unter der Bezeichnung mXI, mETA. Die Werte variieren von $\pm 0''.3$ in der Mitte des Interpolationsgebietes bis $\pm 2''.0$ am Rand des Gebietes beziehungsweise $\pm 2''.4$ wenig außerhalb des Stützpunktfeldes (Palanzone).
Im Durchschnitt ergeben sich folgende mittlere Interpolationsfehler für die beiden für das Cogeoid angesetzten Funktionen:
P7: $\pm 0''.92$, F2: $\pm 0''.94$
Da der Verlauf der Restfehler sicher nicht ganz zufällig ist – was bei der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes vorausgesetzt wird –, ergeben sich einerseits zu kleine Kofaktoren $Q_{LA}$ für die interpolierten Lotabweichungen, anderseits wird durch die noch vorhandenen lokalen oder regionalen Störungen der mittlere Fehler *me* der Gewichtseinheit etwas größer; im Produkt $m_{LA} = me \cdot \sqrt{Q_{LA}}$ kompensieren sich aber die beiden Fehler wenigstens teilweise. Die angegebenen mittleren Interpolationsfehler dürften daher im allgemeinen etwa die tatsächliche Interpolationsgenauigkeit ausdrücken und in Einzelfällen – im Hinblick auf mögliche, kleinere lokale Störungen – eher etwas zu günstig sein. In der Störzone Tessin sind sie dagegen sicher nicht zutreffend.

b) Gewisse Hinweise über die Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen ergeben sich auch aus der Größe der Restfehler bei zuverlässigen Stützpunkten (maximal 4″ bei Punkt Chur) und – mit einigen Vorbehalten, weil Störungen sich hier wahrscheinlich gleich auswirken – aus dem Vergleich der interpolierten Lotabweichungen gleicher Punkte für die beiden Interpolationsfunktionen (größte Differenz 1″.9).

c) Die vorliegende Arbeit enthält keine neuen Untersuchungen über die äußere Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen auf der Basis wahrer Fehler, die sich durch Gegenüberstellung von interpolierten mit bekannten Lotabweichungen ergeben. Entsprechende Untersuchungen, die der Verfasser in [1] mit dem damals zur Verfügung stehenden Material durchgeführt hat, ergaben, daß – Störzonen ausgeschlossen – mittlere Fehler von etwa $\pm 0''.5$ bis $\pm 1''.5$ zu erwarten sind, je nach Lage des Punktes im Interpolationsgebiet.

*Zusammenfassung:* Bei der relativ dichten Stützpunktverteilung – maximaler Stützpunktabstand etwa 50 km – dürften die interpolierten Lotabweichungen gesamthaft folgende mittlere Fehler aufweisen:

- Normalfall: $\pm 0''.5$ bis $\pm 1''.5$ im Innern des Interpolationsgebietes
  $\pm 1''.5$ am Rand des Gebietes
- Störzone Tessin und geschätzte Lotabweichungen im Elsaß: $\pm 3''$ bis $\pm 4''$
- Einflußgebiet der Störzone (Wallis, Punkte: 68, 36, 37, 38): $\pm 2''$ bis $\pm 3''$

## 4. Einfluß der Lotabweichungen im Triangulationsnetz

*4.1 Einfluß auf die Richtungen*

a) Der Einfluß *dR* der nun bekannten Lotabweichungen LA auf die gemessenen Horizontalrichtungen läßt sich in bekannter Weise ($dR = \mathrm{LA} \cdot \sin u \cdot \mathrm{tg}\, h$, wobei *u*: Winkel zwischen Richtung der resultierenden Lotabweichung und Zielpunkt, *h*: Höhenwinkel zum Zielpunkt) rechnen. Nach Abzug dieser Einflüsse – in Beilage 5 mit DRI bezeichnet und in neuen Sekunden $^{cc}$ ausgedruckt – sind die vorher schon in die Projektionsebene reduzierten gemessenen Richtungen frei von diesem systematischen Fehler.
Die größte Lotabweichung (Mottarone) beträgt 28″ oder $86^{cc}$, die größte Visurneigung $-7{,}2\%$ (Gnifetti–Mottarone). Es ergeben sich folgende maximale Einflüsse auf die horizontalen Richtungen:
- im RETrig-Block CH: $2.6^{cc}$: Gnifetti-Wasenhorn
- im Landesnetz: $3.3^{cc}$: Gnifetti–Mottarone

Beträge also, die das Doppelte bis Dreifache des mittleren Fehlers einer Richtung (etwa $\pm 1.0^{cc}$ aus den Stationsausgleichungen, $\pm 1.5^{cc}$ aus der Netzausgleichung) ausmachen.

*b) Unsicherheit der eingeführten Richtungskorrekturen* (Abschätzung)
Der mittlere Fehler der Richtungskorrektur *dR*
$m(dR) = m(\mathrm{LA}) \cdot \sin u \cdot \mathrm{tg}\, h$
beträgt bei $m(\mathrm{LA}) < \pm 1''.5$ für interpolierte Lotabweichungen
$\sin u < 1$
$\mathrm{tg}\, h < 0.07$
höchstens $\pm 0''.1$ beziehungsweise $\pm 0.3^{cc}$, also höchstens etwa 20% des mittleren Fehlers der Richtung selbst, im Durchschnitt aber wesentlich weniger. Bei beobachteten Lotabweichungen – *m* (LA) etwa $\pm 0''.5$ – fällt die Unsicherheit der Korrektur noch weniger ins Gewicht.
Die Genauigkeit der interpolierten Lotabweichungen kann also als ausreichend betrachtet werden.

*4.2 Dreieckwidersprüche*

In Beilage 6 sind die Dreieckwidersprüche aufgeführt, die im RETrig-Block CH in den zwei Zuständen mit und ohne Lotabweichungen auftreten. Die wichtigsten charakteristischen Größen, in neuen Sekunden, sind für die beiden Netze:

| | RETrig-Block CH | | Landesnetz Schweiz | |
|---|---|---|---|---|
| | ohne LA | mit LA | ohne LA | mit LA |
| Mittlerer Fehler einer Richtung nach Ferrero[1] | 1.46 | 1.38 | 1.48 | 1.42 |
| Mittl. Dreieckwiderspruch | 3.6 | 3.4 | 3.6 | 3.5 |
| Maximaler Dreieckwiderspruch | 9.6 | 8.2 | 9.6 | 9.6 |

[1] $m_r = \sqrt{[w_i^2] / 6n}$
$w_i$ : Dreieckwiderspruch
$n$ : Anzahl Widersprüche (Dreiecke)

*4.3 Netzausgleichungen*

Mit Hilfe des Programms NETZ-3D, das vom Verfasser so umgebaut wurde, daß die Kapazität auch für das Landes-

netz genügt, wurden folgende vermittelnde Netzausgleichungen durchgeführt:

Freie Netzausgleichung mit zwei Festpunkten, ohne Berücksichtigung von Lotabweichungskorrekturen. Die ausgeglichenen Koordinaten dienen als Näherungskoordinaten für die Berechnung mit von Lotabweichungseinflüssen befreiten Richtungen.

Die Unterschiede der beiden Berechnungen zeigen den Einfluß der Lotabweichungskorrekturen.
Die Resultate sind dargestellt:
für RETrig-Block CH in Beilage 7a
für Landesnetz Schweiz in Beilage 7b

Als Festpunkte wurden zwei Punkte gewählt, die beiden Netzfiguren gemeinsam sind und möglichst exzentrisch liegen: die «Dreiländerpunkte» des europäischen Netzzusammenschlusses Ruinette und Pfänder.

Die erhaltenen Punktverschiebungen sind nun nicht nur das Ergebnis der eingeführten Lotabweichungskorrekturen, sondern direkt auch beeinflußt durch die beiden gewählten Festpunkte. Um von dieser Willkür möglichst frei zu werden, wurden anschließend die Netze durch Helmerttransformation zueinander in Beziehung gebracht und alle jeweiligen Netzpunkte als Paßpunkte für die Transformation verwendet. Die Richtung der Transformation wurde definiert durch Wahl des Systems «mit Lotabweichungskorrekturen» als Paßpunkte. Die Restfehler $vy$ und $vx$ nach der Transformation stellen dann die Punktverschiebungen dar, welche die Punkte des Systems «ohne Lotabweichungskorrekturen» durch die Einführung der Korrekturen erhalten. Siehe Beilagen
8a für Netz RETrig CH
8b für Landesnetz Schweiz
Es ergeben sich folgende *Resultate:*

*a) Mittlere Fehler der Gewichtseinheit*
Alle Richtungen wurden mit $p = 1$ versehen, und auf jeder Station wurde ein gemittelter Satz eingeführt. Die Gewichtseinheit bezieht sich also auf eine durchschnittliche gemittelte Richtung.

| | *ohne* LA-Korr. | *mit* LA-Korr. | *n–u* |
|---|---|---|---|
| RETrig-Block CH | $me = 1.54^{cc}$ | $1.47^{cc}$ | 136 |
| Landesnetz | 1.60 | 1.52 | 168 |

Der mittlere Fehler an einem dieser Werte beträgt
$m\,(me) = me\ 0.707 / \sqrt{n-u}$

also etwa 6% von *me* beziehungsweise etwa $0.10^{cc}$.

**Einfluß von Lotabweichungen auf Horizontalrichtungen:** Beispiele

Beilage 5

Schweizerisches Triangulationsnetz 1.0.: RETrig-Block CH + Landesnetz Schweiz

XI ETA: Lotabweichung in alten Sekunden, System RE50
TGHP: Tangens Höhenwinkel in Prozent
DRI: Einfluß Lotabweichung auf Horizontalrichtung in $^{cc}$
Richtungen inkl. Korr. für Ellipsoid und Projektion

| Station/Ziel | | Nr. | XI | ETA | Richt.gem. | TGHP | DRI | Richt.korr. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mottarone | 67 | | −18.7 | 20.7 | | | | |
| Gridone | | 40 | | | 89.03052 | 2.02 | −1.7 | 89.03069 |
| Campo dei fiori | | 66 | | | 160.18466 | −1.29 | .7 | 160.18459 |
| P. Gnifetti | | 68 | | | 364.06405 | 6.45 | 3.3 | 364.06372 |
| P. Gnifetti | 68 | | −10.7 | 21.4 | | | | |
| Gridone | | 40 | | | 399.99508 | −4.23 | 2.3 | 399.99485 |
| Mottarone | | 67 | | | 29.58027 | −7.16 | 1.9 | 29.58008 |
| Ruinette | | 36 | | | 232.66718 | −2.11 | −.5 | 232.66723 |
| Schwarzhorn | | 37 | | | 304.75098 | −4.31 | 2.3 | 304.75075 |
| Wasenhorn | | 38 | | | 348.24572 | −3.52 | 2.6 | 348.24546 |
| Les Voirons | 75 | | 3.7 | −10.0 | | | | |
| La Dôle | | 23 | | | .00108 | .44 | .1 | .00107 |
| Mont Tendre | | 24 | | | 41.40891 | .17 | .1 | 41.40890 |
| Dent D'Oche | | 76 | | | 118.71391 | 2.06 | .5 | 118.71386 |
| Dent du Midi | | 35 | | | 157.67510 | 3.64 | .2 | 157.67508 |
| Dent d'Oche | 76 | | 12.0 | −9.2 | | | | |
| Rochers de Naye | | 25 | | | 399.99912 | −1.02 | −.5 | 399.99917 |
| Oldenhorn | | 26 | | | 32.08934 | 2.09 | .7 | 32.08927 |
| Dent du Midi | | 35 | | | 89.16083 | 3.79 | −.1 | 89.16084 |
| Les Voirons | | 75 | | | 200.03981 | −2.56 | 1.2 | 200.03969 |
| La Dôle | | 23 | | | 238.55749 | −1.49 | .5 | 238.55744 |
| Mont Tendre | | 24 | | | 272.14774 | −1.62 | .2 | 272.14772 |
| Le Suchet | | 15 | | | 301.77974 | −1.64 | −.2 | 301.77976 |
| Weißfluh | 81 | | 7.2 | −12.1 | | | | |
| Calanda | | 22 | | | .00013 | −.39 | .0 | .00013 |
| Sulzfluh | | 56 | | | 93.07158 | −.34 | −.1 | 93.07159 |
| Schwarzhorn | | 33 | | | 231.33741 | 1.73 | −.2 | 231.33743 |
| Piz Michel | | 32 | | | 309.46302 | .91 | −.4 | 309.46306 |

*b) Größte Richtungsverbesserungen nach der Ausgleichung*

| | *ohne* LA-Korr. | *mit* LA-Korr. |
|---|---|---|
| RETrig-Block CH | 3.0cc | 2.6cc |
| Landesnetz | 3.2 | 3.1 |

*c) Punkteverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen* (siehe Beilage 7a, 7b beziehungsweise 8a, 8b).

Die größten Verschiebungsbeträge sind bei

| | 2 Festpunkten (Pfänder, Ruinette) | nach Helmert-transformation |
|---|---|---|
| im Netz RETrig CH | 21 cm: Mompiccio<br>Grand Ballon | 17 cm: Pfänder |
| Landesnetz | 29 cm: La Dôle | 21 cm: Pfänder |

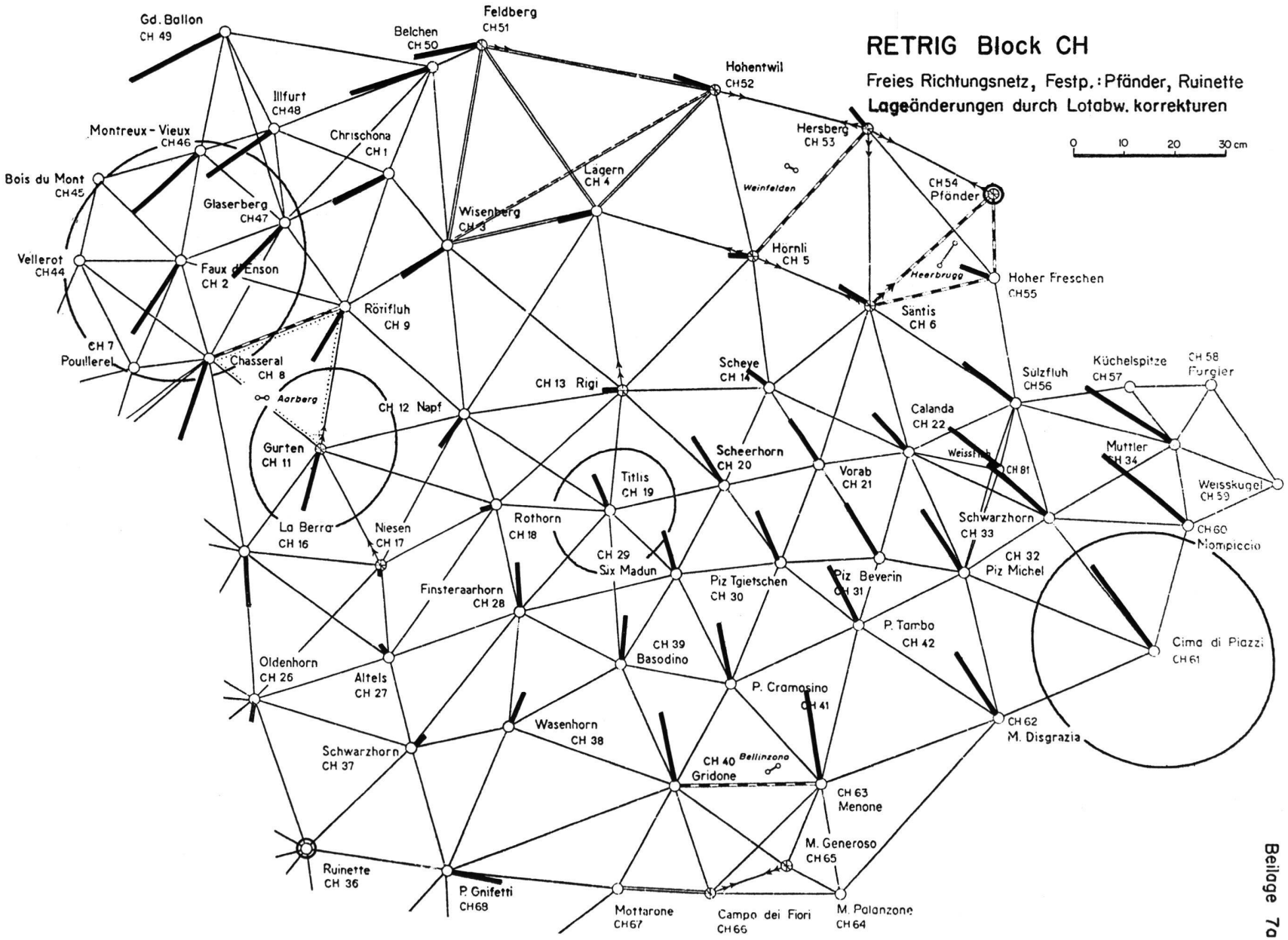
**Dreieck-Widersprüche**

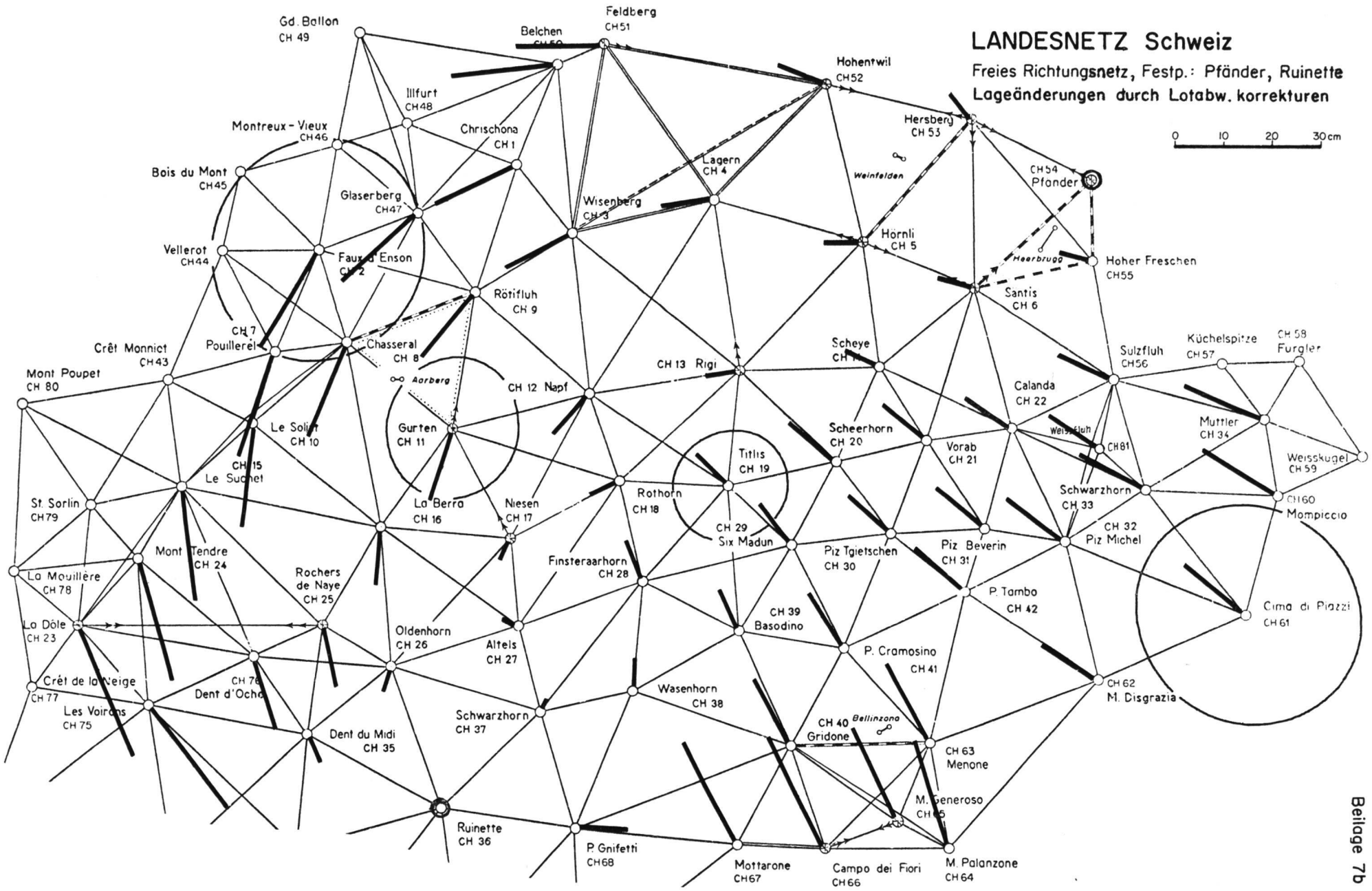
Beilage 6

| RETrig-Block CH Dreieck | | | ohne Lotabw. Korr. Widerspruch cc (Winkelsumme – Soll) | mit Lotabw. Korr. Widerspruch cc (Winkelsumme – Soll) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 9 | .8 | .9 |
| 1 | 3 | 50 | −.5 | −.8 |
| 1 | 9 | 47 | −2.4 | −3.1 |
| 1 | 47 | 48 | 1.9 | 2.3 |
| 1 | 47 | 50 | −1.7 | −.9 |
| 1 | 48 | 50 | −1.1 | −.7 |
| 2 | 8 | 9 | −8.0 | −7.5 |
| 2 | 8 | 47 | −.8 | −1.1 |
| 2 | 9 | 47 | 6.6 | 6.4 |
| 2 | 46 | 47 | −2.4 | −2.7 |
| 3 | 4 | 12 | −1.7 | −1.3 |
| 3 | 4 | 13 | −.3 | .6 |
| 3 | 4 | 51 | .6 | .6 |
| 3 | 9 | 12 | −.4 | −.2 |
| 3 | 12 | 13 | 3.8 | 3.7 |
| 3 | 50 | 51 | 1.8 | 1.5 |
| 4 | 5 | 13 | −1.8 | −1.5 |
| 4 | 5 | 52 | 3.3 | 3.8 |
| 4 | 12 | 13 | 5.2 | 5.6 |
| 4 | 51 | 52 | −.8 | −1.3 |
| 5 | 6 | 14 | 2.9 | 2.8 |
| 5 | 6 | 53 | −1.2 | −.1 |
| 5 | 13 | 14 | 4.8 | 3.9 |
| 5 | 52 | 53 | −1.5 | −1.2 |
| 6 | 14 | 21 | −3.3 | −3.9 |
| 6 | 14 | 22 | −3.1 | −3.4 |
| 6 | 21 | 22 | 4.2 | 4.2 |
| 6 | 22 | 56 | 4.7 | 5.1 |
| 6 | 53 | 54 | .9 | .5 |
| 6 | 53 | 55 | −2.9 | −3.3 |
| 6 | 54 | 55 | −4.5 | −3.9 |
| 6 | 55 | 56 | 3.1 | 2.8 |
| 8 | 9 | 11 | 1.9 | 1.3 |
| 8 | 9 | 47 | −.6 | −.0 |
| 8 | 11 | 16 | −.4 | .9 |
| 9 | 11 | 12 | 2.1 | 2.5 |
| 11 | 12 | 17 | −1.5 | .1 |
| 11 | 12 | 18 | −2.2 | −2.0 |
| 11 | 16 | 17 | 2.7 | 1.1 |
| 11 | 17 | 18 | −1.6 | −.3 |
| 12 | 13 | 18 | 3.8 | 3.2 |
| 12 | 13 | 19 | −5.3 | −4.6 |
| 12 | 17 | 18 | −2.3 | −2.4 |
| 12 | 18 | 19 | 8.2 | 8.0 |
| 13 | 14 | 20 | −1.4 | −1.0 |
| 13 | 18 | 19 | −.9 | .2 |
| 13 | 19 | 20 | −4.5 | −3.5 |
| 14 | 20 | 21 | 2.4 | 1.9 |
| 14 | 21 | 22 | 4.0 | 3.7 |
| 16 | 17 | 26 | −4.5 | −5.0 |
| 16 | 17 | 27 | −9.6 * Max. | −8.1 |
| 16 | 26 | 27 | 2.4 | 2.4 |
| 17 | 18 | 27 | 7.0 | 5.7 |
| 17 | 26 | 27 | −2.7 | −.7 |
| 18 | 19 | 28 | −3.4 | −4.2 |
| 18 | 27 | 28 | −1.4 | −3.9 |
| 19 | 20 | 29 | −8.3 | −7.5 |
| 19 | 28 | 29 | 1.9 | 2.6 |
| 19 | 28 | 39 | −2.8 | −.9 |
| 19 | 29 | 39 | 5.2 | 4.4 |
| 20 | 21 | 30 | 4.1 | 3.7 |
| 20 | 29 | 30 | −1.8 | −2.1 |
| 21 | 22 | 31 | .0 | .1 |
| 21 | 30 | 31 | −1.7 | −1.6 |
| 22 | 31 | 32 | −3.7 | −3.4 |
| 22 | 32 | 33 | 3.7 | 3.5 |
| 22 | 32 | 56 | −3.3 | −3.5 |
| 22 | 32 | 81 | 1.6 | 1.3 |
| 22 | 33 | 56 | −6.6 | −6.7 |
| 22 | 33 | 81 | 3.3 | 3.2 |
| 22 | 56 | 81 | −8.2 | −8.2* Max. |
| 26 | 27 | 37 | 2.2 | 2.8 |
| 26 | 36 | 37 | .1 | −.5 |
| 27 | 28 | 37 | −4.0 | −4.8 |
| 28 | 29 | 39 | .5 | .9 |
| 28 | 37 | 38 | 3.8 | 3.9 |
| 28 | 38 | 39 | 6.8 | 5.9 |
| 29 | 30 | 41 | −3.8 | −4.0 |
| 29 | 39 | 41 | −2.5 | −2.2 |
| 30 | 31 | 42 | .6 | .1 |
| 30 | 41 | 42 | .8 | 1.3 |
| 31 | 32 | 42 | 3.3 | 3.4 |
| 32 | 33 | 56 | .4 | .3 |
| 32 | 33 | 61 | .9 | .6 |
| 32 | 33 | 81 | 5.4 | 5.4 |
| 32 | 42 | 62 | −6.9 | −7.5 |
| 32 | 56 | 81 | −3.3 | −3.4 |
| 32 | 61 | 62 | 1.4 | 1.2 |
| 33 | 34 | 56 | .9 | .8 |
| 33 | 34 | 60 | 1.4 | 1.4 |
| 33 | 56 | 81 | −1.7 | −1.7 |
| 33 | 60 | 61 | 2.2 | 2.3 |
| 36 | 37 | 68 | 6.5 | 3.7 |
| 37 | 38 | 68 | −2.0 | −2.9 |
| 38 | 39 | 40 | −1.2 | .2 |
| 38 | 40 | 68 | −3.2 | −1.9 |
| 39 | 40 | 41 | −3.5 | −3.4 |
| 40 | 41 | 63 | 1.2 | .2 |
| 41 | 42 | 63 | −1.7 | −.9 |
| 42 | 62 | 63 | .6 | .7 |
| 46 | 47 | 48 | −6.7 | −6.6 |
| 46 | 47 | 49 | −4.3 | −4.0 |
| 46 | 48 | 49 | 2.4 | 2.4 |
| 47 | 48 | 49 | −.0 | −.2 |
| 47 | 48 | 50 | 2.5 | 2.5 |
| 47 | 49 | 50 | −1.3 | −1.1 |
| 48 | 49 | 50 | −3.8 | −3.4 |
| 53 | 54 | 55 | −.7 | −.1 |
| Anzahl Dreiecke | | | 108 | 108 |
| Mittlerer Widerspruch | | | 3.57 | 3.39 |
| M.F. Richtung nach Ferrero | | | 1.46 | 1.38 |

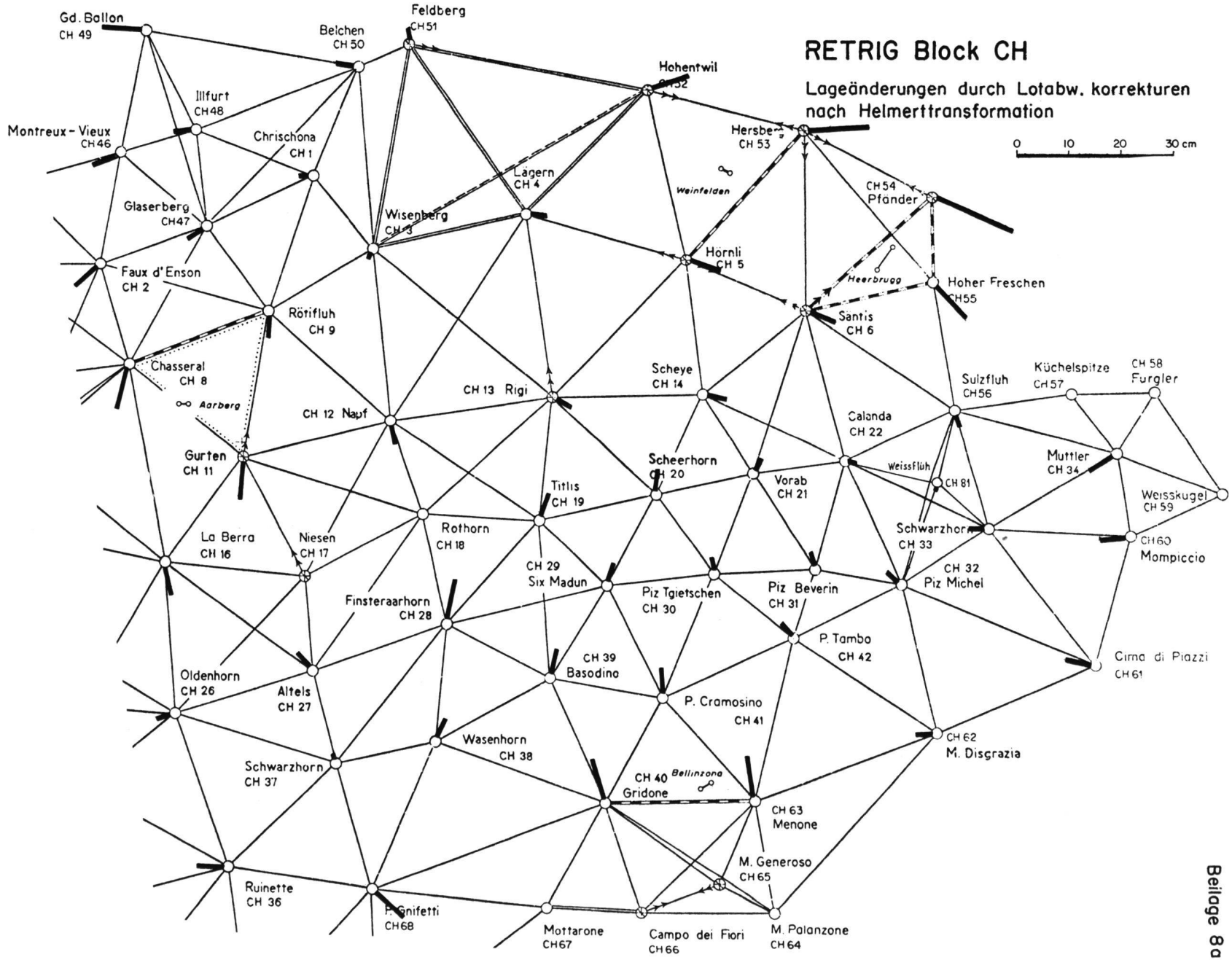
# RETRIG Block CH

Freies Richtungsnetz, Festp.: Pfänder, Ruinette
**Lageänderungen durch Lotabw. korrekturen**

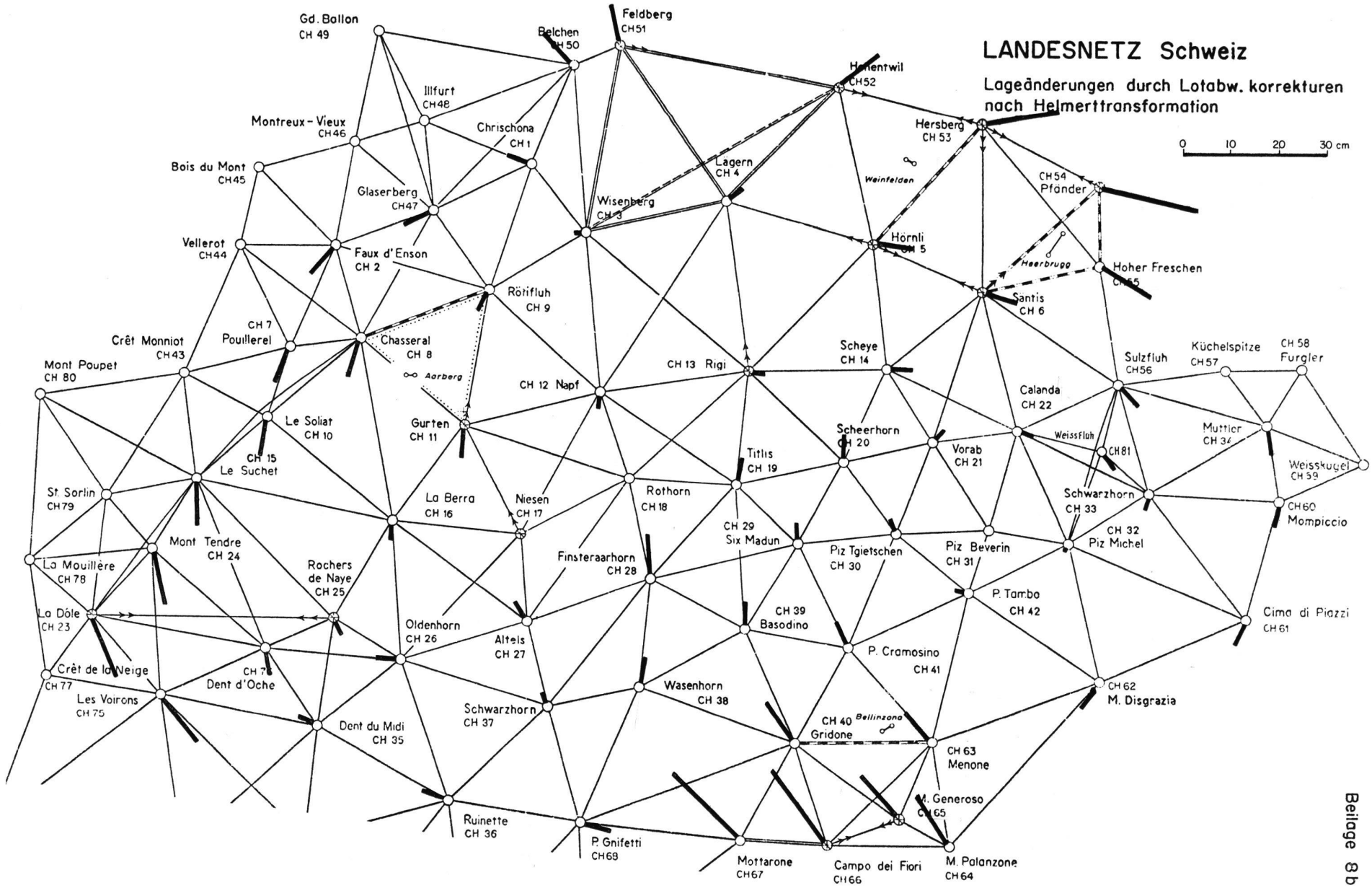



LANDESNETZ Schweiz
Freies Richtungsnetz, Festp.: Pfänder, Ruinette
Lageänderungen durch Lotabw. korrekturen
0 10 20 30cm
Gd. Ballon CH 49
Belchen
Feldberg CH51
Hohentwil CH52
Hersberg CH 53
Illfurt CH48
Montreux - Vieux CH46
Chrischona CH 1
Bois du Mont CH45
Glaserberg CH47
Lagern CH 4
Weinfelden
CH54 Pfänder
Wisenberg
Hörnli CH 5
Vellerot CH44
Faux d'Enson
Heerbrugg
Hoher Freschen CH55
Rötifluh CH 9
Santis CH 6
CH 7 Pouillerel
Chasseral CH 8
Crêt Monnict CH43
Aorberg
CH 12 Napf
CH 13 Rigi
Scheye
Sulzfluh CH56
Küchelspitze CH 57
CH 58 Furgler
Mont Poupet CH 80
Calanda CH 22
Le Solitt CH 10
Gurten CH 11
Scheerhorn CH 20
Weissfluh
CH81
Muttler CH 34
Vorab CH 21
Titlis CH 19
Weisskugel CH 59
CH 15 Le Suchet
Rothorn CH 18
Schwarzhorn CH 33
St. Sorlin CH79
La Berra CH 16
Niesen CH 17
CH60 Mompiccio
CH 29 Six Madun
CH 32 Piz Michel
Mont Tendre CH 24
Piz Tgietschen CH 30
Piz Beverin CH 31
Finsteraarhorn CH 28
La Mouillère CH 78
Rochers de Naye CH 25
P. Tambo CH 42
Cima di Piazzi CH 61
La Dôle CH 23
Oldenhorn CH 26
Altels CH 27
CH 39 Basodino
P. Cramosino CH 41
Crêt de la Neige CH 77
CH 76 Dent d'Oche
Wasenhorn CH 38
CH 62 M. Disgrazia
Les Voirons CH 75
Schwarzhorn CH 37
CH 40 Gridone
Bellinzona
Dent du Midi CH 35
CH 63 Menone
M. Generoso
Ruinette CH 36
P. Gnifetti CH68
Mottarone CH67
Campo dei Fiori CH 66
M. Palanzone CH 64

Beilage 7b


RETRIG Block CH
Lageänderungen durch Lotabw. korrekturen nach Helmerttransformation
0 10 20 30 cm
Gd. Ballon CH 49
Feldberg CH 51
Belchen CH 50
Hohentwil CH 52
Hersberg CH 53
Illfurt CH48
Montreux - Vieux CH46
Chrischona CH 1
Lägern CH 4
Weinfelden
CH 54 Pfänder
Glaserberg CH47
Wisenberg CH 3
Hörnli CH 5
Heerbrugg
Hoher Freschen CH55
Faux d'Enson CH 2
Rötifluh CH 9
Säntis CH 6
Chasseral CH 8
Aarberg
Scheye CH 14
CH 13 Rigi
Sulzfluh CH56
Küchelspitze CH 57
CH 58 Furgler
CH 12 Napf
Calanda CH 22
Gurten CH 11
Scheerhorn CH 20
Weissflüh
CH 81
Muttler CH 34
Titlis CH 19
Vorab CH 21
Weisskugel CH 59
La Berra CH 16
Niesen CH 17
Rothorn CH 18
Schwarzhorn CH 33
CH60 Mompiccio
CH 29 Six Madun
CH 32 Piz Michel
Finsteraarhorn CH 28
Piz Tgietschen CH 30
Piz Beverin CH 31
P. Tambo CH 42
Cima di Piazzi CH 61
CH 39 Basodino
Oldenhorn CH 26
Altels CH 27
P. Cramosino CH 41
Wasenhorn CH 38
CH 62 M. Disgrazia
Schwarzhorn CH 37
CH 40 Gridone
Bellinzona
CH 63 Menone
M. Generoso CH 65
Ruinette CH 36
P. Gnifetti CH68
Mottarone CH67
Campo dei Fiori CH 66
M. Palanzone CH 64

Beilage 8a


LANDESNETZ Schweiz
Lageänderungen durch Lotabw. korrekturen nach Helmerttransformation
0 10 20 30 cm
Gd. Ballon CH 49
Belchen CH 50
Feldberg CH51
Hohentwil CH52
Hersberg CH 53
Illfurt CH48
Montreux - Vieux CH46
Chrischona CH 1
Bois du Mont CH45
Glaserberg CH47
Wisenberg CH 3
Lägern CH 4
Weinfelden
CH54 Pfänder
Hörnli CH 5
Vellerot CH44
Faux d'Enson CH 2
Heerbrugg
Hoher Freschen CH55
Rötifluh CH 9
Santis CH 6
CH 7 Pouillerel
Crêt Monniot CH43
Chasseral CH 8
Mont Poupet CH 80
Aarberg
CH 12 Napf
CH 13 Rigi
Scheye CH 14
Sulzfluh CH56
Küchelspitze CH57
CH 58 Furgler
Calanda CH 22
Le Soliat CH 10
Gurten CH 11
Scheerhorn CH 20
Weissfluh
CH81
Muttler CH 34
CH 15 Le Suchet
Titlis CH 19
Vorab CH 21
Weisskugel CH 59
St. Sorlin CH79
La Berra CH 16
Niesen CH 17
Rothorn CH18
Schwarzhorn CH 33
CH60 Mompiccio
Mont Tendre CH 24
CH 29 Six Madun
CH 32 Piz Michel
La Mouillère CH 78
Rochers de Naye CH 25
Finsteraarhorn CH 28
Piz Tgietschen CH 30
Piz Beverin CH 31
P. Tambo CH 42
La Dôle CH 23
Oldenhorn CH 26
Altels CH 27
CH 39 Basodino
Cima di Piazzi CH 61
Crêt de la Neige CH 77
CH 76 Dent d'Oche
P. Cramosino CH 41
Les Voirons CH 75
Wasenhorn CH 38
CH 62 M. Disgrazia
Dent du Midi CH 35
Schwarzhorn CH 37
CH 40 Gridone
Bellinzona
CH 63 Menone
M. Generoso CH 65
Ruinette CH 36
P. Gnifetti CH68
Mottarone CH67
Campo dei Fiori CH66
M. Palanzone CH64

Diese Beträge erreichen knapp den Rand der entsprechenden mittleren Fehlerellipse für den Fall mit zwei Festpunkten. Bei diesem Vergleich – Verschiebungen im Verhältnis zur entsprechenden Punktfehlerellipse – sind zwei Punkte zu beachten:

Erstens sind, wie erwähnt, Verschiebungsbeträge und Größe der Fehlerellipsen natürlich von den gewählten Festpunkten abhängig. Wählt man, wie in [6], die Punkte Pfänder und Grand Ballon als fest, so ergibt sich zum Beispiel für den Punkt Mompiccio eine Verschiebung von 30 cm, bei einem mittleren Fehler in der betreffenden Richtung von 26 cm, das heißt eine Verschiebung, die größer ist als die entsprechende Fehlerellipse; die größte Verschiebung wäre im gleichen Fall etwa 33 cm.

Zweitens ist, in bezug auf die Realität der erhaltenen Verschiebungen zu beachten, daß die in Beilage 7a, 7b angegebenen Fehlerellipsen sich auf die Punktgenauigkeit im Netz beziehen, *nicht* auf die Genauigkeit der Verschiebungen durch die eingeführten Lotabweichungskorrekturen. Dem mittleren Richtungsfehler (aus der Netzausgleichung) steht der mittlere Fehler der Lotabweichungskorrektur einer Richtung gegenüber, welcher – siehe 4.1 – höchstens etwa $0.3^{cc}$ im Mittel aber eher $0.1^{cc}$ betragen dürfte. Die angegebenen Fehlerellipsen sind also um einen Faktor von 5 bis 15 zu verkleinern, wenn man sie zu den Verschiebungsvektoren in Beziehung setzen will (vgl. Nachtrag 4.4).

*d) Netzdeformationen*

Versucht man das Bild der Verschiebungsvektoren in bezug auf eine Formänderung des Netzes zu interpretieren, so ergibt sich kein eindeutiger Schluß: eine einheitliche Tendenz zeichnet sich nicht ab. Höchstens regional könnte vielleicht von einer gewissen Systematik gesprochen werden: im Tessin Verschiebungen bis 20 cm Richtung Alpen, im Jura eine tangentiale Verschiebungstendenz in der Größe von etwa 10 cm nach Süden, ebenso in der Bodenseegegend 20 cm in umgekehrter Richtung.

Die größten Verschiebungen treten an den Netzrändern auf, während sich im Innern kaum wesentliche Verschiebungen ergeben.

Die größte Relativdeformation

von $-21$ cm/45 km beziehungsweise $5 \cdot 10^{-6}$ in Längsrichtung

und 14 cm/45 km beziehungsweise $2^{cc}$ in Querrichtung

weist die Seite Gnifetti–Mottarone auf, die am Südrand des Schweizer Landesnetzes liegt, wo auch die größten Lotabweichungseinflüsse auf die Richtungen auftreten.

Gesamthaft betrachtet ist das Netz ohne Lotabweichungskorrekturen in Richtung quer zu den Alpen etwas zu lang, oder umgekehrt: Durch Berücksichtigung der Lotabweichungen ergibt sich eine Verkürzung in dieser Richtung von größenordnungsmäßig etwa 20 cm pro 200 km (Distanz Tessin–Jura) oder relativ von $1.10^{-6}$. Dieser Effekt ist plausibel: Er kann mit der Aufwölbung des Geoides unter dem Alpenkörper erklärt werden, die man bei der Netzberechnung vernachlässigt hat, wodurch das Netz in Richtung quer zu den Alpen etwas gestreckt worden ist.

*4.4 Nachtrag*

*Direkte Bestimmung der Punktverschiebungen (infolge Lotabweichungskorrekturen) und ihrer Genauigkeit*

Die Verschiebungsvektoren und ihre Fehlerellipsen können auch direkt wie folgt erhalten werden:

Aus der Netzausgleichung mit Richtungen ohne Lotabweichungskorrekturen (gleiche Festpunkte: Pfänder, Ruinette) ergibt sich ein Satz von widerspruchsfreien, ausgeglichenen Richtungen. Korrigiert man diese um die Lotabweichungseinflüsse und führt eine neue Netzausgleichung durch, so erhält man direkt die Punkteverschiebungen und die Genauigkeit der verwendeten Richtungen, in denen nun nur noch die Unsicherheit der eingeführten Lotabweichungskorrekturen zum Ausdruck kommt.

Vereinfachend werden alle Richtungen mit $p = 1$ eingeführt, das heißt, die starke Variation der Richtungsgewichte (in Abhängigkeit von: mittlerem Fehler der Lotabweichungen; Neigung der Visur) wird vernachlässigt.

*Resultate:*

- Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit:
  RETrig-Block CH: $\pm 0^{cc}.33$ Landesnetz: $\pm 0^{cc}.35$
  Er ist etwas größer als nach 4.1 erwartet.
- Die mittleren Fehlerellipsen der Verschiebungen – bezüglich der gewählten Festpunkte Ruinette und Pfänder – erreichen maximale Halbachsen von 67 mm. Sie sind damit immer noch 4,5mal kleiner als die entsprechenden Fehlerellipsen von Abbildung 7a, 7b, welche sich auf die Punktgenauigkeit im Netz beziehen.
- Die größten Richtungsverbesserungen betragen $0^{cc}.9$ (Niesen, Gnifetti). Verbesserungen über $0^{cc}.5$ treten auf bei den Stationen: Niesen, Rothorn, Titlis, Altels, Finsteraarhorn, Ruinette, Wasenhorn, Basodino, Gnifetti.

## 5. Schlußbemerkungen

Die Einführung von Lotabweichungen in eine Netzberechnung entspricht einer Verbesserung des verwendeten mathematischen Modells und bewirkt damit grundsätzlich eine Verbesserung der Resultate der Berechnung. Die durchgeführten Versuche zeigen, daß der zahlenmäßige Einfluß in einem Netz 1. Ordnung allerdings relativ klein ist. Die Untersuchung beschränkte sich auf reine Richtungsnetze. In vollständigen Netzausgleichungen, die neben Richtungen auch beobachtete Distanzen und Laplace-Azimute enthalten, dürfte der Einfluß geringer sein.

Demgegenüber ist bei allen Netzen, in denen steilere Visuren vorhanden sind – Triangulationsnetze niederer Ordnung oder Netze für Bauabsteckungen, Stollentriangulationen usw. – eine wesentliche größere Auswirkung der Lotabweichungen zu erwarten.

Vergleicht man den Einfluß des Modellfehlers Lotabweichungen mit andern, zum Beispiel statistischen Modellfehlern wie Korrelation der Richtungen (aus der Stationsausgleichung und Vernachlässigung der tatsächlichen Richtungsgewichte) – siehe [6] –, so ergibt sich, wenn man die größte erhaltene Punktverschiebung als Maßstab nimmt:

Maximale Punktverschiebung durch Lotabweichung: 33 cm

Maximale Punktverschiebung durch Korrelation und Gewichte: 20 cm

Der Einfluß der Lotabweichungen ist also etwa 1,5mal so groß wie der Einfluß der genannten statistischen Modellfehler zusammen.

## 6. Anhang

*6.1 Literatur*


[1] *A. Elmiger,* Studien über Berechnung von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Diss. ETH Zürich, 1969. Mitteilung Nr. 12 aus dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.

[2] *A. Elmiger,* Astronomisch-geodätische Lotabweichungen in der Schweiz, Zusammenstellung 1867–1970. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.

[3] *A. Elmiger,* Einfluß von Lotabweichungen in einem Triangulationsnetz 1. Ordnung (Teilnetz des RETrig). Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.

[4] *E. Grafarend,* Statistische Modelle zur Prädiktion von Lotabweichungen. Symposium Geodäsie und Geophysik der Erde, Potsdam 1970 (vgl. Vermessungstechnik, Februar 1971).

[5] *S. Heitz,* Eine astronomisch-geodätische Geoidbestimmung für Westdeutschland. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 167, Frankfurt 1969.

[6] *W. Keller,* Geometrische Netzausgleichung des schweizerischen Anteils am europäischen Triangulationsnetz. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Februar 1969; Procès-verbal 115, 1970.

[7] *N. Wunderlin,* Berechnungen am Netz 1. Ordnung der schweizerischen Landestriangulation. Bericht an die Schweiz. Geodätische Kommission, Mai 1971; Procès-verbal 117, 1972.


*6.2 Computerprogramme*

Alle hier beschriebenen Arbeiten wurden auf dem Computersystem CDC6400/6500 des RZ ETH Zürich durchgeführt. Folgende Programme des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie ETH-Z wurden hauptsächlich verwendet:

| Programm | Verwendung | Zweck | Verfasser | Sprache |
|---|---|---|---|---|
| ASTROLA | 3.2 | Astronomische Lotabweichungen | El | F |
| MHSTAT | 3.3 | Kontrolle mittl. Höhen Stationsumgebungen | El | F |
| MHBLOCK | 3.3 | Kontrolle mittl. Höhen Block | El | F |
| MHBAND | 3.3 | Speichern mittl. Höhen auf Band | El | F |
| LASRM | 3.3 | Lotabw. und Schwerered. aus Massen | El | A |
| LAINT | 3.5 | Lotabweichungsinterpolation | El | A |
| LAHORI | 4.1 | Einfluß Lotabw. auf Richtungen | El | F |
| DREIWID | 4.2 | Dreieckwidersprüche | El | F |
| NETZ-3D | 4.3 | Netzausgleichung (2- oder) 3-dim. | Ae/El | A |
| HELMERT | 4.3 | Ebene Helmerttransformation | Sch/El | F |

Verfasser: Ae: H. Aeschlimann
El: A. Elmiger
Sch: T. Schenk

Sprache: A: Algol 60
F: Fortran IV

## 7. Liste der Beilagen mit Erläuterungen

*1. Schweizerisches Triangulationsnetz 1. Ordnung*
Übersicht über die Netze: RETrig-Block CH/Landesnetz Schweiz.

*2. Lotabweichungen aus Massen*
a) Einzugsgebiet der mittleren Höhen der Schweiz
b) Resultate von Lotabweichungsberechnungen (Beispiel): Teil des Outputs, Programm LASRM

*3. Lotabweichungsinterpolation* (Einheit: Sexagesimale Sekunden)
a) Outputteil des Programms LAINT für Lotabweichungsinterpolation über die ganze Schweiz mit den Cogeoidfunktionen:
P7: Gew. Polygnom, Grad 7
F2: Fourierreihe, Ordnung 2
b) Zusammenstellung der interpolierten Lotabweichungen:
Lotabweichungen aus Massen + interpolierte reduzierte Lotabweichungen = «interpolierte» Lotabweichungen im System Schweiz, Korrekturen für Übergang System RE50; Lotabweichungen im System RE50.

*4. Übersichtsplan*
Verwendete beobachtete und interpolierte Lotabweichungen auf allen Stationen 1. Ordnung. (Diese und die folgenden Planbeilagen enthalten noch weitere hier nicht benötigte Angaben über Distanzmessungen, Basisvergrößerungsseiten usw.)

*5. Einfluß der Lotabweichungen auf die Richtungen*
Output des Programms LAHORI: Beispiele.

*6. Dreieckwidersprüche*
Output des Programms DREIWID: Zusammenstellung aller Dreieckwidersprüche mit und ohne Lotabweichungen für RETrig-Block CH.

*7. Einfluß der Lotabweichungen im freien Richtungsnetz mit den beiden Festpunkten: Ruinette und Pfänder*
*a) RETrig-Block CH:* Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen; mittlere Fehlerellipsen, die sich auf die Punktgenauigkeit im Netz, *nicht* auf die angegebenen Verschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen beziehen.
*b) Landesnetz Schweiz* mit gleichen Festpunkten: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen.

*8. Vergleich der freien Richtungsnetze (mit und ohne Lotabweichungskorrekturen) durch Helmerttransformation*
a) RETrig-Block CH: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen nach Helmerttransformation
b) Landesnetz Schweiz: Punktverschiebungen durch Lotabweichungskorrekturen nach Helmerttransformation