

Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 74 (1976)

Heft: 7

Artikel: Anmerkungen zur Drainhydraulik

Autor: Widmoser, P.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-228352>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 15.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Anmerkungen zur Drainhydraulik

P. Widmoser

Résumé

Quelques réflexions théoriques sur l'hydraulique des drains sont pour le praticien d'un intérêt direct. L'auteur décrit plusieurs données qui influencent le reflux de l'eau vers les drains. Ces paramètres peuvent être respectés ou favorablement influencés aussi bien par le responsable du projet que par le chef du chantier ou par le constructeur des tubes. Le débit spécifique des drains dépend aussi de ces données. Pour plusieurs tubes le coefficient rugosité est indiqué, permettant le dimensionnement du tube. Il en résulte qu'un assainissement efficace demande des réflexions soignées.

Auf Grund hydraulischer Überlegungen, welche durch Rechen- und Messergebnisse gestützt sind, werden im folgenden einzelne Kapitel aus der Drainhydraulik besprochen. Es ist dabei nötig, von den in der Natur vielfältigen Formen der Randbedingungen einzelne Gruppen zu abstrahieren. Sache des Praktikers ist es, diese zu interpretieren und auf sein konkretes Projekt anzuwenden.

1.0 Die kritische Abflussspende q_{kr}

Darunter sei jene Wassermenge pro Zeit- und Flächeneinheit (zum Beispiel in l/s.ha) verstanden, die von einer Drainfläche abgeführt werden soll. Diese Menge ist bereits hinsichtlich des Entwässerungszieles diskutierbar (Ertragssicherung und/oder Steigerung, Befahrbarkeit mit landwirtschaftlichen Fahrzeugen, Hangkonsolidierung). Sie ist es aber auch vom hydraulisch-technischen Standpunkt aus. Dies soll Tabelle 1 zeigen, wobei hinzuweisen ist, dass alle dort angeführten Drainagen mit befriedigendem Drainerfolg abgeschlossen wurden.

Tabelle 1 Spitzenwerte gemessener Abflussspenden in verschiedenen Drainanlagen (keine Fremdwasserzutritte). Angaben nach Feichtinger/Petrascheck.

Drain-anlage Ort	Gelände- neigung %	K-Wert cm/s	Drain- abstand m	Drain- tiefe m	Abfluss- spende l/s.ha
Laa	0,5–1,5	$2 \cdot 10^{-4}$ *	20	1,00	0,4
Söllheim	0	$2 \cdot 10^{-4}$	19	1,10	2,0
Purgstall	2–5	$2,5 \cdot 10^{-5}$ **	22	1,20	6,0
Purgstall	2–5	$2,5 \cdot 10^{-5}$ **	18	1,20	6,0
Purgstall	2–5	$2,5 \cdot 10^{-5}$ **	14	1,20	6,0
Gurnigel	16–20	10^{-5}	6	0,60	30,0

* plus Sandschicht in 1 m Tiefe mit K-Wert von 10^{-3} bis 10^{-2}

** plus Ackerkrume 30 cm stark mit K-Wert $3 \cdot 10^{-2}$

Die beobachteten Werte liegen zum Teil weit neben den üblichen Schätzwerten (für den Bereich des Alpenraumes etwa zwischen 2 und 4 l/s.ha). Die neue DIN-1185 (Dräming) ist in der Definition der Abflussspende weit flexibler als die vorangegangene Norm.

Bezieht man, ähnlich wie in der Kanalisation, Speicherung und Abflussverzögerung im Boden, die sehr ver-

schieden sein können, in die Überlegungen mit ein, so wird man von den streuenden Werten nicht mehr überrascht sein.

Man kann bezüglich der Abflussspenden von zwei verschiedenen Grundmodellen ausgehen:

a) das variable System:

Von einem, durch Starkregen gehobenen Grundwasserspiegel ausgehend (dieser kann eventuell bis zur Bodenoberfläche reichen), soll innerhalb einer vegetationsbedingten Frist eine bestimmte Absenkung erreicht werden (siehe dazu Bild 1). Die kritische Abflussspende q_{kr} ergibt sich dann aus der festgelegten Absenkgeschwindigkeit und dem Speichervermögen des Bodens.

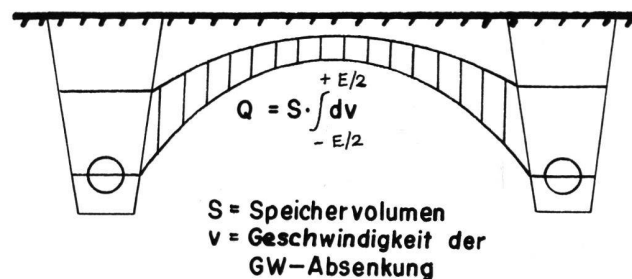


Abb. 1 System der GW-Absenkungen (schematisch)

Theoretische Bedeutung: Lösung komplizierter Bewegungsgleichungen, Modellversuche mit Öl zwischen Glasplatten.

Praktische Bedeutung: Modellfall für Gegenden mit zeitlich und intensitätsmässig stark unterschiedlicher Regenverteilung; zum Beispiel Tropen, Gebirgstäler. Für systematische Drainung im Flachland; Bemessung zum Beispiel nach Nomogramm von Guyon.

b) das stationäre System (régime permanent):

Hier soll ein bestimmter Grundwasserspiegel, der zum Beispiel je nach Nutzung festgelegt wird (etwa 30 cm unter Gelände bei Grünland, 50 cm bei Ackerland), für einen einzusetzenden Bemessungsregen nie überschritten werden. Dieser Bemessungsregen ist der kritischen Abflussspende q_{kr} gleichzusetzen (siehe Bild 2). Bei seiner Auswahl wird einerseits die Häufigkeit, mit welcher der festgelegte Grundwasserspiegel überschritten werden darf, massgebend sein, andererseits seine Dauer. Sie wird festgelegt durch das Bodenspeichervermögen zwischen dem in der Trockenperiode abgesunkenen Wasser- und dem erlaubten oberen Grundwasserspiegel.

Theoretische Bedeutung: Lösung relativ einfacher Potentialgleichungen. Für systematische Drainage im Flachland Drainformel oder Nomogramm zum Beispiel von Hooghoudt (siehe dazu DIN 1185; Eggelsmann).

Praktische Bedeutung: Modellfall für Gegenden mit relativ gleichmässigen, langandauernden und wenig intensiven Niederschlägen, zum Beispiel atlantisches Klima (Holland, Norddeutschland).

Zusammenfassung:

q_{kr} ist abhängig von den Regencharakteristika und dem Speichervermögen des Bodens (Desorptionsverhalten des Bodens, Drämtiefe, indirekt auch Geländeneigung).

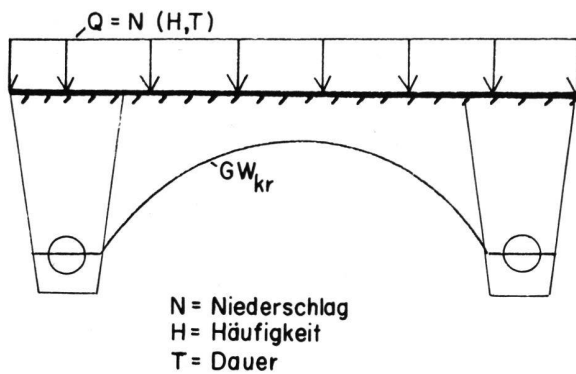


Abb. 2 System des kritischen GW-Spiegels (schematisch)

Bezüglich der Regen zeigt sich, dass Regen mit der Dauer bis zu einigen Tagen für die Bodenvernässung kritisch sind. Kürzere Regen, aber auch längerdauernde haben eine zu geringe Gesamtniederschlagssumme, um durchschnittliches Speichervermögen (etwa Lehm Boden, Draitiefe 1,0 m) zu überschreiten. Tabelle 2 gibt Größenordnungen von Stunden- und Tagesregen an. Eine Statistik von Tagesregen der Schweiz, bearbeitet vom Verfasser, ist derzeit im Druck (Schweiz. Bauzeitung).

Tabelle 2 Intensitäten von Stundenregen in Bern, abhängig von der Häufigkeit ihres Auftretens (nach Hörler und Rhein)

Häufigkeit des durchschnittlichen Auftretens pro Jahr	Intensität	Summe Niederschlag
n	l/s.ha	mm
10,0	16,0	5,8
5,0	26,8	9,6
2,0	42,6	15,4
1,0	53,4	19,2
0,5	66,6	24,0
0,25	80,0	28,8
0,1	106,6	38,3

Bezüglich des Speichervermögens ist unter anderem die Desorptionskurve (siehe Bild 3) zu beachten. Pro 1 m Bodentiefe speichern schwere Böden etwa 0,03 m, sehr leichte Böden etwa 0,40 m.

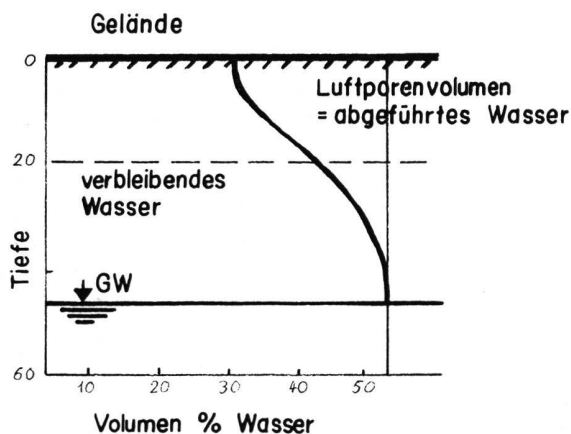


Abb. 3 Endzustand der GW-Absenkung (schematisch)

Je kleiner das Bodenspeichervermögen und je flacher die Drains liegen (vergleiche in Tab. 1 Drainanlage Gurnigel), um so höher ist das in die Drainformel einzusetzende q_{kr} , um so höher sind die durch Sauger und Sammler abzuführenden Spitzen.

2.0 Die Zuflussleistung zum Drainrohr

Mit dem nach Abschnitt 1.0 geschätzten q_{kr} können für die systematische Drainung im Flachland die für die Projektausführung nötigen Daten, wie Drainabstand in Funktion der Draintiefe usw., zum Beispiel aus den bereits erwähnten Nomogrammen oder Formeln abgeleitet werden.

Diese bauen auf bestimmten Voraussetzungen auf (zum Beispiel gleiche Durchlässigkeit im Draingraben wie im standfesten Boden usw.), die hier nicht näher besprochen werden. Sie sind bei Verwendung der Nomogramme ersichtlich.

Der Projektant soll sich aber über Abweichungen von diesen Voraussetzungen klar sein. In Tabelle 3 werden einige wichtige Einflussfaktoren auf den Zufluss zum Drainrohr angeführt:

Tabelle 3

Boden	Meteorologie
- K-Wert (einschliesslich Änderungen in meist horizontalen Schichten, Hohlängen, Bodenrissen) - Speichervermögen (Draintiefe, Desorptionsverhalten abhängig von Porenverteilung) - Geländeneigung	- Schneeschmelze - Niederschlagsverteilung (Intensität, Dauer, Häufigkeit)
Verlegung	Drainmaterial
- Verlegesorgfalt (Zuströmmöglichkeiten im Drainbereich) - Drainabstand, Draintiefe - Filtereinbau - Sicherung des Leitungsfalles	- Rohrmaterial Querschnittsbemessung; Art, Grösse und Anordnung der Eintrittsöffnungen - Filtermaterial (dazu K-Wert und Mächtigkeit)

2.1 Die Bodeneigenschaften

Neben der Durchlässigkeit an sich haben Änderungen der Durchlässigkeit einen grossen Einfluss auf die Zuflussleistung. Solche Änderungen sind sehr häufig schon von Natur aus in Form von Bodenschichtung bei Entwässerungsböden vorhanden (Alluvialböden, Illuvialhorizonte). Die oberen 20–40 cm der Bodenschichte mit meist intensiverem Bodenleben und grösserem Humusgehalt sind aus diesem Grund häufig durchlässiger als die darunter liegende Schichte. Diese Schichtungen sind im Draingraben fast immer leicht erkennbar und bei der Drainverlegung unbedingt zu beachten.

Bild 4 gibt die errechnete Zuflussleistung in Abhängigkeit vom Verhältnis Draintiefe zu Draindurchmesser bei geschichteten Böden. In der Figur links zeigt die äusserste Kurve rechts zum Beispiel den Einfluss einer undurchlässigen Schichte (eine Schichte kann als undurchlässig gelten, wenn ihr K-Wert etwa $1/100$ des K-Wertes im Oberboden beträgt).

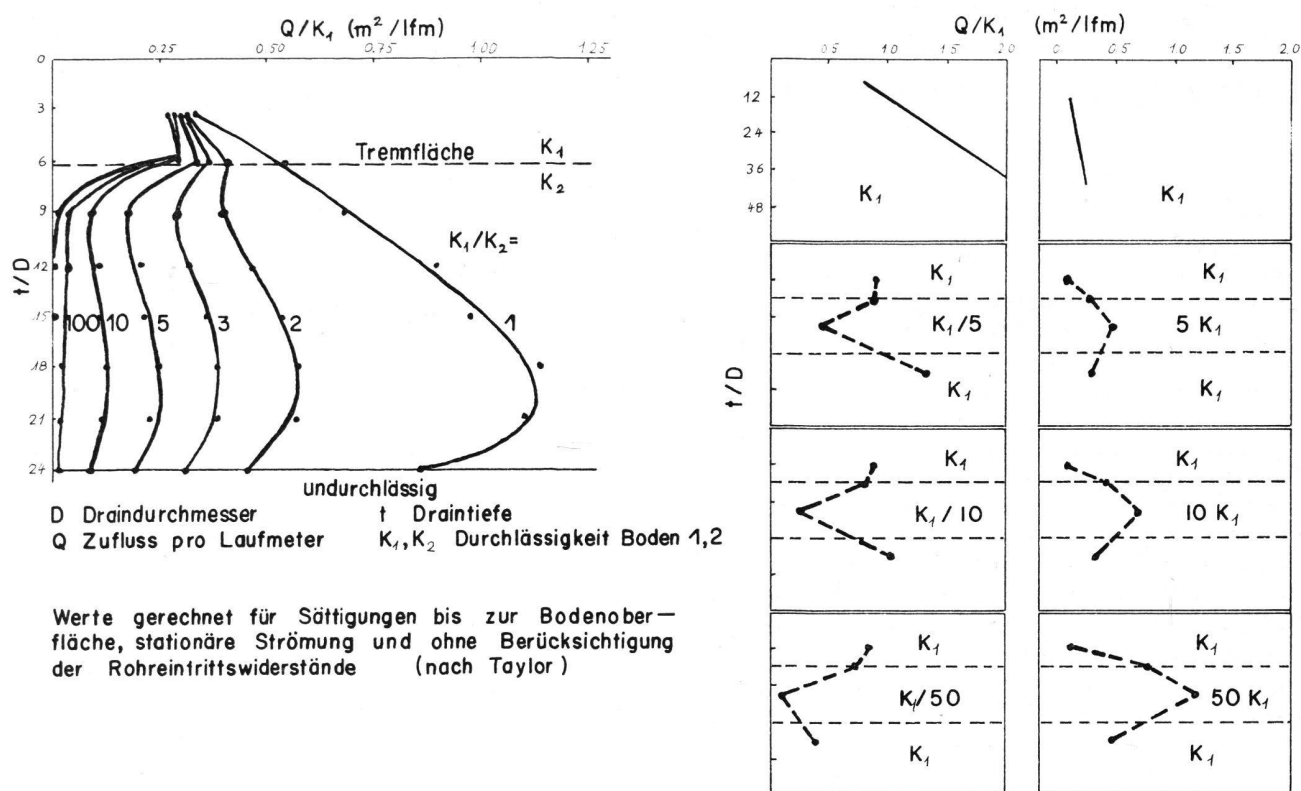


Abb. 4 Abhängigkeit des Drainzuflusses von der Draitentie und den Durchlässigkeiten in mehreren Bodenzonen

Beispiel: Draindurchmesser $D = 5 \text{ cm}$

Lage der undurchlässigen Schichte in 1,20 m Tiefe

Zufluss $Q = 0,8 \cdot K$ bei Rohr in 1,20 m Tiefe
 $Q = 1,1 \cdot K$ bei Rohr in 1,00 m Tiefe
 $Q = 0,8 \cdot K$ bei Rohr in 0,60 m Tiefe

Die Kurve ($K_1/K_2 = 2$) in Figur links zeigt zusätzlich den Einfluss einer lockeren, oberen Bodenschichte.

Beispiel: Draindurchmesser $D = 5 \text{ cm}$

Der Bereich von 0,30 bis 1,20 m hat nur die halbe Durchlässigkeit der oberflächlichen Humusschichte.

Zufluss $Q = 0,45 \cdot K$ bei Rohr in 1,20 m Tiefe
 $Q = 0,55 \cdot K$ bei Rohr in 1,00 m Tiefe
 $Q = 0,45 \cdot K$ bei Rohr in 0,60 m Tiefe

Figur rechts in Bild 4 zeigt den Einfluss bei 3schichtigen Böden. In der linken Spalte hat die Mittelschichte jeweils einen kleineren K -Wert, als ihn die Nachbarschichten aufweisen, in der rechten Spalte jeweils einen größeren. Zusätzlich ersieht man an den beiden oberen Geraden den linearen Einfluss der Draitentie auf den Zufluss, wenn der gesamte Bodenbereich homogen ist (beachte verschiedene Skaleneinteilung längs der x-Achse). Weitere Folgerungen sind dem Leser überlassen. Sollte aus irgendwelchen Gründen die Verlegung des Drains in einem relativ günstigen Bereich nicht möglich sein, so wird eine Verbindung mit diesem mittels Filter empfohlen.

2.2 Der Drainbereich

Der Zufluss zum Drain reagiert sehr empfindlich auf Änderungen in Drainnähe. Diese können aus Änderungen in der Durchlässigkeit (Einbringen von Filtermaterial, Verdichtung durch Begehen der nassen Grabensohle, Durchlässigkeit des verfüllten Draingrabens usw.) oder der Randbedingungen für die Strömung (Lage einer relativ dichten Grabensohle in bezug auf den Drain, Eintrittsöffnungen, Luftblasen in Nähe der Eintrittsöffnungen, Sorgfalt bei der Verlegung von Tonrohren hinsichtlich Fugenabstände, Verstopfung der Schlitzes usw.) bestehen.

Alle Drainformeln wie auch die rechnerischen Ergebnisse von Bild 4 nehmen als Vereinfachung «volldurchlässige» Rohre an.

Es konnte vom Verfasser nachgewiesen werden, dass die Eintrittswiderstände von handelsüblichen Ton-, aber auch Kunststoffrohren in bestimmten Fällen von hydraulischen Randbedingungen etwa 30 bis 40 % des gesamten Zuströmwiderstandes ausmachen können. Dies würde bedeuten, dass in diesen Fällen 30 bis 40 % weniger zum Drain fließt als vorgesehen. Dass die Drainformeln dennoch «funktionieren», mag nicht nur an dem etwas dehnbaren Begriff des landwirtschaftlichen Drain-erfolges liegen, sondern auch daran, dass der Draingraben meist lockerer als der gestandene Boden ist und damit Rohreintrittsverluste kompensiert.

Bild 5 lässt auf eine Zuströmung zu einem lockeren Draingraben schließen.

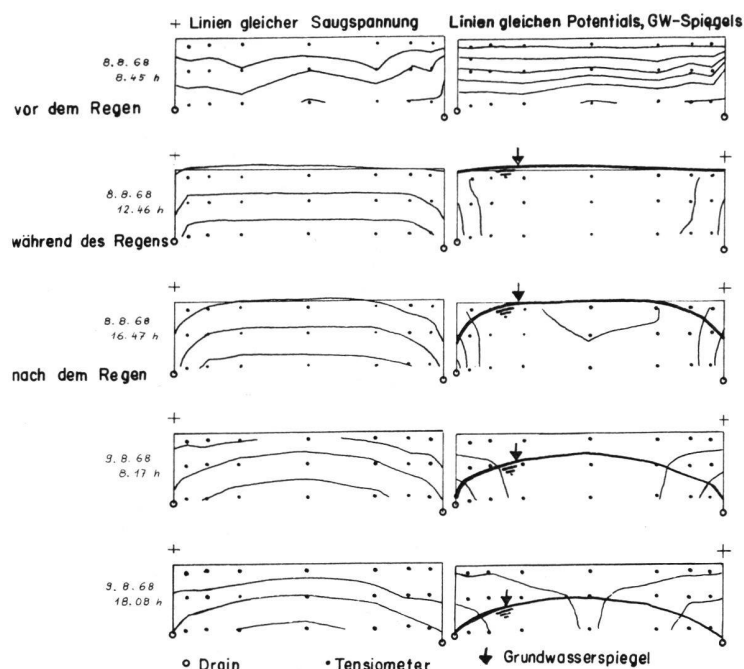


Abb. 5 Messungen von Saugspannungen auf einer Versuchsfläche des IfK (H. Kühnel)

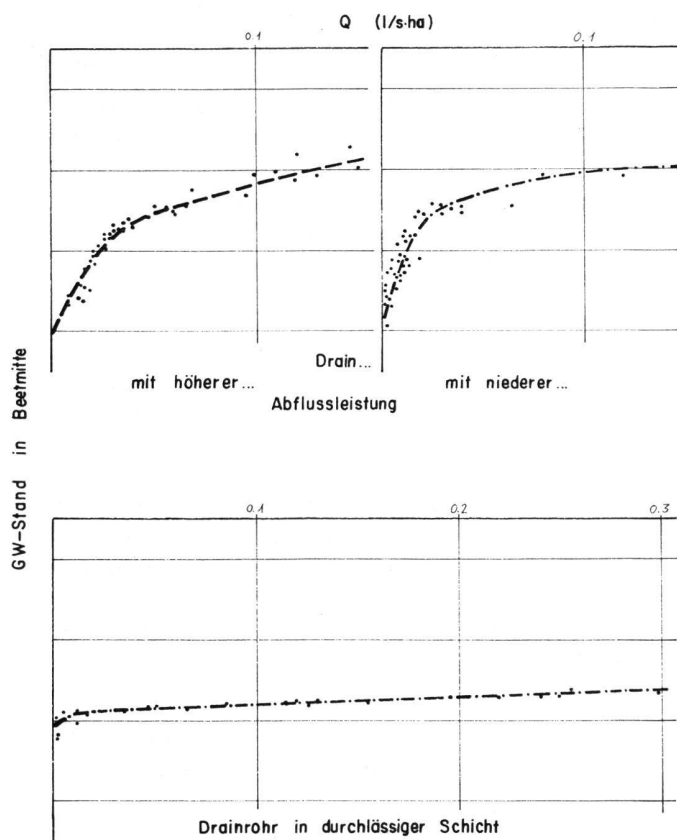


Abb. 6 Beziehung Grundwasserstand (GW) zu Drainabfluss (q), (Messwerte nach F. Feichtinger)

Es sind aber keine Durchlässigkeitswerte aus Rohrgräben, die mit Grabenaushub wieder verfüllt wurden, bekannt. Hinweise deuten darauf, dass bei strukturschwachem Material, welches zum Beispiel bei Regen verfüllt wurde, der K-Wert auch niedriger als jener des Bodens sein kann. Sind die K-Werte im Draingraben oder auch

nur im Drainbereich geringer als am gestandenen Boden, so sind stark reduzierte Zuflussleistungen die Folge. Dabei lässt sich nachweisen, dass Verdichtungen um das n-fache den Drainzufluss weit mehr reduzieren als Lockerungen um das n-fache jenen erhöhen.

Dass die Verlegung des Rohres unmittelbar auf eine eventuell verdichtete Grabensohle eine Reduktion der Zuflussleistung (gegenüber der günstigsten Lage beträgt diese wahrscheinlich etwa 25 %) bewirkt, wurde im Abschnitt 2.1 bereits erwähnt.

Auf diese Empfindlichkeiten des Drainbereiches sollten Vorarbeiter und Arbeiter einer Drainpartie hingewiesen werden.

Ein Beispiel für den Zusammenhang von Grundwasserständen und Zuflussleistung bei «guten und schlechten» Drainbereichen zeigen die Messwerte von Bild 6, die von ein und derselben Versuchsanlage stammen.

2.3 Der Draingraben mit hoher Durchlässigkeit

Hat der Projektant sich entschlossen, den Draingraben mit gut durchlässigem Material zu verfüllen, so gelten die Aussagen in Abschnitt 2.2 praktisch nicht mehr.

Die Erkenntnisse aus Abschnitt 2.1 über Bodenschichtungen können angenähert auf diese nun «horizontale» Schichtung angewandt werden. Der verfüllte Graben wird sich in sehr guter Annäherung hydraulisch wie ein offener Graben verhalten. Auch Rohre mit relativ grossen Eintrittswiderständen schlucken das Wasser, das in geringen Mengen aus dem undurchlässigen Boden geliefert wird.

Für ebenes Gelände ist dann die Bemessung nach Diserens-Donat üblich. Für geneigtes Gelände werden die Arbeiten von Prof. Richard Anwendung finden. Geneigtes Gelände bedarf allerdings in diesem Falle beziehungsweise des Drainzuflusses wieder einer gesonderten Überlegung, wenn man die Zuflüsse während des Regens berücksichtigt.

2.4 Aufteilung des Zuflusses bei geneigtem Gelände

Es wird hier auf Bild 7 verwiesen. Feichtinger berichtet, dass für das in Bild 7 skizzierte Gelände mit 5 % Neigung (Boden dicht, Draingraben und Humusschicht durchlässig) sich der Spitzenabfluss von 6,3 l/s/ha ungefähr folgendermassen verteilt hat.

4,5 l/s/ha aus oberirdischem Abfluss, im lockeren
1,5 l/s/ha aus Humusschichte
0,3 l/s/ha aus dichtem Boden
Draingraben eingesickert

2.5 Strömung im Filter bei geneigtem Rohrgraben

Es wurde bei geneigten Rohrgräben, die mit Filtermaterial gefüllt waren, eine Strömung im Filter beobachtet, die zur Beunruhigung führte. Praktische Massnahmen, wie Stauplatten oder Lehmriegel, wurden ersonnen, um dem Wasser den rechten Weg zu weisen. Diese Verkehrsregelung wirkt nur:

- für Rohre mit Halbschalencharakter (keine Eintrittsöffnungen unten),
- bei Wasserständen im Rohrgraben, die nicht höher als bis zur tiefsten Loch- beziehungsweise Schlitzreihe reichen.

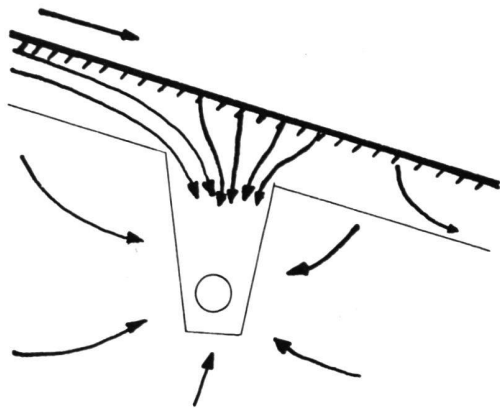


Abb. 7 Strömungsverhältnisse bei geneigtem Gelände mit gut durchlässigem A-Horizont (schematisch)

Andernfalls wird das durch die Stauplatte ins Rohr gezwungene Wasser hinter der Stauplatte wieder aus dem Rohr austreten.

In geneigtem Gelände besteht an sich auch ohne Rohr ein Druckgefälle. Gibt es eine angenähert zur Hangoberfläche parallel geneigte undurchlässige Schichte (Rohrgrabensohle), so steht dieses senkrecht zur Hangoberfläche. Wird ein Rohr eingelegt, welches mit dem äusseren Luftdruck in Verbindung steht, so wirkt das Rohr als Senke, und es entsteht ein zusätzliches Druckgefälle senkrecht zum Rohr. Die zwei Druckfelder überlagern sich. Steht bei hohem Wasserandrang der Wasserspiegel über der Rohroberkante, so wird sich eine Strömung nach Bild 8 ergeben, zusammengesetzt aus einer hangparallelen und einer senkrecht zu den Rohrschlitten gerichteten Partialströmung.

Der Sinn der Stauplatten liegt jedoch in einer Gefällsverminderung (wie der gestufte Ausbau eines Bachlängsprofiles), wobei hohe Fliessgeschwindigkeiten im Filter und damit eventuell zusammenhängende Erosion verhindert wird.

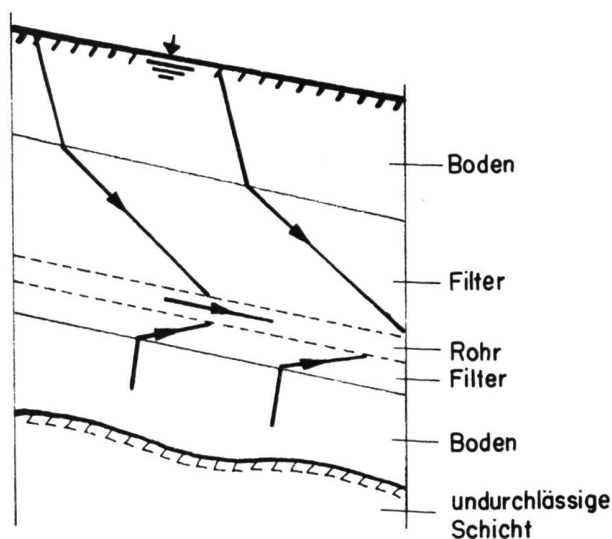


Abb. 8 Längsströmung im Filter bei geneigtem Gelände (schematisch)

3.0 Die Abflussleistung im Drainrohr

Der Rohrabfluss für Drainagerohre wird nach Manning Strickler gerechnet, die in allgemeiner Form lautet:

$$v_m = K \cdot R^a \cdot J^b$$

v_m [m/s] mittlere Abflussgeschwindigkeit
 K [m^{1-a}/s] Reibungsbeiwert
 R [m] der hydraulische Radius
 J Energieliniengefälle

Für Tonrohre und, entsprechend Versuchen in Deutschland und Schweden, für schwach unter Druck laufende Kunststoffrohre ohne Ablagerungen gelten die Koeffizienten von Tabelle 4:

Tabelle 4 Koeffizienten für Ton- und Kunststoffrohre

	Tonrohre			glatte KD-Rohre			gewellte KD-Rohre		
	K	a	b	K	a	b	K	a	b
BRD	65	0,667	0,500	182	0,719	0,569	60	0,635	0,498
Schweden	65	0,667	0,500	206	0,718	0,570	77,5	0,665	0,493

Die Unterschiede der einzelnen Rohrtypen machen sich um so mehr bemerkbar, je grösser das Gefälle ist. Tonrohre und gewellte Kunststoffrohre haben etwa die gleiche Abflussleistung, glatte Kunststoffrohre eine höhere. Bei grösseren Gefällen und hohem Wasserandrang scheint obige Formel jedoch nicht mehr zu gelten. Durch mangelnden Luftdruckausgleich kommt es zu stossartigen Abflüssen, die wohl ziemlich unter den errechneten liegen dürften.

4.0 Böden mit hoher Wassersorption

Zu- und Abfluss können durch einen einzigen begrenzenden Einflussfaktor eingeschränkt und damit der Drainerfolg in Frage gestellt sein. Diese Begrenzung liegt oft im Boden selbst (Flyschböden). Es wird für landwirtschaftliche Zwecke zum Beispiel verlangt, dass etwa 24 Stunden nach dem Regen die oberen 20–30 cm der Bodenschichte wieder ein Luftporenvolumen von etwa 15 % aufweisen; Böden mit hoher Sorption weigern sich, bei den der Draintiefe entsprechenden Saugspannungen von etwa 100 cm, die entsprechende Wassermenge abzugeben.

Die Mittel der Drainage müssen versagen. Das hohe Sorptionsvermögen muss auf andere Weise (Maulwurfdrainage mit Lockerwirkung, Tieflockerung) erreicht werden (siehe auch DIN 1185).

Literatur

- DIN 1185: Blatt 1 bis 4, Beuth-Vertrieb, Berlin 30.
 Diserens, E.: Beitrag zur Bestimmung der Durchlässigkeit des Bodens in natürlich gelagerten Böden. Schweiz. landw. Monatshefte, 12: 188–197 und 204–212, 1934.
 Donat, J.: Die Saugstrangentfernung bei Dränungen in Mineralböden. Wasserwirtschaft und Technik, Wien, 2: 207–211, 1935.

Eggelsmann, R.: Drainanleitung, Verlag Wasser und Boden, Hamburg, 1973.
 Feichtinger, F.: Die Wasseraufnahmefähigkeit der Drainrohre. Österr. Wasserwirtschaft, 11, 1966.
 Guyon, G.: Les caractéristiques du drainage et le calcul de ses dimensions écartement et profondeur des drains. Bulletin technique du Génie Rural, Nr. 58, 1962.
 Hörler, A. und Rhein, M. R.: Die Intensität der Starkregen der Schweiz. Schweiz. Zeitschrift für Hydrologie, 24, 1962.
 Kühnel, H.: Untersuchungen des Drainerfolges an 50 Jahre alten Anlagen. Diss. ETH-Z, Nr. 4352, 1969.
 Petrascheck, A.: Über die Wirkung systematischer Entwässerungen in Hanglagen. Diss. ETH-Z, Nr. 5079, 1973.
 Richard, F.: Der Bodenhaushalt (Sorptions und Desorption in schwer durchlässigen Böden). Schweiz. Zft. Verm., Kulturtechnik und Photogrammetrie, 62: 153–176, 1964.

Taylor, G.: Drainable porosity evaluation from outflow measurements and its use in drawdown equations. Soil. Science, 90: 338–343, 1960.
 Widmoser, P.: Einige Folgerungen aus der Theorie der Zuströmung zu Drainrohren. Wasser und Boden, 2: 34–40, 1972.
 Widmoser, P.: Häufigkeit und Erhaltungsneigung bei Tagesregen von 14 Stationen der Schweiz. Schweiz. Bauzeitung (im Druck).

Adresse des Verfassers:
 PD Dr. Peter Widmoser, Institut für Kulturtechnik/ETH Zürich, derzeit Ass. Prof. an der University of Daressalam, P. O. Box 35 131, Daressalam 8703 Erlenbach, Fischerweg 14

Rationelle Behandlung der dreidimensionalen Geodäsie

I. Bauersima und M. Schürer

Résumé

La géodésie tridimensionnelle est développée en employant des vecteurs et des matrices. On reçoit ainsi des formules concises et claires.

Der Zugang und die Einsicht in die dreidimensionale Geodäsie werden erschwert durch die im allgemeinen angewandte sphärische Trigonometrie. Verwendet man Vektoren und Matrizen, so lassen sich die Hauptprobleme auf wenigen Zeilen darstellen, und die Gleichungen sind zudem «computergerechter».

In jedem Beobachtungspunkt P kann ein lokales kartesisches Koordinatensystem festgelegt werden, mit der 3. Achse nach dem Zenit (materiell realisiert durch einen horizontalen Theodoliten) und der 1. Achse in einer horizontalen erdfesten Richtung (materiell realisiert durch einen zweiten terrestrischen Punkt Q und durch einen a priori angenommenen horizontalen Winkel α zwischen der 1. Koordinatenachse und der Projektion der Richtung PQ auf die Horizontalebene).

Sei nun $\vec{u}$ ein freier Vektor. Wir bezeichnen mit $\mathbf{u}$ beziehungsweise $\mathbf{U}$ die Spaltenmatrix der Komponenten dieses Vektors in dem lokalen, beziehungsweise in einem zentralen kartesischen Koordinatensystem mit dem Nullpunkt in C. Es gilt dann:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{U} \quad (1)$$

Hier ist $\mathbf{A}$ eine Rotationsmatrix (das lokale und das zentrale System als gleichorientiert vorausgesetzt, in unserem Falle Linkssysteme), die sich im allgemeinen eindeutig aus drei elementaren Rotationsmatrizen zusammensetzen lässt, so dass

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_i(\beta) \mathbf{R}_j(\gamma) \mathbf{R}_k(\delta)$$

wenn nur $i \neq j$ und $j \neq k$. Die elementare Rotationsmatrix $\mathbf{R}_i(\beta)$ stellt eine Rotation um den Winkel β um die i-te Achse dar. Im Hinblick auf die wichtigste Lage des zentralen Systems setzen wir $\mathbf{A}$, wie aus der Figur 1 folgt, zusammen.

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_3(\omega) \mathbf{R}_2(\Phi - \pi/2) \mathbf{R}_3(\pi + \lambda), \quad \text{wobei}$$

$$\omega = \alpha - \pi - \alpha$$

In der Figur 1 und weiterhin sind die Koordinaten im zentralen System mit X, Y, Z bezeichnet, im lokalen System mit ξ, η, ζ .

Die unsern Beobachtungen am Beobachtungspunkte P zugänglichen Größen sind die Polarkoordinaten r, z, α

des Vektors $\vec{PQ}$ im lokalen System und – astronomisch – die Polarkoordinaten Φ und λ der Richtung der ζ -Achse und der Orientierungswinkel $\omega = \alpha - \pi - \alpha$ der ξ -Achse im zentralen System. Dabei ist r die Entfernung $\vec{PQ}$, z die Zenitdistanz und α der horizontale Richtungswinkel der Richtung $\vec{PQ}$.

Wir setzen von nun an $\vec{PQ} = \vec{u}$. Die in (1) stehenden Spaltenmatrizen $\mathbf{u}$ und $\mathbf{U}$ bekommen somit folgende Bedeutung:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} r \sin z \cos \alpha \\ r \sin z \sin \alpha \\ r \cos z \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} X_Q - X_P \\ Y_Q - Y_P \\ Z_Q - Z_P \end{bmatrix}$$