

Zeitschrift: Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK = Mensuration, photogrammétrie, génie rural

Herausgeber: Schweizerischer Verein für Vermessung und Kulturtechnik (SVVK) = Société suisse des mensurations et améliorations foncières (SSMAF)

Band: 81 (1983)

Heft: 10

Artikel: Untersuchung über die Genauigkeit der Blockausgleichung nach der Bündelmethode

Autor: Parsic, Z.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-231656>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

berechnen kann, erhalten wir bei bekannter Höhe die Oberflächendichte äusserst scharf (siehe Tabelle, Spalte 2, Werte in Klammer). Andererseits würde die Gleichung 6.5 [4] bei bekannter Höhe des Messpunktes die mittlere Dichte bis zum Bezugsniveau sphäroid geben.

Durch Vergleich dieser beiden Dichten wären aufschlussreiche Aussagen über den Untergrund möglich. Das heisst also, dass diese gravimetrische Dichtebestimmung, bei der nur zwei Gravimettermessungen notwendig sind, auf einfache Art aufschlussreiche Dichtewerte für die Lagerstättenforschung liefern könnte.

Die vereinfachte Gleichung 4.12 [4] ist für zwei verschiedene Messpunkte der physischen Erdoberfläche gedacht.

$$h_2 - h_1 = \frac{g_2 - g_1 + \Delta y_0}{\frac{\partial g_2}{\partial h} - 2 \frac{\partial y}{\partial h}} + \frac{(\frac{\partial g_1}{\partial h} - \frac{\partial g_2}{\partial h}) h_1}{\frac{\partial g_2}{\partial h} - 2 \frac{\partial y}{\partial h}} \quad 4.121$$

Nehmen wir die beiden Messpunkte in derselben Lotlinie an, wobei P_1 an der Oberfläche sein soll und P_2 ein zweiter Punkt dieser Lotlinie, aber an der Trennfläche mit einer anderen Dichte σ_2 , so lässt sich die Messungsdifferenz

$(g_2 - g_1)$ durch den Prey-Gradienten und die Höhendifferenz $(h_2 - h_1)$ ausdrücken, und die Höhe des zweiten Punktes P_2 ergibt sich schliesslich aus Gleichung 4.121 mit

$$h_2 = \frac{(g_1 - y_0 - h_1(\frac{\partial y}{\partial h} - 4\pi k^2 \sigma_1))}{\frac{\partial g_1}{\partial h} - (\frac{\partial g_1}{\partial h} - \frac{\partial g_2}{\partial h}) - (\frac{\partial y}{\partial h} - 4\pi k^2 \sigma_1)} \quad 4.122$$

Die Gradientendifferenz $(\frac{\partial g_1}{\partial h} - \frac{\partial g_2}{\partial h})$ lässt sich entweder durch Messung am anstehenden Felsen oder aus einer Bohrung bis zum Felsen oder aus der bekannten Dichte des Felsens σ_2 berechnen.

Im April 1982 wurden auf einem Rutschhang der Salzburger Autobahn auf einer Fläche von etwa 10 ha 300 Gravimettermessungen durchgeführt. Daraus wurden mit einer Gleichung, die in den oben angeführten Arbeiten abgeleitet wurde, 300 Höhenpunkte des unter dem Rutschhang gelegenen Felsens berechnet. Der aus diesen 300 Punkten abgeleitete Schichtenplan des unterirdischen Felsens wurde an die Autobahnverwaltung geliefert. Dieser gelang es mit Hilfe dieses Schichtenplanes, bauingenieurliche Massnahmen zu treffen, welche die Rutschungen stark eindämmten bzw. verhinderten.

Literatur

- [1] F. Helmert: Die mathematischen und physikalischen Theorien der Höheren Geodäsie, Nachdruck Minerva GesmbH, Frankfurt a. M. 1962.
 - [2] W. Embacher: Die Bestimmung der orthometrischen Korrektur des geometrischen Nivellements aus Lotabweichungen und aus dem Störpotential T. Ö. Z. f. V. 1980, Heft 1.
 - [3] W. Embacher: Ein Versuch zur Bestimmung des gestörten Schwerevektors aus lokalen Gravimettermessungen. Z. f. V. 1980, Heft 6.
 - [4] W. Embacher: Das Dynamische Nivellement. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 4/82.
 - [5] W. Embacher: Der Abstand zweier Niveauflächen aus Vertikalwinkeln. VPK, Fachblatt III/IV-75.
- Die umfassende Literatur zu dem vorstehenden Fachgebiet wurde in der Arbeit [3] bereits erfasst, es wird noch auf folgende Titel verwiesen:
- C. F. Baeschlin: Lehrbuch der Geodäsie. Orell Füssli, Zürich 1948.
- H. Bruns: Die Figur der Erde. P. Stankiewicz, Berlin 1878.
- K. Ledersteger: Astronomische und Physikalische Geodäsie. Jordan/Eggert/Kneissl, Handbuch der Vermessungskunde, Band V, J. B. Metzler, Stuttgart 1956/69.
- W. A. Magnitzky, W. W. Browar, B. P. Schimbrev: Theorie der Figur der Erde. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1964.

Adresse des Verfassers:
Prof. Dipl.-Ing. Dr. W. Embacher
Institut für Geodäsie Universität Innsbruck
Technikerstrasse 13, A-6020 Innsbruck

Untersuchungen über die Genauigkeit der Blockausgleichung nach der Bündelmethode

Z. Parsic

Zur Beurteilung der Genauigkeit der Blockausgleichung nach der Bündelmethode wurden drei Blöcke mit verschiedenartigem Bild- und Objektpunktmateriale untersucht.

Die Ergebnisse der Untersuchungen haben gezeigt, dass der Vergleich zwischen den tatsächlichen Resultaten (Block 1) und den Resultaten mit simulierten Daten (Block 3) keine zufriedenstellende Übereinstimmung gibt.

Damit stellt sich das Problem, wie man mit heutigen Mitteln die Leistungsfähigkeit aus den zur Verfügung gestellten Stützwerten beurteilen kann.

Afin de déterminer la précision d'une compensation par blocs selon la méthode des faisceaux, trois blocs avec différents types de signalisation des points et de film ont été analysés.

La comparaison des blocs 1 et 3 nous montre que les résultats effectifs (Bloc 1) et ceux des données simulées (Bloc 3) ne concordent pas de façon satisfaisante.

Ceci pose le problème suivant: comment peut-on à partir des informations à disposition et avec les moyens actuels analyser les capacités de telle compensation?

1. Allgemeine Problemstellung der Blockausgleichung

1972 wurde ein Programm für die Blockausgleichung nach der Bündelmethode von der ETH Zürich publiziert [10]. Mit diesem Programm wurden am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie mehrere Blockausgleichungen durchgeführt [7], [9], [11].

Die folgenden Untersuchungen über die Genauigkeit einer Aerotriangulation wurden mit einem modifizierten Programm der Bündelmethode an der CDC-Rechenanlage des Rechenzentrums der ETH ausgeführt.

In einer vorausgegangenen Veröffentlichung [8] wurde über die erzielten Genauigkeiten mit diesem Programm berichtet.

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich, Separata Nr. 56

Die theoretischen Untersuchungen über die Bündelmethode sind bekannt von [3], [6], [16].

Es wird hier die Frage gestellt, inwieweit die gewählte Methode für die Beurteilung der Genauigkeit bei praktischen Beispielen mit dem mathematischen Modell $F(y) = 0$ übereinstimmt (vgl. [13]).

Die Grundlage für eine überbestimmte Lösung der numerischen Photogrammetrie ist die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Diese ist nur unter der Voraussetzung theoretisch gerechtfertigt, wenn die a priori Fehler der in die Ausgleichung eingehenden Werte eine Gaussche Verteilung haben. Als Resultat erhält man dann die plausibelsten Werte der Unbekannten.

Sind diese Fehler nicht normalverteilt, dann sind die Resultate für die Unbekannten und die entsprechenden Genauigkeitsmasse nur mit Einschränkungen zu gebrauchen, weil, grundsätzlich gesprochen, mit einem falschen Rechenkalkül operiert wird.

Es ist bekannt, dass zumindest die Bildkoordinaten von einem Konglomerat mit zufälligen und systematischen Fehleranteilen behaftet sind. Will man die Auswirkungen derartiger Fehler auf eine Blocktriangulation studieren, bieten sich verschiedene Wege an.

Hier wurden anhand von Beispielen aus dem Material des Blockes «Oberschwaben» [1] einige Probleme mit der Methode der Blockausgleichung untersucht.

2. Untersuchungsmaterial, Koordinatenmessungen und Transformation von Komparatorkoordinaten

Für eine praktische Untersuchung wurde ein Teil des Blockes Oberschwaben der OEEPE-Block Zürich ausgewählt. Der untersuchte Block umfasst einen annähernd quadratischen Abschnitt und besteht aus 7 Streifen mit je 16 Bildern. Die Grösse des Blockes Zürich beträgt $35 \times 35 \text{ km}^2$.

Die Aufnahmedaten sind: einhundert-zwölf Weitwinkelaufnahmen mit Reihemesskammer RMK A Zeiss, Kammerkonstante $c = 153 \text{ mm}$, Bildmassstab 1:28 000, Überdeckungsverhältnisse 60% Längs- und 20% Querüberdeckung. Als Auswertematerial wurden Diapositivplatten verwendet. Die Pass- und Verknüpfungspunkte waren signalisiert.

Die Glasdiapositive der Luftbilder (2. und 3. Generation) wurden am Wild-Stereokomparator STK 1 am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich vom Verfasser stereogemessen. Die mit dem Komparator gemessenen Koordinaten wurden (mit einer Ähnlichkeitstransformation) in das Bildkoordinatensystem umgerechnet.

Bei der Reduktion der Bildkoordinaten auf den Bildhauptpunkt wurden die radial symmetrische Komponente der Verzeichnung des Objektives und die Refraktion mitberücksichtigt. In Tabelle 1 sind die mittleren Punktfehler in μm berechnet aus Doppelmessungen, aus den Modellen der verschiedenen Streifen und im gesamten Block angegeben. Der mittlere Punktfehler für alle gemessenen Bildkoordinaten des Blockes ergibt sich dabei zu:

$$m_p = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_{p_{xy}}^2}{n}} \mu\text{m}$$

mit $m_{p_{xy}}$ = mittlerer Punktfehler in den einzelnen Streifen und n = Anzahl der Streifen.

Streifen Nr.	Anzahl		Mittlerer Punktfehler in μm aus Doppel- messungen
	Punkte	Modelle	
2	477	15	3.3
4	496	12	2.6
6	526	15	3.1
8	496	15	2.5
10	520	15	2.4
12	526	15	2.5
14	518	15	2.5
Total	3559	105	$m_p = 2.7$

Tab.1 Mittlerer Punktfehler aus Doppelmessungen

Block Zürich

Längsüberdeckung 60 %

Querüberdeckung 20 %

7 Streifen mit je 16 Aufnahmen
105 Modelle

112 Weitwinkel-Aufnahmen
Bildmassstab 1 : 28000

Komparatorkoordinaten-
messungen

Bildkoordinaten mit radial-
symmetrischen Korrekturen für
Verzeichnung + Refraktion

Blockausgleichung

Block 1

Bild- und Objektpunktkoordinaten als Input

1.1 Minimale Stützung
(2 LHPP + 1 HPP) ¹⁾

1.2 Überbestimmte Stützung
(240 LHPP + 35 LPP) ¹⁾

Block 2

Widerspruchsfreie Bild- und Objekt-
koordinaten als Input.
(Ergebnis von Block 1.2)

$$L = \ell + v_\ell$$

ℓ = Bildkoord. Input von Block 1.2

v_ℓ = Verbesserungen an dem Bildkoordinaten-Ergebnis von Block 1.2

L = widerspruchsfreie Bildkoordinaten für Input zu Block 2

$$X' = X + v_X$$

X = Passpunktkoordinaten Input von Block 1.2

v_X = Verbesserungen an den Passpunktkoordinaten, Ergebnis von Block 1.2

X' = widerspruchsfreie Passpunktkoordinaten für Input zu Block 2

Block 3

Simulierte Bild- und Objektpunktkoordinaten mit künstlich erzeugtem Rauschen

$$\ell^* = L + v_\ell^*$$

L = widerspruchsfreie Bildkoordinaten von Block 2

v_ℓ^* = normalverteilte Fehler für $m_\ell^* = \pm 3.2 \mu\text{m}$

ℓ^* = simulierte Bildkoordinaten für Input zu Block 3

$$X^* = X' + v_X^*$$

X' = widerspruchsfreie Passpunktkoord. von Block 2

v_X^* = normalverteilte Fehler für $m_X^* = (\pm 0.01 \text{ m bis } 1.0 \text{ m})$

X^* = simulierte Passpunktkoordinaten für Input zu Block 3

¹⁾ LHPP = Lage- und Höhenpasspunkt

LPP = Lagepasspunkt

HPP = Höhenpasspunkt

Abb.1 Entstehung der für die Untersuchungen als Input verwendeten Daten

3. Durchführung der Untersuchungen

Um die Genauigkeit der Blockausgleichung nach der Bündelmethode zu untersuchen, wurden drei Blöcke mit unterschiedlichen Annahmen behandelt. Die Abbildung 1 zeigt, auf welche Art die als Input eingeführten Bild- und Objektkoordinaten ausgewählt wurden. Alle Passpunktkoordinaten, die in Gauss-Krüger bzw. UTM-Projektion gegeben sind, wurden in ein räumliches rechtwinkliges Koordinatensystem umgerechnet.

Die Bildkoordinaten wurden als gleich genau und unkorreliert angenommen und haben das Gewicht 1. Die Passpunktkoordinaten wurden als zu verbessernde Beobachtungen nach [12] mit unterschiedlichen Gewichten berücksichtigt (s. Tabelle 2).

Alle nicht geodätisch vorgegebenen Verknüpfungspunkte wurden mit Gewicht Null in die Ausgleichung eingeführt.

4. Allgemeines über die Ausgleichung

Für die Genauigkeitsuntersuchungen des Blockes Zürich wurde die Blocktriangulation gemäss dem Kolinearitätsmodell [14] ausgeführt, unter der Nebenbedingung, dass die Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen an den Beobachtungen zusammen mit der Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen an den eingeführten Stützwerten $(\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l + \mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x) = \text{Minimum}$ wird [15]. Die $\mathbf{v}_l$ sind die Verbesserungen an den gemessenen Bildkoordinaten und die $\mathbf{v}_x$ die Verbesserungen an den vorgegebenen Passpunkten. Natürlich müssen normalisierte Gewichte eingeführt werden (s. Tabelle 2).

5. Blockausgleichungen

5.1 Block 1

Es wurden folgende Fälle untersucht (s. Tabelle 2):

1. Block 1.1 – Ausgleichung mit Passpunktmindestbesetzung
2 Vollpasspunkte (2 LHPP) und 1 Höhenpasspunkt (1 HPP). Diese Ausgleichung ist von Interesse, weil sie aufgrund einer minimalen Defektbeseitigung $\mathbf{v}_l$ -Werte liefert, die einer bedingten Ausgleichung entsprechen [13], also nur das Rauschen der Bildkoordinaten Einfluss hat.
2. Block 1.2 – Eine weitere Ausgleichung der Bild- und Objektpunktkoordinaten wurde danach mit allen vorgegebenen geodätischen Stützpunkten (240 Vollpasspunkte und 35 Lagepasspunkte) ausgeführt.

Block	Versuch	Anzahl Passpunkte	a priori Genauigkeit (m_x) der Passpunkte in Meter für jede der drei Koordinaten	Gewicht	
				Bild Koord. $\mathbf{P}_l$	Passpunkte $\mathbf{P}_x$
1.1	1	2 LHPP + 1 HPP	0.01	1	1024.0 E-10
1.2	2	240 LHPP + 35 LPP	0.01	1	1024.0 E-10
	3		0.10		10.24 E-10
	4		0.13		6.25 E-10
	5		0.20		2.56 E-10
	6		0.30		1.067 E-10
	7		0.40		0.625 E-10
	8		0.60		0.284 E-10
	9		1.0		0.1024 E-10

Tab. 2 Durchgeführte Blockausgleichungen

Block 1

Das Gewicht an den gegebenen Passpunkten wurde schrittweise reduziert entsprechend der Annahme für die Genauigkeit der Passpunkte von $\pm 0,01\text{ m}$ bis $\pm 1,0\text{ m}$ (s. Tabelle 2).

Diese Resultate sind interessant für die Beurteilung der systematischen Fehleranteile der Bild- und Objektinformation in einer Blocktriangulation.

5.1.1 Ausgleichung von Block 1.1 bei minimaler Stützung

Versuch 1

In diesem speziellen Fall werden zur Lösung des Normalgleichungssystems 7 Koordinaten von geeignet ausgewählten Stützpunkten zur Verfügung gestellt (also eindeutige Defektbeseitigung). Die Verbesserungen der Stützpunktkoordinaten $\mathbf{v}_x$ werden zu Null und sind unabhängig von $\mathbf{P}_x$, obwohl die $\mathbf{Q}_{xx}$ -Matrix davon beeinflusst wird. Die Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen $(\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l + \mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x)$ wird zu $(\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l)$, wobei die $\mathbf{v}_l$ -Werte einer bedingten Ausgleichung entsprechen.

Der dabei sich ergebende mittlere Gewichtseinheitsfehler der Gewichtseinheit errechnet sich nach der Formel

$$m = \left(\frac{\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l}{n - u} \right)^{1/2}$$

Die n und u haben dabei folgende Bedeutung:

$n = n_l + n_s$ = alle Parameter, die im mathematischen Modell $(\mathbf{F}(\mathbf{y}) = \mathbf{0})$ ein positives Gewicht $\neq 0$ haben
 n_l = Anzahl der Bildkoordinaten
 n_s = Anzahl der eingeführten Stützwerte
 r = Rangdefekt des Systems $\mathbf{F}(\mathbf{y}) = \mathbf{0}$ in diesem Fall $r = 7$ und somit $n_s = r = 7$
 u = Anzahl Parameter im $\mathbf{y}$ -Vektor, die ein Gewicht = Null haben = Anzahl der Orientierungsparameter bei 112 Bildern $(112 \times 6) + 3 \times \text{Anzahl der Objektpunkte } (760 \times 3)$ minus Anzahl der Stützkoordinaten (7)

$$u = 112 \times 6 + 760 \times 3 - 7 = 2945$$

$$n = n_l + 7 = 2764 \times 2 + 6 \times 2 + 12 \times 2 + 7 = 5571$$

$$\text{Somit wird: } (n - u) = 2626$$

Wie schon erwähnt, entsprechen die erhaltenen Verbesserungswerte einer bedingten Ausgleichung, d. h. sie beziehen sich nur auf Widersprüche innerhalb der photogrammetrischen Triangu-

* l im Text und ℓ in den Abbildungen und Tabellen sind identisch

Versuch	Art der Punkte	Bildraum		Objektraum		$\dot{\mathbf{v}}_l^T \mathbf{P}_l \dot{\mathbf{v}}_l$	n - u	m_l μm
		$\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l$ $\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l$	$\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l$	$\mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x$ $\mathbf{v}_y^T \mathbf{P}_y \mathbf{v}_y$ $\mathbf{v}_z^T \mathbf{P}_z \mathbf{v}_z$	$\mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x$			
1	NP	.92268 E-08 .16766 E-07		.84195 E-17				
	LPP	.42979 E-10 .32796 E-10	2.61567 E-08	.46338 E-17	0	2.61567 E-08	2626	3.2
	LHPP	.42299 E-10 .45827 E-10		.12493 E-21				

Tab. 3 Minimale Stützung 2 LHPP + 1 HPP ($m_x = 0,01 \text{ m}$, $P_x = 1024,0 \text{ E-10}$)

Block 1.1

lation aufgrund der Schnittbedingung homologer Strahlen. Der dabei sich ergebende mittlere Gewichtseinheitsfehler (s. Zahlenbeispiel Tabelle 3 und Tabelle 6) ist $m = 3,2 \mu\text{m}$; in diesem Falle gleich m_l .

Es ist bekannt, dass bei einer derartigen Lösung ein Teil des von Haus aus auftretenden Rauschens aufgrund der Anpassungsfähigkeit der Schnittbedingung in falsche Triangulationsgeometrie (u.a. Modellverbiegungen) umgesetzt wird. Dieser Anteil ist aber normalerweise klein und wirkt sich vornehmlich in Höhenfehlern am Objekt und etwas verfälschten Orientierungsparametern aus. Die $3,2 \mu\text{m}$ stellen somit einen unteren Grenzwert dar. Wie erwartet, sind die $3,2 \mu\text{m}$ grösser als die Genauigkeit bzw. Präzision der Koordinatenmessungen selbst, die sich im Durchschnitt aus Doppelmessungen zu $\pm 2,7 \mu\text{m}$ ergeben hatte (vgl. Tabelle 1). Die $3,2 \mu\text{m}$ beinhalten somit einen Zuwachs des Rauschens in bezug auf die eigentlichen Messungen.

Dieser Zuwachs wird durch Fehleranteile hervorgerufen, die unter anderen der Filmdeformation, der nicht völlig kompensierten Verzeichnung sowie Refraktionsanomalien zuzuschreiben sind. Diese Fehler drücken also mangelhaftes Übereinstimmen der Wirklichkeit mit dem zugrundegelegten mathematischen Modell aus. Soweit diese Fehler systematische Komponenten haben, werden diese, wie erwähnt, durch die translatorischen Parameter und die Rotationsgrößen der äusseren Orientierung ($X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi, \kappa$) und durch Objektdeformation teilweise kompensiert.

Somit erscheint zunächst der mittlere Gewichtseinheitsfehler von $\pm 3,2 \mu\text{m}$ durchaus im Bereich des zu Erwartenden. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler $m_l = \pm 3,2 \mu\text{m}$ wurde deshalb mit $P_l = 1$ für alle weiteren Untersuchungen eingeführt.

5.1.2 Ausgleichung von Block 1.2 mit überschüssiger Stützung

Versuche 2–9

Wie erwähnt, standen 240 Vollpasspunkte (LHPP) und 35 Lagepasspunkte (LPP) zur Verfügung, die über das Gebiet etwa gleichmässig verteilt sind. Es steht also für die Defektbeseitigung überschüssige Information zur Verfügung. Die Ausgleichung erfolgt unter der Nebenbedingung

$$(\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l + \mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x) = \text{Minimum.}$$

Dabei wird die Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen an den eingeführten Stützpunkten zusammen mit der Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen an den Bildkoordinaten zum Minimum gemacht. Es müssen normalisierte Gewichte eingeführt werden.

Vor der Blockausgleichung wurden die Gewichte $\mathbf{P}_l$ und $\mathbf{P}_x$ für die angenommene Genauigkeit der Bild- und Passpunktkoordinaten m_l und m_x berechnet (s. Tabelle 2).

Für eine einzelne Beobachtung wird das Gewicht gemäss dem mittleren Fehler dieser Beobachtung berechnet. So erhält man für eine Stützkoordinate X_i .

$$P_{X_i} = \frac{K}{m_{X_i}^2}$$

wobei

K als Quadrat des mittleren Gewichtseinheitsfehlers m aus der Blockausgleichung 1.1 mit minimaler Stützung (2 LHPP + 1 HPP) eingeführt wurde (vgl. Tabelle 2).

m_x = mittlerer a priori Fehler der geodätischen Stützpunktkoordinaten

Beispiel:

Aus dem Quadrat des mittleren Gewichtseinheitsfehlers m^2 und dem mittleren Fehler der vorgegebenen geodätischen Stützpunkte $m_x = \pm 0,01 \text{ m}$ ergibt sich für jede der drei Koordinaten das Gewicht P_x

mit $K = 10,24 \cdot 10^{-12}$ zu:

$$P_x = \frac{10,24 \cdot 10^{-12}}{(1 \cdot 10^{-2})^2} = 1024,0 \cdot 10^{-10}$$

In den Tabellen 3 und 4 sind die Anzahl der Objektpunktkoordinaten sowie die Anzahl Beobachtungen und der Unbekannten zusammengestellt.

Art der Punkte	Anzahl Objektpunkte	Anzahl der Objektpunktkoordinaten
NP	485	1455
LPP	35	105
LHPP	240	720
Total	760	2280

Tab. 4 Anzahl der Objektpunktekoordinaten

Der erhaltene Wert für m wird nach der Formel berechnet:

$$m = \left(\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u} \right)^{1/2}$$

wobei $(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}) = (\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l + \mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x)$

$n = (2 \times \text{Bildpunkte}) + (\text{Anzahl zur Stützung verwendeter Objektpunktkoordinaten})$

$u = (6 \times \text{Anzahl der Luftaufnahmen}) + (3 \times \text{Anzahl aller Objektpunkte}) \text{ minus Anzahl zur Stützung verwendeter Objektkoordinaten.}$

Durch m wird die Qualität der Gesamtmessung ausgedrückt.

Der mittlere Fehler der Passpunktkoordinaten wird aus der Formel gerechnet:

$$m_x = \frac{m}{\sqrt{P_x}}$$

Die Versuche 2 bis 9 sind dadurch gekennzeichnet, dass die Genauigkeitsannahme für die vorgegebenen Passpunkte schrittweise verschlechtert wurde, was zu reduzierten Gewichtsannah-

Art der Parameter	Anzahl Beobachtungen n	Anzahl Unbekannte u	n - u
Orientierung Grössen		112 x 6 = 672	- 672
NP	1915 x 2 = 3830 (n_ℓ)	3 x 485 = 1455	2375
LPP	108 x 2 = 215 (n_ℓ) 35 x 2 = 70 (n_s) 286	1 x 35 = 35	251
LHPP	759 x 2 = 1515 (n_ℓ) 240 x 3 = 720 (n_s) 2238	0	2238
Total	6354	2162	4192

Tab. 5 Zusammenstellung der Beobachtungen und Unbekannten

men für die P_X -Werte und entsprechend zu ansteigenden m_X -Werten führte. Damit verringern sich schrittweise sowohl die m -Werte als auch die m_l -Werte, wie aus Tabelle 6 zu entnehmen ist.

Ist für den Versuch 2 der erhaltene mittlere Fehler a posteriori für Stützpunkte mit 0,02 Meter unrealistisch klein und entsprechend der m_l bzw. m -Werte mit $\pm 5,0 \mu\text{m}$ zu ungünstig, ergibt sich in der Spalte für den Versuch 6 ein $m = \pm 3,2 \mu\text{m}$, also ein Wert, der dem

Versuch 1 (eindeutige Stützung) entspricht. Allerdings ergab sich nun ein mittlerer Fehler für $m_X = \pm 0,31 \text{ m}$, also ein Wert, der unter normalen Verhältnissen für die Genauigkeit der Passpunkte zu ungünstig ist.

Ein Teil der Resultate dieser Ausgleichungen ist in den Abbildungen 2 und 3 graphisch dargestellt.

Einmal um sich Rechenschaft über die Korrektheit der verwendeten Software zu verschaffen, aber vor allem um zu prüfen, ob sich bei idealem Eingangs-

material die Annahmen der Auswertephilosophie bestätigen, wurden die Ausgleichungen der Blöcke 2 und 3 berechnet.

5.2 Block 2

Die Ausgangsdaten dieser Untersuchung entstammen der Ausgleichung des Blockes 1.2. Die Verbesserungen zu den ursprünglichen Bild- und Objektkoordinaten im Block 1.2 lassen sich mit den ermittelten v -Werten nach der Blockausgleichung sehr einfach durchführen. Da jedem Bild- und Objektpunkt nach der Blockausgleichung entsprechende Verbesserungen zugeordnet sind, kann man die verbesserten Bild- und Objektkoordinaten durch einfache Addition der entsprechenden Verbesserungen erhalten.

Die ausgeglichenen Bildkoordinaten erhalten wir aus folgender Gleichung:

$$L = l + v_l$$

wobei

l = ursprüngliche Bildkoordinaten Block 1.2

v_l = Verbesserungen an den Bildkoordinaten Block 1.2 aus der Ausgleichung

L = verbesserte Bildkoordinaten

Für die ausgeglichenen Objektkoordinaten gilt:

$$X' = X + v_X$$

wobei

X = ursprüngliche Objektkoordinaten Block 1.2

v_X = Verbesserungen an den Objektpunktkoordinaten aus der Ausgleichung Block 1.2

X' = verbesserte Objektkoordinaten

Versuch	Anzahl Passpunkte	P_X	m_X a priori m	$v_\ell^T P_\ell v_\ell$	$v_X^T P_X v_X$	$\dot{v}_\ell^T P_\ell \dot{v}_\ell$	$v^T P v$	n - u	m_ℓ μm	m μm	m_X a posteriori m
1	2 LHPP + 1 HPP	1024.0 E-10		2.61567 E-08	0	2.615670 E-08	2.615670 E-08	2626	3.2	3.2	-
2	240 LHPP + 35 LPP	1024.0 E-10	0.01	10.18623 E-08	0.10912 E-08		10.29735 E-08	4192	5.0	5.0	0.02
3		10.24 E-10	0.10	5.82007 E-08	1.28736 E-08		7.10743 E-08		4.1	4.1	0.13
4		6.25 E-10	0.13	5.17111 E-08	1.30656 E-08		6.47767 E-08		3.9	3.9	0.16
5		2.56 E-10	0.20	4.14565 E-08	1.19575 E-08		5.34140 E-08		3.6	3.6	0.22
6		1.067 E-10	0.30	3.49063 E-08	0.91580 E-08		4.40643 E-08		3.2	3.2	0.31
7		0.625 E-10	0.40	3.27088 E-08	0.70266 E-08		3.97354 E-08		3.1	3.1	0.39
8		0.284 E-10	0.60	3.10000 E-08	0.43185 E-08		3.53188 E-08		2.9	2.9	0.54
9		0.1024 E-10	1.0	2.97969 E-08	0.22909 E-08		3.20878 E-08		2.8	2.8	0.88

Tab. 6 Übersicht der Resultate der verschiedenen Lösungsversuche

Block 1

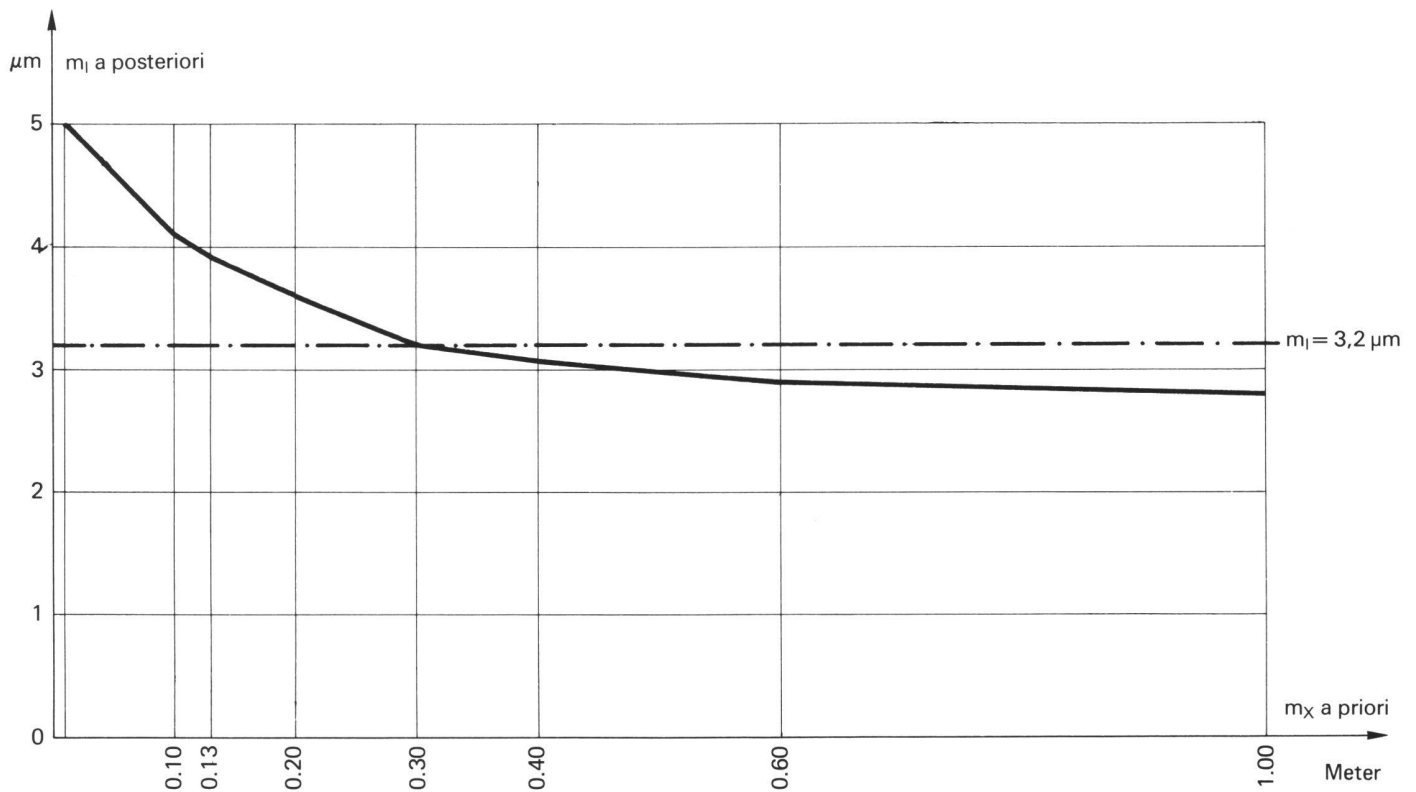


Abb. 2 Mittlere Gewichtseinheitsfehler m_l

Block 1.2

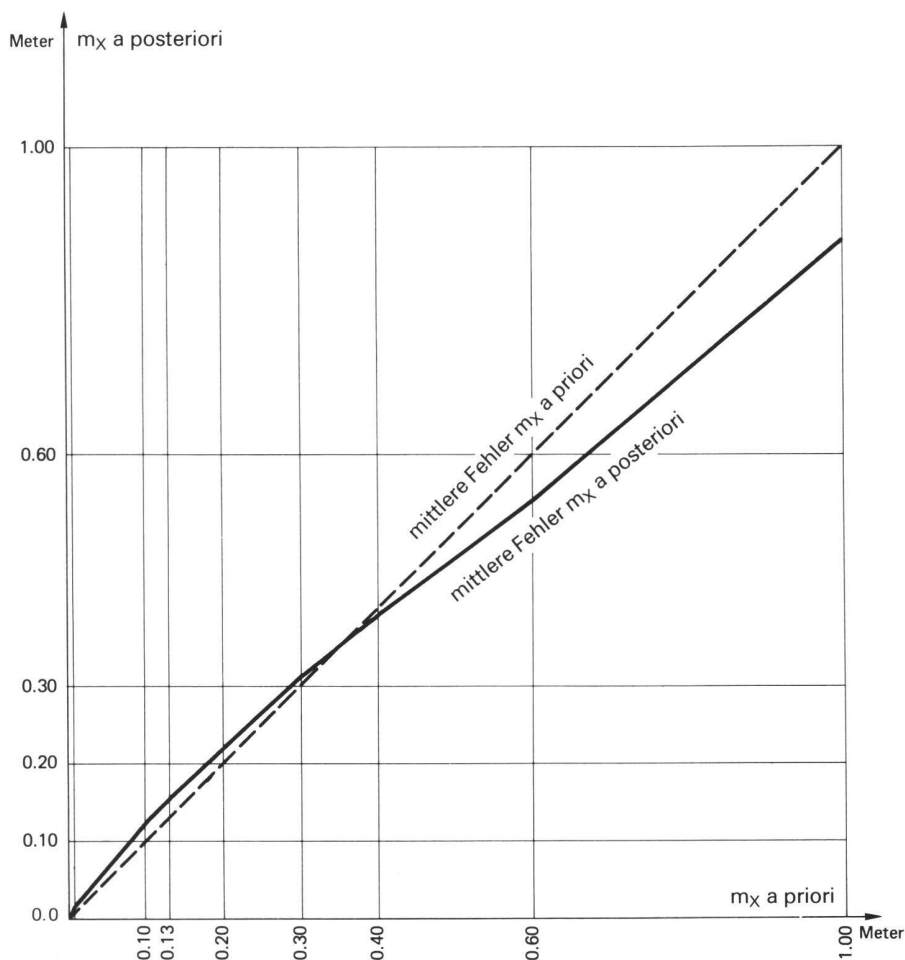


Abb. 3 Mittlere Fehler der Stützpunktkoordinaten a priori und a posteriori

Block 1.2

Gemäss der Methode der Ausgleichung müssen die verbesserten Grössen zusammen mit den aus der Ausgleichung resultierenden Unbekannten widerspruchsfrei das der Ausgleichung zugrundeliegende mathematische Modell erfüllen. Um zu sehen, inwieweit diese theoretische Anforderung erfüllt ist, wurden mit den verbesserten Bild- und Passpunktkoordinaten die Berechnungen der Bündelblockausgleichung wiederholt.

Nach der Blockausgleichung sollte gemäss Formel

$$m = \left(\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u} \right)^{1/2}$$

der mittlere Gewichtseinheitsfehler bei fehlerfreien Bild- und Passpunktkoordinaten gleich Null sein, da ja die nunmehr als fehlerfrei zu betrachtende Eingangsinformation auch zu keinen v -Werten Anlass geben darf.

Der mittlere Gewichtseinheitsfehler m nach der Blockausgleichung ergab sich zu $m = 0,06 \mu\text{m}$ (s. Tabelle 7). Diese Abweichung von Null kann mit der Auswirkung von Rundungsfehlern erklärt werden, da im Rechenprozess an keiner Stelle Doppelprecision angewendet wurde. Somit kann die Ausgleichungssoftware als genügend fehlerfrei angesehen werden.

Versuch	Art der Punkte	Bildraum		Objektraum		$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$	n-u	m μm
		$\mathbf{v}_x^T \mathbf{P}_x \mathbf{v}_x$ $\mathbf{v}_y^T \mathbf{P}_y \mathbf{v}_y$	$\mathbf{v}_L^T \mathbf{P}_L \mathbf{v}_L$	$\mathbf{v}_X^T \mathbf{P}_X \mathbf{v}_X$ $\mathbf{v}_Y^T \mathbf{P}_Y \mathbf{v}_Y$ $\mathbf{v}_Z^T \mathbf{P}_Z \mathbf{v}_Z$	$\mathbf{v}_X^T \mathbf{P}_X \mathbf{v}_X$			
1	NP	1.2467 E-12 1.5613 E-12	15.4026 E-12	0.38067 E-12	0.74682 E-12	16.14942 E-12	4192	0.06
	LPP	0.8080 E-12 0.5768 E-12		0.31940 E-12				
	LHPP	6.1590 E-12 5.0508 E-12		0.04675 E-12				

Tab. 7 Überbestimmte Stützung ($m_X = 0,01 \text{ m}$, $P_X = 1024,0 \text{ E-10}$)

Block 2

5.3 Block 3

5.3.1 Simulierte Bild- und Objektkoordinaten

Zur Untersuchung der Auswirkung zufälliger Fehler der Bild- und Passpunktkoordinaten auf das Ergebnis der angewendeten Blockausgleichung werden zunächst die fehlerfreien Bildkoordinaten (L) und die entsprechenden fehlerfreien Passpunktkoordinaten (X') des Blockes 2 mit normalverteilten Zufallszahlen (Gausswerte) belegt.

Danach sind die photogrammetrischen Bildkoordinaten zweidimensionale und die Passpunktkoordinaten dreidimensionale Zufallsvariable mit entsprechenden Gewichten.

Die normalverteilten Zufallszahlen wurden mit dem Programm RANG aus der Programmbibliothek des Rechenzentrums der ETH berechnet.

Diese Zufallszahlen wurden für die Bildkoordinaten x und y und für die

Passpunktkoordinaten X', Y' und Z' unabhängig voneinander mit dem Zufallszahlengenerator erzeugt. Die simulierten Bildkoordinaten erhält man aus folgender Gleichung

$$\mathbf{l}^* = \mathbf{L} + \mathbf{v}_l^*$$

wobei

L = fehlerfreie Bildkoordinaten, wie in Block 2 verwendet

$\mathbf{v}_l^*$ = normalverteilte Zufallszahlen

$\mathbf{l}^*$ = simulierte Bildkoordinaten für den Input des Blockes 3

Die $\mathbf{v}_l^*$ -Werte sind mit dem Zufallszahlengenerator für die mittlere Streuung $m_l = \pm 3,2 \mu\text{m}$ berechnet (s. Tabelle 8). Die simulierten Passpunktkoordinaten erhält man aus folgender Gleichung

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{X}' + \mathbf{v}_X^*$$

wobei

$\mathbf{X}'$ = fehlerfreie Passpunktkoordinaten, wie in Block 2 verwendet

$\mathbf{v}_X^*$ = normalverteilte Zufallszahlen für eine mittlere Streuung m_X von $\pm 0,01 \text{ m}$ bis $\pm 1,0 \text{ m}$

$\mathbf{X}^*$ = simulierte Passpunktkoordinaten für den Input des Blockes 3

Die Passpunktkoordinaten des Blockes 3 (240 Vollpasspunkte und 35 Lagepasspunkte) wurden also mit unterschiedlichen mittleren Fehlern in vier Schritten (a bis d) von $m_X = \pm 0,01 \text{ m}$ bis $\pm 1,0 \text{ m}$ erzeugt (vgl. Tabelle 8).

Die Überprüfung des Wirkungsgrades des verwendeten Zufallsgenerators wurde unabhängig voneinander für die $\mathbf{v}_X^*$, $\mathbf{v}_Y^*$ und $\mathbf{v}_Z^*$ Werte durch Berechnung der entsprechenden mittleren Fehler vorgenommen (vgl. Tabelle 9).

Ein Vergleich zwischen den eingeführten mittleren Fehlern und den berechneten mittleren Fehlern aus den Zufalls-

Testfall	fehlerfreie Bildkoordinaten aus Block 2	angenommene Streuung für m_l	simulierte Bildkoordinaten Block 3	fehlerfreie Passpunktkoordinaten aus Block 2	angenommene Streuung gemäss m_X	simulierte Passpunktkoordinaten für den Input des Blockes 3
a	L	3.2 μm	$\mathbf{l}^* = \mathbf{L} + \mathbf{v}_l^*$	X	0.01	$\mathbf{X}_a^* = \mathbf{X} + \mathbf{v}_X^*$
b					0.10	$\mathbf{X}_b^* = \mathbf{X} + \mathbf{v}_X^*$
c					0.30	$\mathbf{X}_c^* = \mathbf{X} + \mathbf{v}_X^*$
d					1.0	$\mathbf{X}_d^* = \mathbf{X} + \mathbf{v}_X^*$

Tab. 8 Erzeugung von normalverteilten Zufallszahlen an den Bild- und Passpunktkoordinaten

Block 3

Testfall	fehlerfreie Passpunkt- koordinaten aus Block 2 X'	simulierte Passpunkt- koordinaten Block 3 X^*	ange- nommener mittlerer Fehler $m_{X,Y,Z}$ m	aus den Zufalls- zahlen berechnete mittlere Fehler		
				m_X m	m_Y m	m_Z m
a	X'	X_a^*	0.01	0.01	0.01	0.01
b		X_b^*	0.10	0.10	0.10	0.10
c		X_c^*	0.30	0.31	0.28	0.29
d		X_d^*	1.00	1.04	0.98	0.96

Tab. 9 Simulierte Testfälle aus den Zufallszahlen

Block 3

zahlen in Tabelle 9 zeigt kleine, aber belanglose Unterschiede. Somit kann der zur Erzeugung der Zufallszahlen verwendete Generator als ausreichend richtig angesehen werden.

5.3.2 Durchgeführte Berechnungen

Es wurden fünf verschiedene Blockausgleichungen für die Genauigkeitsuntersuchungen der simulierten Bild- und Passpunktkoordinaten (s. Tabelle 10) berechnet.

Der mittlere Bildkoordinatenfehler wurde für alle Versuche mit $3,2\mu\text{m}$ angenommen und mit dem Gewicht $P_l=1$ eingeführt.

Die Bildkoordinaten wurden als gleich genau und unkorreliert angenommen. Die Passpunktkoordinaten wurden als zu verbessernde Beobachtungen mit unterschiedlichen Gewichten berücksichtigt unter der Annahme unkorrelierter Fehler.

5.3.3 Ergebnisse der Blockausgleichung

Zur Beurteilung der erreichten Genauigkeit wurden in der Tabelle 11 die wichtigsten Resultate dargestellt.

Im Versuch 1.3 stehen für die Defektbeseitigung die minimale Anzahl von 7 Passpunktkoordinaten (2 LHPP + 1 HPP) zur Verfügung.

Aus der Tabelle 11 ist für diesen Versuch ersichtlich, dass, wie erwartet, die Summe der Quadrate der gewichteten Verbesserungen der Passpunktkoordinaten ($\mathbf{v}_X^T \mathbf{P}_X \mathbf{v}_X$) = Null ist.

Bei normalverteilten Fehlern an den Bild- und Objektkoordinaten ergibt sich in den Beispielen a bis d, also bei überbestimmter Defektbeseitigung, der Gewichtseinheitsfehler m nach der Ausgleichung zu $\pm 2,9\mu\text{m}$, also etwas kleiner als der a priori angenommene Wert von $\pm 3,2\mu\text{m}$. Diese Tendenz gilt auch für die berechneten m_l und m_X -Werte, wie aus der Tabelle 11 hervorgeht.

Block	Versuch	Anzahl Pass- punkte	Genauigkeit (m_X) der Passpunkte für jede der ver- wendeten Koordi- naten in Meter	Gewicht	
				Bild Koord. P_l	Passpunkte P_X
3.1	1.3	2 LHPP + 1 HPP	0.01	1 für $3.2\mu\text{m}$	1024.0 E-10
3.2	2.3a	240 LHPP + 35 LPP	0.01	1 für $3.2\mu\text{m}$	1024.0 E-10
	3.3b		0.10		10.24 E-10
	4.3c		0.30		1.067 E-10
	5.3d		1.0		0.1024 E-10

Tab. 10 Durchgeführte Blockausgleichungen

Block 3

Versuch	Anzahl Passpunkte	P_X	m_X a priori m	$\mathbf{v}_l^T \mathbf{P}_l \mathbf{v}_l$	$\mathbf{v}_X^T \mathbf{P}_X \mathbf{v}_X$	$\dot{\mathbf{v}}_l^T \mathbf{P}_l \dot{\mathbf{v}}_l$	$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$	n - u	m_l μm	m μm	m_X a posteri- ori m
1.3	2 LHPP + 1 HPP	1024.0 E-10		2.63268 E-08	0	2.63268 E-08	2.63268 E-08	2626	3.2	3.2	-
2.3a	240 LHPP + 35 LPP	1024.0 E-10	0.01	3.46324 E-08	0.01912 E-08		3.48236 E-08	4192	2.9	2.9	0.01
3.3b		10.24 E-10	0.10	2.98830 E-08	0.49088 E-08		3.47918 E-08		2.9	2.9	0.10
4.3c		1.067 E-10	0.30	2.73422 E-08	0.67668 E-08		3.41090 E-08		2.9	2.9	0.28
5.3d		0.1024 E-10	1.0	2.65799 E-08	0.78304 E-08		3.44103 E-08		2.9	2.9	0.91

Tab. 11 Übersicht der Resultate der verschiedenen Lösungsversuche

Block 3

6. Interpretation bzw. Analyse der Resultate

Zur Beurteilung der erreichten Genauigkeit wurden in Tabelle 6 die wichtigsten statistischen Ergebnisse der Ausgleichungen des Blockes 1 dargestellt.

Im Block 1.1 (Versuch 1) wurde zunächst eine Ausgleichung bei minimaler Defektbeseitigung ausgeführt. Dabei ergibt sich der mittlere Gewichtseinheitsfehler $m = m_1$ zu $\pm 3,2 \mu\text{m}$, ein Genauigkeitsmass, das also nur vom Rauschen der gemessenen Bildkoordinaten herrührt und praktischen Erwartungen entspricht.

Im Block 1.2 wurde zunächst im Versuch 2 allen Stützkoordinaten ein sehr kleiner mittlerer Fehler (s. Tabelle 2) bzw. ein sehr grosses Gewicht gegeben, womit der Anteil $(v_X^2 P_X v_X)$ sehr klein wird. Dabei können die theoretischen Werte $m_X = \pm \text{Null}$ bzw. $P_X = \infty$ in neuartigen Rechenanlagen genügend genau verwirklicht werden.

Nach der Blockausgleichung ergab sich für alle 240 Vollpasspunkte, 35 Lagepasspunkte und 485 Neupunkte ein mittlerer Gewichtseinheitsfehler $m = \pm 5,0 \mu\text{m}$, ein mittlerer Fehler für die Passpunktkoordinaten zu $m_X = \pm 0,02 \text{ m}$ (s. Tabelle 6).

Der signifikante Unterschied zwischen dem mittleren Gewichtseinheitsfehler a posteriori $m_1 = \pm 5,0 \mu\text{m}$ und dem entsprechenden mittleren Gewichtseinheitsfehler $m_1 = \pm 3,2 \mu\text{m}$, wie er im Block 1.1 erhalten wurde, wird hauptsächlich durch den Zwang der terrestrischen Passpunkte auf die reine photogrammetrische Triangulation verursacht. Die Photogrammetrie wird, praktisch gesprochen, auf die im Grunde als fehlerfrei angenommene Geodäsie aufgespannt.

Das Resultat zeigt, dass in diesem Beispiel die geodätische Stützinformation in bezug auf ihre Genauigkeit überbewertet wurde.

Daraufhin wurde in den Versuchen 3–9 das Gewicht an den gegebenen terrestrischen Passpunkten schrittweise reduziert. Die Resultate wurden in Tabelle 6 zusammengestellt und in den Abbildungen 2 und 3 teilweise dargestellt.

Zunächst sollen einige Bemerkungen gemacht werden, die sich auf die Entstehung und Genauigkeit der geodätischen Bezugsinformation beziehen. Angaben über das geodätische Netz 4. Ordnung, dem die Stützpunkte im Block Oberschwaben entnommen sind, findet man in [5].

Insoweit als Höhen vorgegeben wurden, sind diese wahrscheinlich als Nivellementsergebnisse anzusehen ohne Berücksichtigung der lokalen Geoidundulationen. Trotz eingehendem Studium der geodätischen Daten konnte keine Klarheit über die Genauigkeit der geodätischen Lagekoordinaten erhalten

werden. Diese scheinen geschichtlich begründete Mängel aufzuweisen, die sehr wahrscheinlich zu örtlichen systematischen Fehlerquellen (im Dezimeterbereich) Anlass geben. Eine derartige, z.B. auch in der Schweiz [2] bekannte Situation muss des öfteren aus organisatorischen, aber vor allem aus wirtschaftlichen Gründen toleriert werden. Eine im statistischen Sinne korrekte Interpretation der erhaltenen Ausgleichungsergebnisse wird jedoch durch solche Verhältnisse sehr erschwert, wenn nicht verunmöglicht.

Am ehesten kann man für die Genauigkeitsangabe der Höheninformation den Begriff des mittleren Fehlers gebrauchen unter der Annahme, dass die weit über die Genauigkeitsschranken eines Nivellements hinausgehenden Geoidundulationen in bezug auf ihren lokalen Mittelwert etwa normal verteilte Abweichungen haben. Schwieriger ist, eine

quantitative Aussage zu treffen. In bezug auf die topographische Struktur des Oberschwaben-Gebietes dürfte ein Wert von etwa ± 5 bis $\pm 10 \text{ cm}$ als angemessen erscheinen. Nimmt man ein entsprechendes normalverteiltes Rauschen von $\pm 10 \text{ cm}$ für die Lagekoordinaten X und Y an, so erhält man die Eingangswerte zum Versuch 3. Die Tabelle 6 gibt dafür einen mittleren Gewichtseinheitsfehler m bez. den entsprechenden mittleren Fehler der Bildkoordinaten m_1 mit $\pm 4,1 \mu\text{m}$ und a posteriori einen etwas vergrösserten mittleren Koordinatenfehler $m_X = \pm 0,13 \text{ m}$. Diese Resultate befriedigen, vor allem in bezug auf m_1 , nicht völlig. In

Block 1.2, Versuch 4

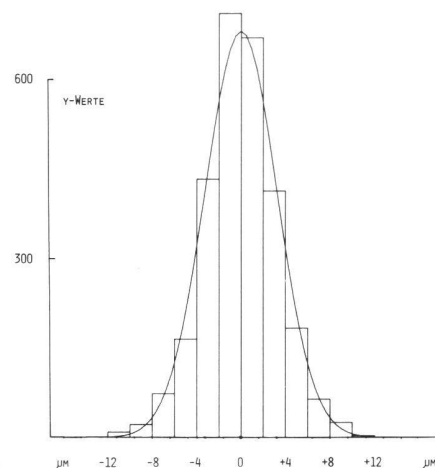
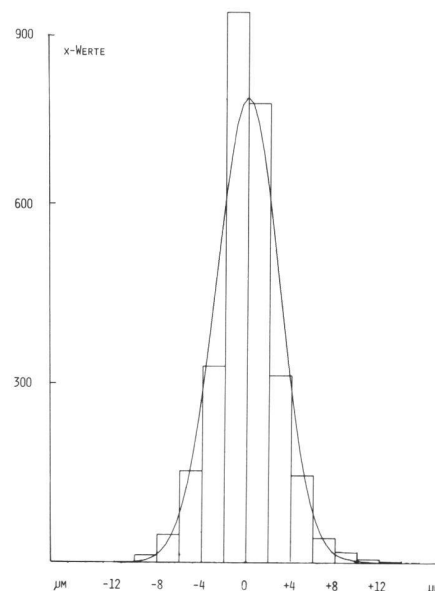


Abb. 4 Bildkoordinatenverbesserungen

Block 1.2, Versuch 4

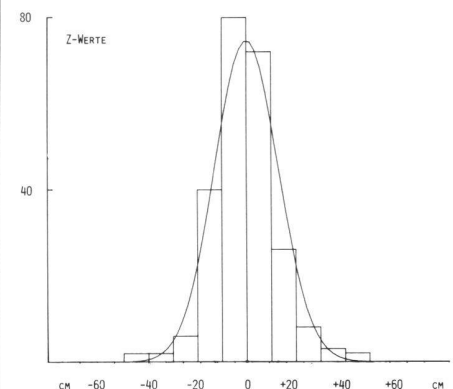
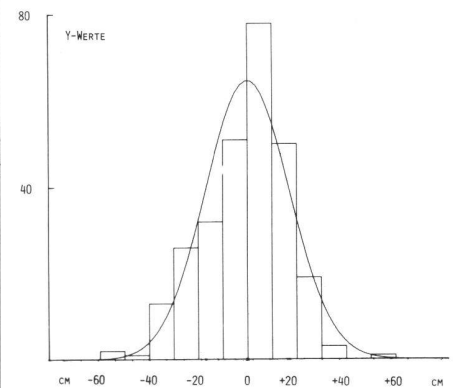
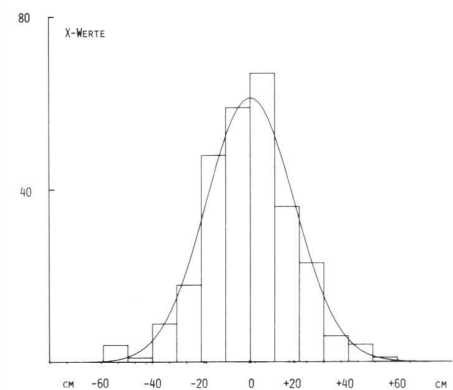


Abb. 5 Passpunktkoordinatenverbesserungen

den Versuchen 4 bis 9 sind nun weitere Ausgleichungen mit schrittweise erhöhten mittleren Fehlern für die Passpunkte ausgeführt worden.

Der Versuch 4 weicht nur relativ gering vom genannten Versuch 3 ab. Der mittlere Koordinatenfehler m_x wurde von 0,10m auf 0,13m erhöht. Das Resultat ist insofern erwartungsgemäss, als der mittlere Gewichtseinheitsfehler sich nur um 0,2 μ m auf $\pm 3,9 \mu$ m verkleinert und der a posteriori erhaltene m_x -Wert sich um 3 cm auf ± 16 cm vergrössert. Die dazugehörigen v_i -Werte zeigen bei über 5500 Verbesserungen etwa 20 Verbesserungen zwischen dem zwei- und dreifachen Betrag von 3,9 μ m. Nur 5 Verbesserungen überschreiten diese Werte.

Eine Histogramm-Darstellung der Bildkoordinatenverbesserungen v_i , aufgliedert für die x-, y-Werte zeigt Abbildung 4, und eine entsprechende Darstellung für die X-, Y- und Z-Werte ist mit Abbildung 5 gegeben. Geben die in Abbildung 4 gezeigten Histogramme kaum Anlass zu Beanstandungen in bezug auf die Verteilung der Bildkoordinatenrestfehler, so erscheinen die Verteilungen für die v_x - und vor allem für die v_y -Werte in bezug auf eine symmetrische Darstellung systematisch verlagert.

Das Histogramm für die v_z -Werte entspricht den Erwartungen.

Von weiterem Interesse ist der Versuch Nr. 6, indem bei einer Annahme eines mittleren Koordinatenfehlers von $\pm 0,30$ m (s. Tabelle 6) ein mittlerer Gewichtseinheitsfehler $m = m_i = \pm 3,2$ m erhalten wird. In diesem Versuch sind also die Verbesserungen an den Bildkoordinaten vergleichbar mit dem Resultat des Versuches 1 und in praktischer Hinsicht völlig zufriedenstellend. Die berechneten Verbesserungen für die terrestrischen Stützpunktkoordinaten sind aber gross und zudem auch stark systematisch angeordnet.

Ebenso zeigt sich, dass die systematischen Fehler, d.h. die Diskrepanz mit der Theorie (siehe Block 3, Tabelle 11) nicht in der mangelnden Verfeinerung der a priori Korrekturen der Bildkoordinaten zu suchen ist. Das Problem ist die

Bestimmung der systematischen Fehler in den terrestrischen Passpunkten.

Für die photogrammetrische Genauigkeit kann dies zu einer Vermischung geodätischer und photogrammetrischer Fehler führen. Die verbleibenden systematischen Fehler im Objektraum, die man rechnerisch nicht isolieren kann, werden durch die grundsätzlich nicht berechnete Anwendung des Gausschen Ausgleichsprinzips annähernd normalverteilt und sind wegen der aus der Minimumforderung resultierenden Seitenbedingungen symmetrisch angeordnet. In anderen Worten, die erhaltenen Koordinaten-Verbesserungen demonstrieren die in ähnlich liegenden Fällen so oft gezeigte Anordnung von systematischen Wirbelformationen, die aber in keiner Weise Rückschlüsse auf die ursprünglich vorhandenen systematischen Fehler zulassen.

Abschliessend drängt sich wohl der Schluss auf, dass wegen der heute nur beschränkt zur Verfügung stehenden Möglichkeiten der Behandlung von systematischen Fehlern Experimente, die ausgeführt werden, um die Leistungsfähigkeit photogrammetrischer Triangulationen zu demonstrieren, nur sinnvoll sind, wenn bei der Planung Sorge getragen wird, dass die zur Verfügung gestellten Stützwerte, d.h., praktisch gesprochen, die geodätischen Grundlagen dem klassischen Konzept normalverteilter Fehler entsprechen. Diese Voraussetzung scheint bei Block Oberschwaben aber nicht erfüllt zu sein.

In bezug auf die vorgelegte Arbeit bleibt mir die angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr. Dr. Hellmut Schmid für die jederzeit gewährten wertvollen Hinweise und für seine freundliche Unterstützung Dank zu sagen.

Literatur

- [1] Ackermann, F.: On Statistical Investigations into the Accuracy of Aerial Triangulation. The Test Project Oberschwaben. OEEPE, Frankfurt, Official Publication No. 8, 1973, S. 15–21
- [2] Carosio, A.: Robuste Ähnlichkeitstransformation und Interpolation nach dem arithmetischen Mittel. VPK 6/72, S. 196–201.

[3] Ebner, H.: Die theoretische Genauigkeitsleistung der räumlichen Blockausgleichung. Numerische Photogrammetrie, Sammlung Wichmann, Neue Folge, Band 5

[4] Emner, H., K. Krack und E. Schubert: Genauigkeitsmodelle für die Bündelblocktriangulation. BuL, 5/1977, S. 141–148

[5] Haug, G.: Bestimmung und Korrektur systematischer Bild- und Modelldeformationen in der Aerotriangulation an Beispiel des Testfeldes «Oberschwaben». OEEPE, Frankfurt, 1980, Nachrichten aus Karten- und Vermessungswesen, Sonderheft ISSN 0344–5879

[6] Kilpeläe, E.: Passpunktanordnungen bei der Bündelausgleichung der analytischen Photogrammetrie. The phot. journal of Finland, 5/1971

[7] Leupin, M., Schenk, T.: Photogrammetrische Neuvermessung mit der Bündelmethode. VPK 11/73, Mitteilungsblatt S. 201–207

[8] Parsic, Z.: Ergebnisse einer Bündelblockausgleichung ohne zusätzlichen Parameter mit signalisierten und künstlichen Verknüpfungspunkten. IGP-Kongress Hamburg, 1980

[9] Schenk, T.: Numerische Untersuchungen zur photogrammetrischen Blocktriangulation nach der Bündelmethode. Diss. Nr. 4861 der ETHZ, 1972

[10] Schenk, T.: Fortran-Programme zur analytischen Blockausgleichung nach der Bündelmethode. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETHZ, Computerprogramme Nr. 2, Dezember 1972

[11] Schenk, T.: Ergebnisse einer Blocktriangulation nach Bündelmethode: Block Gramastetten, VPK 1/73, S. 18–23

[12] Schmid, H.H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. BuL, 1958, S. 103, 1959, S. 1

[13] Schmid, H.H.: Ein allgemeiner Ausgleichungs-Algorithmus für die numerische Auswertung in der Photogrammetrie. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH, Mitteilungen Nr. 22, Juni 1977

[14] Schmid, H.H.: Über den Wandel der geometrischen-algebraischen Modellvorstellung in der Photogrammetrie unter dem Einfluss computergestützter Auswerteverfahren. VPK 7–8/79, S. 197–205

[15] Schmid, H.H.: Vom freien zum gelagerten Netz. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETHZ, Mitteilungen Nr. 29, Dezember 1980

[16] Talts, J.: On the theoretical accuracy of rigorous block adjustment in planimetry and elevation. Int. Arch. Phot. Vol. XVII, Teil 8, Lausanne 1968

Adresse des Verfassers:

Dipl. Ing. Z. Parsic

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie
ETH-Hönggerberg, CH-8093 Zürich

SGP/SSP

Schweizerische Gesellschaft für
Photogrammetrie
Société suisse de photogrammétrie

Protokoll der 56. Hauptversammlung in Zürich

Am 28. Mai 1983 fanden sich an der ETH-Hönggerberg 42 Mitglieder ein. Der Präsident, R. Knöpfli, eröffnet die Versammlung

pünktlich und bedankt sich im Namen der Gesellschaft beim Institut für Geodäsie und Photogrammetrie für die Organisation und die Möglichkeit, nach der Versammlung einer Demonstration eines Messsystems für Strassenprofile beizuwohnen. Die Traktandenliste wird genehmigt.