

Objektyp: **Advertising**

Zeitschrift: **Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik : VPK =  
Mensuration, photogrammétrie, génie rural**

Band (Jahr): **99 (2001)**

Heft 3

PDF erstellt am: **22.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

erhält man die Aussage, dass sich die Plücker-Koordinaten  $\bar{d} = \bar{d}(l)$ , die durch Ränderung von A mit l entstehen, nicht von denjenigen Plücker-Koordinaten unterscheiden, die durch Ränderung von A mit dem Fehlervektor  $\epsilon$  entstehen:

$$\bar{d}(l) = \bar{d}(\epsilon), \quad \bar{d}(\bar{l}) = 0 \quad (1.27)$$

In diesem Sinne können die Plücker-Koordinaten  $\bar{d}$  als lokale Fehlerschätzer verstanden werden. Liegt insbesondere nur eine fehlerhafte Beobachtung vor ( $\epsilon_i \neq 0, \epsilon_j = 0, j \neq i$ ), so gilt:

$$\begin{aligned} \bar{d}_{i_1, \dots, i_{u+1}} &= 0 \\ i_1, \dots, i_{u+1} &\in \{1, \dots, n\} / \{i\} \\ \bar{d}_{i_1, \dots, i_u, i} &= \epsilon_i \cdot d_{i_1, \dots, i_u} \\ i_1, \dots, i_u &\in \{1, \dots, n\} / \{i\} \end{aligned} \quad (1.28)$$

d.h., alle erweiterten Plücker-Koordinaten verschwinden, die die fehlerhafte Beobachtung nicht enthalten. In diesem Fall geht (1.26) unter Beachtung von (1.17) über in:

$$\hat{\mathbf{v}}^T \hat{\mathbf{v}} = \bar{r}_{i,i} \cdot \epsilon_i^2 \quad (1.29)$$

Lässt man in (1.25) alle verschwindenden Summanden weg und dividiert beide Seiten durch  $\bar{r}_{i,i} \neq 0$  (keine Restriktion), so erhält man:

$$\hat{v}_i = \sum w_{(i)} \frac{\bar{d}_i}{d_{(i)}} \quad (1.30)$$

$$w_{(i)} = \frac{d_{(i)}^2}{\sum d_{(i)}^2} \quad (\sum w_{(i)} = 1)$$

Die Grössen auf der linken Seite in (1.30) werden in der Literatur auch Grobfehlerschätzungen genannt. Nach (1.30) ergeben sie sich als gewichtetes arithmetisches Mittel der Grössen

$$\frac{\bar{d}_i}{d_{(i)}}$$

Diese Grössen können aber ebenfalls als diejenigen Grobfehlerschätzungen interpretiert werden, die sich für die i-te Be-

obachtung aus den (u+1) Beobachtungen, die zu  $\bar{d}_i$  gehören, ergeben.

Wir wenden uns nun dem Problem der Ausreissersuche (Grobfehleraufdeckung) zu. Wir betrachten dazu eine nichtverschwindende Plücker-Koordinate  $\bar{d}_i \neq 0$ . Unter Beachtung von (1.27) und der Schwarzschen Ungleichung erhält man:

$$\begin{aligned} \bar{d}_i &= \bar{d}_{i_1, \dots, i_u, i} \\ i_1, \dots, i_u &\in \{1, \dots, u\} / \{i\} \\ \frac{\bar{d}_i^2}{\sum_{j_1, \dots, j_u} d_{j_1, \dots, j_u}^2} &\leq \epsilon_i^2 + \sum_{k=1}^u \epsilon_{i_k}^2 \\ j_1, \dots, j_u &\in \{1, \dots, i_u, i\} \end{aligned} \quad (1.31)$$

(1.31) stellt eine Fehlerabschätzung für die Fehler in den Beobachtungen  $i, i_1, \dots, i_u$  dar. Grosse Werte von  $\bar{d}_i$  können somit auf grosse Fehler hinweisen. Jedoch kann ein solcher grober Fehler nicht innerhalb dieser Beobachtungen detektiert werden. Wir wenden uns deshalb zunächst der Frage nach kleinen (bzw. verschwindenden) Plücker-Koordinaten  $\bar{d}_i$  zu, da diese auf kleine Fehler hinweisen könnten. Dabei geht es jedoch nicht um einzelne Plücker-Koordinaten, sondern um Gruppen von Beobachtungen, für die alle Plücker-Koordinaten klein sind, die diese Beobachtungen nicht enthalten. Sei dazu:

$$I = \{i_1, \dots, i_k\} \quad i_1, \dots, i_k \in \{1, \dots, n\}$$

eine Indexmenge und  $\bar{d}_i$  bezeichne alle möglichen Plücker-Koordinaten, die die Indizes aus I nicht enthalten. Um die «Kleinheit» dieser Plücker-Koordinaten zu quantifizieren, setzen wir die Masse (Quadratsumme) ins Verhältnis zur Gesamtmasse:

$$\bar{r}_I = \frac{\sum \bar{d}_{(I)}^2}{\sum \bar{d}^2} \quad (1.32)$$

Ist  $\bar{r}_I$  klein, so bringen die Beobachtungen, die nicht zu I gehören, nach (1.26) auch nur einen kleinen Beitrag zur Schätzung von  $\hat{\sigma}$ . Ist I einelementig ( $I = \{i\}$ ), so

geht (1.32) über in:

$$\bar{r}_i = \frac{\sum \bar{d}_{(i)}^2}{\sum \bar{d}^2} = \bar{r}_{i,i} = 1 - \bar{h}_{i,i} \quad (1.33)$$

Die Grössen  $\bar{r}_{i,i}$  sind jedoch die Diagonalelemente der Projektionsmatrizen  $\bar{R}$  bzw.  $\bar{H}$ , die sich aus der erweiterten Designmatrix ergeben. Diese stellen bekannte Diagnosetools dar (siehe z.B. Chatterjee, Hadi 1988). Insbesondere gilt der Zusammenhang:

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^T}{\mathbf{v}^T\mathbf{v}} \quad (1.34)$$

Des Weiteren kann die Idee in (1.32) sofort auf die Untersuchung von Hebelpunkten (Gruppen von Hebeln) übertragen werden, indem man statt der Plücker-Koordinaten  $\bar{d}$  die Plücker-Koordinaten  $d$  verwendet.

**Abonnementsbestellungen unter folgender Adresse:**

**SIGWERB AG**  
 Dorfmattestrasse 26  
 CH-5612 Ullmorgen  
 Telefon 056 / 619 52 52  
 Telefax 056 / 619 52 50

**Jahresabonnement 1 Jahr:**  
 Inland sfr. 96.-, Ausland sfr. 120.-