erhält man die Aussage, dass sich die Plücker-Koordinaten $\bar{d} = \bar{d}(I)$, die durch Ränderung von A mit I entstehen, nicht von denjenigen Plücker-Koordinaten unterscheiden, die durch Ränderung von A mit dem Fehlervektor ε entstehen:

$$\bar{d}(\mathbf{I}) = \bar{d}(\varepsilon), \qquad \bar{d}(\bar{\mathbf{I}}) = 0 \tag{1.27}$$

In diesem Sinne können die Plücker-Koordinaten $\bar{d}$ als lokale Fehlerschätzer verstanden werden. Liegt insbesondere nur eine fehlerhafte Beobachtung vor ($\varepsilon_i \neq 0$, $\varepsilon_j = 0$, $j \neq i$), so gilt:

$$\begin{aligned}
&\bar{d}_{i_1,\dots,i_{u+1}} = 0 \\
&i_1,\dots,i_{u+1} \in \{1,\dots,n\}/\{i\} \\
&\bar{d}_{i_1,\dots,i_u,i} = \varepsilon_i \cdot d_{i_1,\dots,i_u} \\
&i_1,\dots,i_u \in \{1,\dots,n\}/\{i\}
\end{aligned} \tag{1.28}$$

d.h., alle erweiterten Plücker-Koordinaten verschwinden, die die fehlerhafte Beobachtung nicht enthalten. In diesem Fall geht (1.26) unter Beachtung von (1.17) über in:

$$\hat{\mathbf{v}}^T\hat{\mathbf{v}} = r_{i,i} \cdot \varepsilon_i^2 \tag{1.29}$$

Lässt man in (1.25) alle verschwindenden Summanden weg und dividiert beide Seiten durch $r_{i,i} \neq 0$ (keine Restriktion), so erhält man:

$$\frac{\hat{v}_i}{r_{i,i}} = \sum w_{(i)} \frac{\bar{d}_i}{d_{(i)}} \tag{1.30}$$

$$w_{(i)} = \frac{d_{(i)}^2}{\sum d_{(i)}^2} \qquad \left(\sum w_{(i)} = 1\right)$$

Die Grössen auf der linken Seite in (1.30) werden in der Literatur auch Grobfehlerschätzungen genannt. Nach (1.30) ergeben sie sich als gewichtetes arithmetisches Mittel der Grössen

$$\frac{\bar{d}_i}{d_{(i)}}$$

Diese Grössen können aber ebenfalls als diejenigen Grobfehlerschätzungen interpretiert werden, die sich für die i-te Beobachtung aus den (u+1) Beobachtungen, die zu $\bar{d}_i$ gehören, ergeben.

Wir wenden uns nun dem Problem der Ausreissersuche (Grobfehleraufdeckung) zu. Wir betrachten dazu eine nichtverschwindende Plücker-Koordinate $\bar{d}_i \neq 0$. Unter Beachtung von (1.27) und der Schwarzschen Ungleichung erhält man:

$$\begin{aligned}
&\bar{d}_i = \bar{d}_{i_1,\dots,i_u,i} \\
&i_1,\dots,i_u \in \{1,\dots,u\}/\{i\} \\
&\frac{\bar{d}_i^{\,2}}{\sum d_{j_1,\dots,j_u}^2} \leq \varepsilon_i^2 + \sum_{k=1}^{u} \varepsilon_{i_u}^2 \\
&j_1,\dots,j_u \in \{i_1,\dots,i_u,i\}
\end{aligned} \tag{1.31}$$

(1.31) stellt eine Fehlerabschätzung für die Fehler in den Beobachtungen i, $i_1,\dots, i_u$ dar. Grosse Werte von $\bar{d}_i$ können somit auf grosse Fehler hinweisen. Jedoch kann ein solcher grober Fehler nicht innerhalb dieser Beobachtungen detektiert werden. Wir wenden uns deshalb zunächst der Frage nach kleinen (bzw. verschwindenden) Plücker-Koordinaten $\bar{d}_i$ zu, da diese auf kleine Fehler hinweisen könnten. Dabei geht es jedoch nicht um einzelne Plücker-Koordinaten, sondern um Gruppen von Beobachtungen, für die alle Plücker-Koordinaten klein sind, die diese Beobachtungen nicht enthalten. Sei dazu:

$I = \{i_1,\dots, i_k\} \qquad i_1,\dots, i_k \in \{1,\dots, n\}$

eine Indexmenge und $\bar{d}_I$ bezeichne alle möglichen Plücker-Koordinaten, die die Indizes aus I nicht enthalten. Um die «Kleinheit» dieser Plücker-Koordinaten zu quantifizieren, setzen wir die Masse (Quadratsumme) ins Verhältnis zur Gesamtmasse:

$$\bar{r}_I = \frac{\sum \bar{d}_{(I)}^2}{\sum \bar{d}^2} \tag{1.32}$$

Ist $\bar{r}_I$ klein, so bringen die Beobachtungen, die nicht zu I gehören, nach (1.26) auch nur einen kleinen Beitrag zur Schätzung von $\hat{\sigma}$. Ist I einelementig (I = {i}), so geht (1.32) über in:

$$\bar{r}_i = \frac{\sum \bar{d}_{(i)}^2}{\sum \bar{d}^2} = \bar{r}_{i,i} = 1 - \bar{h}_{i,i} \tag{1.33}$$

Die Grössen $\bar{r}_{i,i}$ sind jedoch die Diagonalelemente der Projektionsmatrizen $\bar{R}$ bzw. $\bar{H}$, die sich aus der erweiterten Designmatrix ergeben. Diese stellen bekannte Diagnosetools dar (siehe z.B. Chatterjee, Hadi 1988). Insbesondere gilt der Zusammenhang:

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^T}{\mathbf{v}^T\mathbf{v}} \tag{1.34}$$

Des Weiteren kann die Idee in (1.32) sofort auf die Untersuchung von Hebelpunkten (Gruppen von Hebeln) übertragen werden, indem man statt der Plücker-Koordinaten $\bar{d}$ die Plücker-Koordinaten d verwendet.