Zeitschrift: Geographica Helvetica : schweizerische Zeitschrift für Geographie = Swiss journal of geography = revue suisse de géographie = rivista svizzera di geografia

Herausgeber: Verband Geographie Schweiz ; Geographisch-Ethnographische Gesellschaft Zürich

Band: 28 (1973)

Heft: 1

Artikel: Bemerkungen zur Isarithmendarstellung

Autor: Kishimoto, Haruko

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-51878

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Bemerkungen zur Isarithmendarstellung*

Haruko Kishimoto

In seinem wertvollen Beitrag zur Geschichte der Isarithmendarstellung betonte W.Horn die Notwendigkeit einer Vereinheitlichung und Präzisierung der Begriffe auf dem Gebiete der isarithmischen Darstellung (Horn, 1959). Weil diese Darstellungstechnik in immer vermehrtem Maße auch im sozial- und kulturgeographischen Bereich verwendet wird, entschloß sich der Verfasser, der Anregung Horns nachgehend, in der verwirrenden Fülle von Begriffen und Bezeichnungen eine gewisse Klarheit zu schaffen und dabei gleichzeitig auf einige Probleme der Isarithmendarstellung hinzuweisen.

Isarithmen als allgemeiner Oberbegriff

1961 stellten J. L. M. Gulley und K. A. Sinnhuber 166 Arten von Isarithmen, welche bis dahin in kartographischen Arbeiten verwendet worden waren, zusammen. Diese anscheinend große Zahl darf uns jedoch nicht erstaunen, gibt es doch sicher soviele Arten von Isarithmen wie durch sie dargestellte statistische Oberflächen. Erstaunen dürfte eher, daß in der Vergangenheit für jeden Einzelfall ein eigener terminus technicus geschaffen wurde. Wir verweisen etwa auf die Zusammenstellung in Westermanns Lexikon der Geographie.
Isarithmen (Griechisch *iso-* = gleich, *arithmos* = Zahl) sind Linien gleicher Werte, welche zur Darstellung von räumlichen Erscheinungen, die als Volumina betrachtet werden, verwendet werden. Der Ausdruck *Isolinien* ist im deutschen Sprachgebrauch häufiger und mit Isarithmen synonym. Wir ziehen den Ausdruck Isarithme dem Begriff Isolinie vor, weil die Wortzusammensetzung den Sachverhalt richtiger wiedergibt.
Bei der Isarithmendarstellung wird vorausgesetzt, daß die Verteilung der Variablenwerte im geographischen Raum auf einer als Kontinuum konzipierten Oberfläche, welche von E. Imhof auch als *Wertrelief* bezeichnet wird, erfolgt. Die Erdoberfläche (Gelände) ist das einzige sichtbare und konkrete Wertrelief, welches durch Höhenkurven dargestellt werden kann. Erst durch die Verwendung von Höhenkurven wurde es möglich, das Relief kartographisch anschaulich und zugleich quantitativ zum Ausdruck zu bringen. Jetzt erst ließ sich die Lage jedes einzelnen Punktes der Geländeoberfläche durch seine x-, y- und z-Koordinaten festlegen und das Relief als Gesamtheit unzähliger Gradienten, die durch die Änderungen dieser Koordinatenwerte gegeben sind, eindeutig beschreiben. Jedes Wertrelief läßt sich mit Bezug auf die charakteristischen Oberflächenformen aufgrund der Abstands- und Formveränderungen der Isarithmenscharen leicht erfassen und, sofern zu seiner Darstellung Isarithmen ausgewählter z-Werte verwendet werden, berechnen. Die z-Werte entsprechen den Wertabständen von irgend einem Bezugsniveau, sei es dem mittleren Meeresspiegel oder einem beliebigen, der Definition entsprechenden Ausgangsniveau. Bei äquidistanten Isarithmenintervallen wird die richtige Erfassung des dargestellten Kontinuums erleichtert.
Die als räumliche Kontinua erfaßbaren Objekte gehören den verschiedensten thematischen Bereichen an und weisen unterschiedliche Abstraktionsgrade auf. Einige Hinweise genügen: topographische Oberfläche, Luftdruck, potentielle Schneegrenze, Bevölkerungsdichte, Korrelationen und Faktoren. Dabei ist die *statistische Oberfläche* der allgemeine Begriff (Oberbegriff) für alles, was im Raum eine stetige Intensitätsveränderung zeigt, gleichgültig ob es sich dabei um ein tatsächlich vorhandenes Objekt oder um eine begriffliche Konstruktion handelt, gleichgültig auch, ob die Intensität instrumentell zu messen oder statistisch zu berechnen ist.
Mit Bezug auf den zuletzt genannten Punkt können zwei Arten statistischer Oberflächen unterschieden werden. Die eine umfaßt jene Flächen, deren Verlauf durch punktweise, respektive auf bestimmte Punkte bezogene Meßwerte gegeben ist. Beispiele wären Geländehöhen über dem Meeresspiegel, die Lufttemperatur, die Intensität des Erdmagnetismus, der Salzgehalt des Meeres, die Reisedauer von einem bestimmten Ort usw. Im zweiten Falle sind dagegen die Meßwerte auf eine bestimmte Fläche bezogen. In diese Gruppe fallen alle direkt oder indirekt flächenbezogenen Verhältniswerte, wie beispielsweise die Bevölkerungsdichte, prozentuale Anteile der Anbaufläche an der Gesamtfläche, An-

* Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hans Boesch für das kritische Durchlesen des Manuskriptes; meinem Kollegen Herrn Dr. Guido Dorigo danke ich für die Übersetzung englischer Texte.

teil der Mittelschüler an der Wohnbevölkerung; auch Werte wie Bodenpreis/m² können dieser Gruppe zugerechnet werden. Freilich ist sachlich und logisch eine eindeutige Zuweisung zu den beiden Gruppen nicht immer möglich. Eine solche Klassifizierung dient dazu, eine eingermaßen klare Übersicht über den Sachverhalt zu erhalten. Überschneidungen und Grenzfälle kommen jedoch immer und überall vor. Die genannte Gruppierung hat zur Aufstellung von zwei Begriffen geführt: Dabei entspricht *Isometre* den Isarithmen der erstgenannten, *Isoplethe* jenen der letztgenannten Gruppe.[1] Hinsichtlich der funktionellen Bedeutung der Isarithmen als «horizontale Schnittlinien» ist diese Unterscheidung jedoch unwesentlich. Sie nimmt nur Bezug auf die verschiedenen Konstruktionsmethoden, worauf später noch zurückzukommen sein wird.

Geschichtlicher Überblick[2]

Wie bei allen anderen quantitativen Karten war die erste Voraussetzung der Isarithmendarstellung das Vorhandensein des grundlegenden Zahlenmaterials. Isarithmen sind vom kartographischen Standpunkt aus eine Ausdrucksform von hohem Abstraktionsgrad. Schon verhältnismäßig früh – gegen Ende des 16. Jahrhunderts – wurde diese Darstellungsform für die Wiedergabe des auslotbaren, aber nicht direkt sichtbaren Meeresbodens gewissermaßen erfunden. Die älteste erhaltene Isarithmenkarte (Manuskript) ist eine Tiefenkurven- (Isobathen-) Karte des Bettes des Flusses Spaarne aus dem Jahre 1584, welche von einem niederländischen Ingenieur namens Pieter Bruinss anhand von Lotungen gezeichnet worden war. Es gibt zahlreiche Belege dafür, daß in den folgenden zwei Jahrhunderten solche Tiefendarstellungen fortgesetzt und erweitert wurden, vom Flußbett zu den Küstengewässern und in die offene See hinaus. Horn (1959) weist darauf hin, daß wohl einer der wichtigsten Schritte in dieser Entwicklung dem Franzosen Philippe Buache zu verdanken ist, welcher mit seiner 1756 veröffentlichten Karte des Ärmelkanales den Übergang von großmaßstäbigen Karten der Fahrrinne einzelner Flußstrecken zur Übersichtskarte der Gestalt des Meeresbodens als Anschauungsmaterial zu einer physisch-geographischen Theorie schuf.

Mit diesem Hinweis deuteten wir auch die Möglichkeit an, Isarithmenkarten aufgrund ihres Verwendungszweckes oder ihrer funktionalen Bedeutung zu gruppieren. Auf der einen Seite kämen großmaßstäbliche Karten mit großer Lagegenauigkeit und Meßbarkeit zu stehen, auf der andern die kleinmaßstäblichen Karten geographischer Natur, deren Isarithmen in erster Linie das allgemeine Verteilungsmuster der z-Werte angeben.

Es ist leicht zu verstehen, daß die Darstellung der Wassertiefen der prinzipiell gleichen Darstellung der Landhöhen durch Höhenkurven vorausging. Die Grundlagendaten – Lotungen – von brauchbarer Genauigkeit konnten verhältnismäßig leicht gesammelt werden, solange es sich um geringe Wassertiefen handelte und die Anforderungen der Schiffahrt verlangten, daß für jeden Punkt die genaue Tiefe errechnet werden konnte. Außerdem weist Horn (1959) darauf hin, daß im Wasserspiegel das Bezugsniveau für die z-Werte in allen Fällen direkt und konkret gegeben war, was bei der Höhenmessung nicht der Fall ist.

Die quantitative Darstellung des Geländereliefs durch Isohypsen oder Höhenkurven, analog den Tiefenlinien der Seekarte, findet sich in der Geschichte der Kartographie erst viel später, erstmals zunächst als theoretischer Vorschlag in der Mitte des 18. Jahrhunderts in Frankreich. Daß die Idee der Isohypsendarstellung sich tatsächlich von den Tiefenlinien herleiten läßt, zeigen die Anfänge der neuen Darstellungsart. Milet de Mureau wies in einem der frühesten Vorschläge 1749 darauf hin, daß die sogenannten Höhenkoten von einem in der Höhe liegenden Bezugsniveau abwärts zu bestimmen seien! Erst die barometrische Höhenmessung (Laplace, 1799) ermöglichte im Prinzip die Realisierung der genannten Vorschläge; zum Durchbruch konnten sie erst kommen, als sich in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts die trigonometrische Höhenmessung bei der amtlichen Vermessung in den europäischen Staaten durchsetzte.

Völlig unabhängig von der beschriebenen Entwicklungslinie Isobathe–Isohypse, jedoch ungefähr zur gleichen Zeit, begann man, eine völlig andere Art von quantitativen Daten kartographisch durch Isarithmen darzustellen. Linien gleicher magnetischer Deklination, später als Isogonen bezeichnet, entstanden wie die Isobathen aus den praktischen Bedürfnissen der Seefahrt in der Hoffnung, damit eines der schwierigsten Probleme der Schiffahrt – die Längenbestimmung – wenigstens teilweise zu lösen. Es wird vermutet, daß schon um 1630 die ersten Vorschläge in dieser Richtung gemacht wurden. Man besitzt aus dieser Zeit freilich keine Isogonenkarten selbst, jedoch existieren Kartenbeschreibungen und Anweisungen, wie aus den ständig gesammelten Beobachtungswerten Isogonenkarten herzustellen seien. Mit dieser Entwicklung ist der Name des englischen Astronomen Edmund Halley auf das engste verbunden (Thrower, 1969). Die von ihm 1701 veröffentlichte Isogonenkarte des Atlantischen Ozeans ist die älteste erhaltene Karte dieser Art; zusammen mit einer vermutlich 1702 von Halley veröffentlichten Isogonendarstellung der Erde erwies sie sich als großer Erfolg. Diesen

ersten Versuchen folgten bis ins 19. Jahrhundert immer neue Isarithmendarstellungen verschiedener erdmagnetischer Elemente. Ähnlich der Entwicklung der Isobathen diente auch hier die kartographische Darstellung zuerst vornehmlich praktischen Bedürfnissen, um im Laufe der Zeit zunehmend an wissenschaftlicher Bedeutung zu gewinnen.

Diese parallele Entwicklung der Isokartographie (Geländedarstellung und Erdmagnetismus) trat in eine neue Phase ein und führte zur Verschmelzung und Ausweitung, als Alexander von Humboldt diese Darstellungstechnik auf ein neues Thema, die Klimatologie, übertrug. Schon 1804 hatte er – freilich sehr schematisch – durch Isarithmen die Stärke magnetischer Kräfte im tropischen Südamerika kartographisch dargestellt. 1817 führte er die Bezeichnung Isothermen (lignes isothermes) und deren Verwendung zur Darstellung von mittleren Jahrestemperaturen ein. Wenn auch dieser erste Versuch notwendigerweise noch sehr unvollkommen ausfallen mußte, wies er doch auf völlig neue wissenschaftliche Forschungsmöglichkeiten hin. Einmal handelte es sich um die kartographische Erschließung eines völlig neuen Wissensgebietes; die Bearbeitung neuartigen Zahlenmateriales in kartographischer Form bedeutete einen fundamentalen Beitrag zur klimatologischen Wissenschaft. Die Isokartographie spielt heute wohl in keinem Gebiet eine der Meteorologie-Klimatologie vergleichbare Rolle. Zum andern darf aber nicht übersehen werden, daß das erste Anliegen von Humboldts beim Studium der Verteilung der Temperatur auf der Erde ein ökologisch-pflanzengeographisches war. Isothermenkarten wurden bei pflanzengeographischer und ganz allgemein bei geographischer Forschung ein wichtiges wissenschaftliches Forschungsinstrument, um Zusammenhänge und Abweichungen der verschiedensten Erscheinungen als Funktion der Meereshöhe oder der geographischen Breite zu erklären.

In dem Maße, wie neue und zahlreichere Meßdaten zur Verfügung standen, entstanden in der Folge immer neue Isarithmendarstellungen meteorologischer Art und im weiteren Bereich der Geophysik. Dabei erweiterten sich kartographisch dargestellte Begriffe von einfacheren zu komplexen Dingen und an Stelle rein statischer traten auch dynamische Aspekte der dargestellten Sachverhalte. Es bedeutete aber zweifellos eine beachtliche geistige Leistung, diese bisher ausschließlich auf direkten Meßdaten ruhende Technik auch auf flächenbezogene Verhältniszahlen im sozial- und wirtschaftsgeographischen Bereiche anzuwenden. Am relativ späten Erscheinen der sogenannten Isoplethendarstellung – auf den Unterschied zwischen Isometren und Isoplethen wurde schon hingewiesen – mag auch der anfängliche Mangel von Datenmaterial im sozialen und anderen Bereichen verantwortlich sein. Umfassende demographische Erhebungen von genügender Genauigkeit und Detailliertheit wurden in den industrialisierten Ländern erst im Laufe des 19. Jahrhunderts durchgeführt.

Die vermutlich erste kartographische Darstellung der Bevölkerungsdichte stammt von Charles Dupin aus dem Jahre 1827; es handelt sich dabei um eine Choroplethendarstellung Frankreichs. Voraussetzung für solche Karten war das Vorhandensein der beiden Datensätze – Flächengröße der administrativen Einheiten und der entsprechenden Bevölkerungszahlen. 1857 veröffentlichte Niels F. Ravn für Dänemark die erste Bevölkerungsdichtekarte in Isarithmendarstellung. Daß die Choroplethenkarte der Isarithmenkarte vorausging, ist leicht verständlich. Letztere ist nicht nur in graphischer Hinsicht abstrakter, sie verlangt auch eine Lösung von den politisch-administrativen Grenzen und die Transformierung einer Verteilung diskreter Objekte in ein Kontinuum. Welche Schwierigkeiten psychologischer Art auch heute noch bei der Überwindung des scheinbaren Gegensatzes von Kontinua geophysikalischer Natur und solchen anthropogeographischer Natur bestehen, zeigt sich deutlich darin, daß Isoplethen in gewissen Kreisen immer noch als Pseudoisolinien oder Pseudoisarithmen bezeichnet werden. In den folgenden hundert Jahren erweiterte sich der Themenkatalog der Isoplethendarstellung dauernd – von der einfachen Bevölkerungsdichte bis zum mittleren Intelligenzgrad der Bevölkerung – und erlebt heute eine sprunghafte Ausweitung im Zuge der elektronischen Datenverarbeitung und der computerisierten und automatisierten Kartenherstellung.

In die Gruppe der konzipierten dreidimensionalen Kontinua gehören auch jene, welche Imhof (1961) als geometrische Kontinua bezeichnet. Sie können Verzerrungen des Kartennetzes, Straßen- und Eisenbahnferne, Reisedauer u. a. m. repräsentieren. Imhof stellt diese Art von Kontinua als Ergebnis menschlicher Vorstellungen und Konstruktionen den, wie er sagt, naturgegebenen und wirklichen Kontinua geophysikalischer Natur gegenüber. Uns scheint eine solche Unterscheidung nicht wichtig und nicht stichhaltig zu sein. Viele Begriffe im sogenannten naturgegebenen und wirklichen Sachbereich, welche durch Isarithmen dargestellt werden können (beispielsweise die Durchschnittstemperatur, maximale mögliche Sonnenscheindauer), sind ebenfalls bis zu einem bestimmten Grade das Ergebnis menschlicher Denkarbeit und Vorstellungen.

Die älteste kartographische Darstellung der Reisedauer, eine sogenannte Isochronenkarte, wurde 1881 von Francis Galton in England veröffentlicht. Ihr spätes Auftreten ist bestimmt durch die erst jetzt wirksam werdende steigende Mobilität der Menschen und Güter. Wie in den bisher bespro-

chenen anderen Fällen entwickelte sich auch hier die isarithmische Darstellungstechnik rasch und damit im Zusammenhang die Zahl der abgeleiteten und komplexen Begriffe.
Die Entwicklung hat heute einen Stand erreicht, bei dem anfängliche Unterschiede vor dem Gemeinsamen zurückzutreten beginnen. In diesem Zusammenhang sind etwa die Arbeiten von W. Warntz, der die verschiedensten Aspekte zusammenzufassen versteht, besonders zu beachten.[3] So scheint es heute nicht mehr sehr sinnvoll zu sein, auf einem grundlegenden Unterschied zwischen Isometren und Isoplethen zu beharren oder Kontinua ihrer Natur nach als physisch-geographische, anthropogeographische oder geometrische zu bezeichnen und einander scharf gegenüberzustellen, als Gruppierungen erster Ordnung. Die allgemeine Entwicklung kann vielmehr dahingehend charakterisiert werden, daß sich die anscheinenden Gegensätze zu Gunsten einer generellen Konvergenz verflüchtigen.

Die Unbeliebtheit der Isoplethen-Technik im deutschen Sprachbereich

Die Isarithmen werden verwendet, um die Konfiguration der Oberfläche eines als dreidimensional angesehenen geographischen Kontinuums darzustellen. Wie schon erwähnt, können wir dabei auf Grund der Ausgangsdaten zwei verschiedenartige Oberflächen unterscheiden, zu deren Darstellung wir Isarithmen verwenden, welche allgemein – obwohl wir äußerlich, das heißt in graphischer Hinsicht, keinen Unterschied zwischen ihnen feststellen können – Isometren oder isometrische Linien und Isoplethen genannt werden. In diesem Sinne definiert, wurde bisher immer die Isoplethendarstellung von Geographen und Kartographen im deutschen Sprachbereich skeptisch betrachtet und nicht als vollwertiges Mitglied in die Isarithmen-Familie aufgenommen.
Während der Arbeit an diesem Manuskript äußerte sich in einem Artikel über ungelöste Probleme der thematischen Kartographie W. Witt zu der hier diskutierten Frage (1972, S. 13–14). Er verwendet dabei konsequent an Stelle des Begriffes Isoplethen «Pseudoisolinien», worin seine negative Einstellung zu dieser Darstellungsmethode schon sprachlich Ausdruck findet. Für seine ablehnende Haltung dürfte in erster Linie maßgebend sein, daß die durch Isoplethen abzubildende Oberfläche nicht aufgrund punktweise instrumentell gemessener Werte konstruiert wurde. Uns scheint für die ablehnende Haltung W. Witts jedoch ein anderer Umstand wichtiger zu sein: Das für solche Darstellungen verwendete statistische Datenmaterial bezieht sich in der Regel auf administrative Einheiten und weist darum als solches keine stetigen Wertänderungen auf. Immerhin ergibt sich aus seinen Ausführungen nicht klar, ob er grundsätzlich ablehnt, die Bevölkerungsdichte als ein Kontinuum zu betrachten, oder ob sich seine Einwände nur darauf beziehen, daß mit einem nach administrativen Zähleinheiten geordneten Zahlenmaterial eine Isoplethenkarte gezeichnet werde.
Im Gegensatz zu Witt sehen wir keinen Grund, die Bevölkerungsdichte nicht als eine raumerfüllende kontinuierliche Erscheinung zu betrachten. Dies kann auf folgende Weise einfach gezeigt werden: Wir legen an einem beliebigen, besiedelten Ort der Erdoberfläche beispielsweise ein Quadrat von 1 x 1 km Seitenlänge auf und berechnen für dieses «Fenster» aufgrund der innerhalb des Quadrates lebenden Menschen die Bevölkerungsdichte. Das Quadrat kann so verschoben werden, daß der Dichtewert konstant bleibt – dies entspricht dem Zeichnen von Höhenkurven am Autographen – oder sich verändert. Im letzteren Falle ist die Veränderung eine kontinuierliche, entsprechend dem Gefälle oder der Steigung der statistischen Oberfläche Bevölkerungsdichte. Die «Fenstergröße» kann entsprechend dem Vorstellungsmaßstab und den Verteilungsverhältnissen verändert werden. Dieses einfache Beispiel zeigt auch, daß bei einem derartig abgeleiteten Relief vertikale oder überhängende «Felsen» nicht vorkommen können, wenn es auch oft zu sehr schroffen Übergängen der Dichtewerte zwischen urbanen Bevölkerungsagglomerationen und der ländlichen Umgebung oder zwischen Oase und Wüste kommen kann.
Ein derart konzipiertes Relief durch Isoplethen auf einer Abbildungsebene sichtbar zu machen, ist ein Versuch, der unsere volle Anerkennung und Aufmerksamkeit verdient. Technisch gesehen dürfte die oben zur Veranschaulichung des Prinzipes verwendete Methode des verschiebbaren Quadrates in den meisten Fällen nicht in Frage kommen. Häufiger dürften wir gezwungen sein, für die kleinsten statistischen Einheiten die Dichtewerte zu berechnen und diese einem Punkte in der betreffenden Gemeinde zuzuordnen. Wenn Witt diese Werte als «auf einen Punkt (Mittelpunkt, Schwerpunkt) konzentriert vorgestellte Werte» bezeichnet, übersieht er, daß es sich im Grunde um Stichprobenwerte handelt. Aufgrund dieser Stichprobenwerte (Kontrollpunkte) werden anschließend meist nach dem Verfahren der linearen Interpolation die Isoplethen gezeichnet. Die Stichprobenwerte sind einem uneinheitlichen System von Bezugsflächen zugeordnet, woraus sich eine unausgeglichene Gewichtsverteilung ergibt. Wenn auch dieser Nachteil, der in einzelnen Fällen beachtliche quantitative Folgen haben kann, nicht leichtgenommen werden darf, bildet er doch keinen Grund dafür, die Isoplethen-

methode und die ihr zugrunde liegende Betrachtungsweise grundsätzlich als unwissenschaftlich und falsch – und deshalb als «pseudo» – zu bezeichnen. Die gleichen Einwände könnten auch gegenüber einer Isothermenkarte, die sich oft auf eine recht fragwürdige Stichprobengrundlage stützen muß, erhoben werden – seltsamerweise wird aber von den gleichen Kartographen, welche Isoplethendarstellungen ablehnen, eine Isothermenkarte als exakt akzeptiert!

Es ist unverständlich, daß im deutschen Sprachgebiet die Isoplethendarstellung wenig Interesse findet und vor allem von kartographischer Seite energisch und ernsthaft bekämpft wird, während sie anderswo seit langem als ein selbstverständliches Anschauungsmittel und in der Geographie im besonderen als eine häufig angewendete analytische Arbeitsmethode akzeptiert worden ist.

Ein Blick in die Fachliteratur zeigt deutlich, in welchem Maße sich die deutschen Geographen von der Isarithmendarstellung im allgemeinen und den Isoplethen im besonderen fernhalten und den Begriff der statistischen Oberfläche meiden. Dies ist besonders augenfällig im Bereiche der Anthropogeographie. Die Zeitschrift «Die Erde» enthält in den Jahrgängen 1966 bis 1970 nur vier eigentliche Isarithmenkarten; davon betreffen zwei als Textfiguren das Thema Erdmagnetismus, zwei weitere als Beilagen phänologische Sachverhalte. In einer Arbeit wird eine Isarithme (100 DM/m² Grundstückrichtpreis) zur Abgrenzung des Stadtkernes zu Hilfe genommen.[4] Eine eigentliche Isoplethendarstellung ist nicht anzutreffen.

In den vierteljährlich erscheinenden «Annals of the Association of American Geographers» zählt man für die gleiche Periode (1966–1970) etwa 50–60 Isarithmenkarten und schematische Skizzen von Modellen mit Isarithmen; sie betreffen etwa zwanzig verschiedene Themenkreise und ein Viertel bis ein Drittel dürfen als Isoplethendarstellung bezeichnet werden. Die beiden Zeitschriften wurden gewählt, weil sie trotz ihrer Verschiedenheit in Gestalt und Umfang bedeutungsmäßig durchaus vergleichbar sind. Die Schwierigkeiten bei einer eindeutigen Zuordnung zu dieser oder jener Gruppe lassen nur diese allgemeinen Aussagen zu.

Besonders deutlich wird der Unterschied jedoch dann, wenn wir uns dem quantitativ-statistisch orientierten Sektor der Geographie zuwenden. Eine erste Auskunft erhalten wir, wenn wir das Buch über «Spatial Analysis» von B. J. L. Berry und D. F. Marble (1968) zur Hand nehmen. Dieses Werk enthält eine Sammlung von Arbeiten zur Anwendung statistischer Methoden bei der Regionalanalyse, welche meistens in den fünfziger und sechziger Jahren in verschiedenen englischsprachigen Zeitschriften erschienen sind; es darf als ein Standardwerk über statistische Methoden in der Geographie bezeichnet werden. In den rund 500 Seiten des Buches finden sich etwa 50 Abbildungen zum Thema isarithmische Darstellungen statistischer Oberflächen. Beinahe noch eindrücklicher als die Zahl der Isarithmenkarten und die Weite der behandelten Themen – sie reichen von der Geologie bis zur politischen Geographie – ist die Unvoreingenommenheit, mit welcher man experimentiert und neue Pfade der Analyse statistischer Oberflächen begeht. R. J. Chorley und P. Haggett führen beispielsweise in ihrem Beitrag über trend surface-Analyse das Folgende aus: «Obwohl wir uns bisher in der Diskussion auf isarithmische Karten kontinuierlich verteilter Merkmale (z. B. Luftdruck) beschränkt haben, soll dies keineswegs bedeuten, daß Modelle von Trendoberflächen auf diese beschränkt sind. Bunge ist der Ansicht, daß in der Kartographie ‚bloß reine Sturheit' isarithmische Kartierungstechniken von einer Vielzahl von geographischen Phänomen fernhielt. So kann beispielsweise die Bevölkerung vergleichbar einem Lichtstrahl entweder als eine Serie diskontinuierlicher Teilstücke oder aber auch als Kontinuum betrachtet werden: die Definition ist lediglich eine Sache des Maßstabes, der Konvention und auch des Verwendungszweckes der Karte. Vor mehr als dreißig Jahren drängte Jones nachdrücklich auf den allgemeineren Gebrauch von Karten des ratio-Typs (wie Dichtekarten) in Landnutzungsstudien und in der Agrargeographie. Isarithmische Abbildungen stellen, kartographisch gesehen, die Spitze der vierstufigen Maß-Sequenz, nominal, ordinal, interval und ratio, dar. Die Vielseitigkeit und Nützlichkeit der Verhältniswerte beim Kartieren und bei der statistischen Analyse sprechen in besonderem Maße dafür, den größtmöglichen Teil von geeigneten geographischen Daten in diese Form überzuführen» (Berry-Marble 1968, S. 196). Für viele Daten ist eine kontinuierliche Oberfläche unerläßliche Voraussetzung zur Ausschaltung von *noise* (lokale, sogenannte Geräusche), zur Herausarbeitung regionaler Trends wie auch zur Beschreibung und zur Simulation bestimmter räumlicher Prozesse mit Hilfe von Analogmodellen. So verwendeten beispielsweise D. J. Wishart, A. Warren und R. H. Stoddard (1969) die Wellenbewegung als Analogmodell für die Untersuchung der westwärts schreitenden Kolonisation in den zentralen und nördlichen Teilen der Great Plains in den Vereinigten Staaten zwischen 1860 und 1890. Dabei stand für sie der rein formale Vergleich der beiden statistischen Oberflächen und nicht etwa das hinter den Vorgängen stehende Kräftespiel und der Energieaufwand zur Diskussion; die Veränderung der statistischen Oberfläche der Bevölkerungsdichte war mit jener sich ausbreitender Wellen zu vergleichen und quantitativ zu beschreiben. An dieser Stelle soll nicht untersucht

werden, ob solche Untersuchungen zu sinnvollen Resultaten mit Bezug auf die Dynamik anthropogenetischer Vorgänge führten. Die Hinweise sollen lediglich den Leser darauf hinweisen, daß in jüngster Zeit viele fruchtbare Gedanken in der Geographie davon ausgingen, daß statistische Oberflächen konzipiert und quantitativ bearbeitet wurden.

Die scheinbare «Ungenauigkeit» der Isoplethendarstellung stößt offenbar besonders jene Kartographen ab, deren Genauigkeitsbegriff sich nach der im Vemessungswesen üblichen Meßgenauigkeit und der Wiedergabegenauigkeit in der topographischen Kartographie orientiert. Um den Psychologen R. Arnheim zu zitieren, gibt es aber «zwei ganz verschiedene Arten, eine Quantität aufzufassen – durch Zählen und Messen oder durch ein Begreifen der Wahrnehmungsstruktur. Gewiß sind auch das Zählen und das Messen Wahrnehmungsverfahren, aber sie zerkleinern die gegebene Struktur zu Einheiten und sind also anschaulich nur insofern, als sie diese Einheiten Stück für Stück nachweisen; oder sie vergleichen die vorliegende Menge mit einem von außen angelegten Maßstab. Die andere Methode bestehe darin, Mengen ihrer anschaulichen Form nach zu schätzen oder zu vergleichen. Dies führt manchmal zu exakten Zahlen, etwa wenn man die Augenanordnungen auf Dominosteinen oder Würfeln als Zweien, Dreien oder Fünfen erkennt; häufig aber auch nicht. Selbstverständlich sind beide Verfahren auf ihre Weise nützlich» (Arnheim 1972, S. 203). Welche der beiden «Meß-Methoden» in Frage kommt, ist je nach der vom Kartenbenutzer gewünschten Zielsetzung verschieden. Falsch ist es auf jeden Fall, die eine Methode als weniger wissenschaftlich als die andere zu bezeichnen. Bei klein-maßstäblichen Karten thematischer Natur, zu denen die meisten Isoplethenkarten zu rechnen sind, steht die zweitgenannte Meßmethode (nach Arnheim) im Vordergrund; in diesem Fall wäre es fehl am Platz, von der topographischen «Genauigkeit» der Karte zu sprechen.

Wir stimmen Witt (1972) zu, wenn er kritisiert, daß ganze Atlanten nach dem Isoplethenverfahren gezeichnet werden. Der größte Wert und Beitrag, den die Erweiterung des Begriffes «Kontinuum» in den anthropogeographischen Bereich und seine Darstellung durch Isoplethen leistet, liegt darin, daß wir ein neues Instrumentarium bei der Regionalanalyse gewinnen. Die Isoplethendarstellung ist ein Arbeitsinstrument im Wirken eines Geographen. Dabei wird auch in Zukunft damit zu rechnen sein, daß die mit dieser Methode zu begreifenden Objekte immer komplexer und wissenschaftlich gesehen höher entwickelt werden. So spricht man heute beispielsweise in zunehmendem Maße von der *perception surface,* einer monistischen Oberfläche, auf der die ganze vom Menschen wahrgenommene Umwelt betrachtet wird und auf der Entscheidungen aller Art getroffen werden.[5] Es ist noch nicht erwiesen, bis zu welchem Maße die kartographische Wiedergabe solcher Oberflächen überhaupt möglich ist. Keinesfalls aber darf es sich die Kartographie leisten, diese neuen Begriffsbildungen in der Geographie nicht zu beachten und beiseite zu schieben.

Die räumliche Verteilung der Stichprobenwerte

Wie schon erwähnt, sind die Kriterien für das Maß der Genauigkeit kleinmaßstäblicher Isarithmenkarten nicht die gleichen wie bei großmaßstäblichen topographischen Karten, denn «wie genau die Messungen zu sein haben, hängt von der Natur der Tatsachen ab, die es zu behandeln gilt» (Arnheim, 1972, S. 281).[6] Unter allen Oberflächen, die kartographisch unter allen möglichen Abstraktionsstufen abgebildet werden, zeichnet sich das Geländerelief dadurch aus, daß es als einziges sichtbar ist. Nur im Falle der Höhenkurvenkarte ist die wahre Oberfläche bekannt, nur hier kann das Isarithmenbild am Objekt (Gelände, photogrammetrisches Modell) selbst überprüft und in allen Details gezeichnet werden. In allen anderen Fällen muß es auf der Grundlage der Kontrollpunkte und eines bestimmten Interpolationsverfahrens konstruiert werden. Dieser grundlegende Unterschied bedeutet, daß Erfahrungen, welche bei der topographischen Kartographie gewonnen wurden, nicht unbesehen auf Oberflächen anderer Natur übertragen werden dürfen. Vor allem gilt dies mit Bezug auf die Bedeutung, welche der Dichte und der Streuung der Kontrollpunkte zukommt.

Man darf mit Recht vermuten, daß die Genauigkeit einer Isarithmenkarte durch eine Vermehrung der Kontrollpunkte gesteigert werden kann. Man kann ebenfalls vermuten, daß nach dem Gesetz der abnehmenden Erträge von einem bestimmten Punkte an eine Zunahme der Kontrollpunkte keine ins Gewicht fallende Genauigkeitssteigerung mehr erbringen wird. Oft wird angenommen, daß eine gleichmäßige Verteilung der Kontrollpunkte über das ganze Gebiet eine «genauere» Wiedergabe der wahren Oberfläche ergeben würde, als dies bei einer unregelmäßigen, stellenweise stark zusammengescharten Verteilung der Fall wäre. Der Kartenautor steht mit Bezug auf Zahl und Verteilung der Kontrollpunkte meist unter einem Sachzwang und nur selten findet er eine Verteilung vor, die aufgrund der Theorie oder von Spezialuntersuchungen als optimal bezeichnet werden kann. So muß man sich bei Isarithmenkarten im klimatologischen Bereich mit der gegebenen Verteilung der Wetterstationen bescheiden. Bei vielen Isoplethenkarten ist die Verteilung der Kontrollpunkte durch die politisch-ad-

ministrativen statistischen Einheiten gegeben. In diesem besonderen Falle können wir je nach dem gewünschten Generalisierungsgrade verschiedene Stufen der Datenzusammenfassung (levels of data aggregation) benutzen, wie beispielsweise Gemeinden, Bezirke, Kantone. Die Maximalzahl der Kontrollpunkte ist dabei vom untersten Niveau der statistischen Erhebung abhängig. Die meisten Untersuchungen zu dieser Frage waren bisher zu theoretisch orientiert und der Kartenautor ist heute noch in Ermangelung klarer und praktisch brauchbarer Hinweise darauf angewiesen, selber zu entscheiden, ob eine sinnvolle kartographische Wiedergabe möglich ist. Ein erster Schritt in der mehr praktischen Richtung stellt die weiter unten zu besprechende Arbeit von J. L. Morrison (1970) und das von ihm vorgeschlagene Maß zur Beschreibung des räumlichen Gruppierungsgrades von Kontrollpunkten dar.

Bei der kleinmaßstäblichen Wiedergabe eines thematischen Reliefs ist es nicht so einfach, die Minimalgröße der Stichprobe anzugeben, weil die wahre Oberfläche unbekannt und die Zweckbestimmung der Karte von Fall zu Fall verschieden ist. Ein gutes Beispiel für diese Situation stellt eine Arbeit von C.F.Schmid und E.H.MacCannell (1955) dar, in der eine vergleichende Darstellung des Durchschnittspreises einer Wohneinheit im Jahre 1950 für einen Teil von Seattle, der ca. 50 km umfaßt, mit Isoplethen geboten wird. Bei einer ersten Darstellung verwendeten die Autoren 2400 Kontrollpunkte, sogenannte city blocks, bei einer zweiten die 290 enumeration districts und bei der dritten die 36 census tracts. Entsprechend wurden für die drei Aggregationsstufen die Legenden generalisiert. Ein visueller Vergleich der resultierenden Isoplethenkarten vermag noch nichts Entscheidendes über die beste Stichprobengröße auszusagen; immerhin ist interessant, daß rein gefühlsmäßig die Unterschiede zwischen der ersten und der zweiten Darstellung nicht so bedeutend erscheinen, daß der Mehraufwand als gerechtfertigt erscheint. Die Autoren äußern sich zu dieser Frage wie folgt: «Nach einer sorgfältigen Prüfung der Figuren 1, 2 und 3 erscheint es schwierig oder geradezu unmöglich, eine der Lösungen als die beste zu bezeichnen, weil ein Urteil dieser Art in jedem Falle vom Verwendungszweck der Darstellung mitbestimmt wird. Immerhin kann gesagt werden, daß für bestimmte Verwendungszwecke die Bearbeitungen auf Grundlage der city blocks zu viele Details geben und daß jene aufgrund der census tracts zu stark generalisiert erscheinen. In diesem Zusammenhang muß auch beachtet werden, daß ein bestimmtes Verhältnis zwischen der Größe der Grundeinheit und der gesamten dargestellten Fläche beachtet werden will» (Schmid-MacCannell, 1955, S.222). In diesem Falle stellen die drei Oberflächen im wesentlichen drei verschiedene Generalisierungsniveaus dar. Wenn auch die Zahl und Verteilung der Kontrollpunkte nicht ausschließlich für die Verschiedenheiten bei der kartographischen Wiedergabe ein und desselben Reliefs verantwortlich sind, spielen sie doch im vorgelegten Falle die wichtigste Rolle.

In ihrer experimentellen Untersuchung über die Genauigkeit von Isoplethenkarten stellten M.-L. Hsu und A. H. Robinson (1970) fest, daß die Anzahl der Kontrollpunkte das allgemeine Generalisierungsniveau, das heißt die Menge der noch zur Darstellung kommenden Kleinformen bestimmt. Wichtiger und von bedeutend komplexerem Einfluß auf die Genauigkeit der Wiedergabe ist dagegen die Lage der Kontrollpunkte. Sie bestimmt nämlich die Orientierung und den Verlauf der einzelnen Isoplethen und damit die Diskrepanz zwischen der wahren und der dargestellten Oberfläche. Morrison (1964) versucht in einer Arbeit, auf die schon hingewiesen wurde, ein Maß für das Verteilungsmuster der Kontrollpunkte (gleichmäßig, Häufungen usw.) zu finden, in der Hoffnung, daß ein solcher Indikatorwert dem Kartenautor als Maß für die Genauigkeit bei seiner Arbeit dienen könne. Morrison verwendet als Grundlage die «Statistik des nächsten Nachbarn» (nearest neighbor statistic, auch als R-scale bezeichnet). Der Indikatorwert ist die Verhältniszahl zwischen einer tatsächlichen Durchschnittsdistanz zwischen zwei benachbarten Punkten im gegebenen Raum und einer theoretischen Durchschnittsdistanz unter gleich vielen Punkten, welche im gleichen Raume ganz zufällig zerstreut wären. Die Werte können zwischen Null und 2,1491 liegen. Null bedeutet, daß sich alle Punkte an einem Punkte des Feldes vereint finden, übereinanderliegen. Eine zufällige Punktverteilung ergibt den Wert 1,0. Bei 2,1491 ist die Distanz von einem Punkt zum Nachbarn überall gleich, das heißt, daß wir ein hexagonales Verteilungsmuster vor uns haben. Die Untersuchungen Morrisons ergeben, daß es nicht wünschenswert erscheint, eine Isarithmenkarte zu zeichnen, wenn die räumliche Verteilung der Stichprobe einen R-Wert von 0,90 und weniger aufweisen sollte. Hingegen kann man sich darauf verlassen, daß alle wesentlichen statistischen Merkmale getreu erfaßt werden, wenn der R-Wert der Stichprobe größer als 1,25 ist. Aufgrund der bisherigen Versuche ist damit freilich noch nicht gesagt, daß zwischen der nearest neighbor statistic und der Wiedergabegenauigkeit eine direkte lineare Funktion besteht. Das Ergebnis lautet vorerst einfach dahin, daß bei R-Werten über 1,25 eine zuverlässigere Darstellung der ursprünglichen statistischen Oberfläche resultiert als in anderen Fällen.

Die Untersuchungen von Morrison und jene von Hsu/Robinson haben außerdem erwiesen, daß eine visuell überlegene Wiedergabe der Ausgangs-

oberfläche in statistischer Hinsicht nicht unbedingt die beste zu sein braucht. Morrison äußert sich darüber wie folgt: «Die Tatsache, daß statistische Eigenschaften erhalten bleiben, bedeutet nicht ohne weiteres, daß visuell erfaßbare Eigenschaften in der Abbildung ebenfalls erhalten bleiben» (Morrison, 1970, S. 504). Wie es Morrison im Titel seiner Arbeit zum Ausdruck bringt, geht es ihm darum, eine Anwendungsmöglichkeit der nearest neighbor statistic auf die geographische Stichprobenentnahme in der Ebene und damit einen Weg, Theorien über die geographische Stichprobenentnahme mit der kartographischen Praxis zu verknüpfen, zu finden. Wenn auch die nearest neighbor statistic gewissermaßen manuell berechnet werden kann, eignet sie sich doch in besonderem Maße für die elektronische Datenverarbeitung. Wenn gleichzeitig immer mehr Isarithmenkarten auf diesem Wege automatisiert hergestellt werden, könnten solche Berechnungen ohne weiteres in das Kartierungsprogramm eingebaut werden. Sie dienten in diesem Falle im Kartierungsverlauf als Kontrollstelle für eine frühzeitige Feststellung, ob die Kartierung sinnvoll sei oder nicht.

Andere Faktoren – wie der Charakter des Ausgangsreliefs, die Methode der Kurveninterpolation – bestimmen ebenfalls die Zuverlässigkeit einer isarithmischen Wiedergabe einer statistischen Oberfläche. Nach allen bisherigen Untersuchungen scheint jedoch die Verteilung der Kontrollpunkte die wichtigste Rolle zu spielen. Aus diesem Grunde dürfte in der Praxis die nearest neighbor statistic eine gute Hilfe bedeuten.

Besonderheiten der Isoplethendarstellung

Grundlage der Isoplethendarstellung sind Stichprobenwerte, die direkt oder indirekt auf Flächen bezogene Verhältniszahlen sind; dieser Umstand bringt besondere Probleme mit sich, welche die isometrische Darstellung entweder nicht kennt oder die für sie von geringerer Bedeutung sind. Mit Ausnahme der topographischen Oberfläche (Erdoberfläche) sind praktisch alle durch Isarithmen dargestellten und darstellbaren Oberflächen notwendigerweise Stichprobenoberflächen. Im Falle von Isometren handelt es sich bei den Stichprobenwerten um Meßwerte an einem bestimmten Punkt, bei Isoplethen dagegen um flächenbezogene Durchschnittswerte. Aus diesem Grunde ergibt sich bei Isoplethen, daß wegen der sehr unterschiedlichen Form und Größe der einzelnen Zähleinheiten räumliche Unebenheiten von Anfang an durch die besondere Art der Ausgangsdaten ausgeglättet werden. Die Größe der Stichprobenwerte ist damit weitgehend vom gewählten System der Raumgliederung abhängig. Unter den zahllosen theoretisch denkbaren Möglichkeiten ist das System der politisch-administrativen Gliederung eines der häufigsten. Bereits erwähnt wurden in diesem Zusammenhang die verschiedenen Niveaus der Daten-Aggregation.

Unter den besonderen technischen Problemen der Isoplethenkartierung erscheinen bei den verschiedenen Autoren die folgenden immer wieder: Lage des Kontrollpunktes innerhalb einer Zähleinheit, verschiedene Möglichkeiten der Interpolation der Kurvenwerte, Kurvenintervalle und Form wie Größe der Zähleinheiten. Die Wahl der Kurvenintervalle bei der Isoplethendarstellung bietet ähnliche Probleme wie die Wahl der Klassenintervalle bei der Choroplethendarstellung; diese Frage wurde vom Autor schon an anderer Stelle besprochen (Kartographische Nachrichten 22/6, 1972), sodaß in diesem Zusammenhang auf eine Diskussion verzichtet werden kann.

Lage des Kontrollpunktes

Dagegen muß hier die Frage der Lage des Kontrollpunktes innerhalb der Zähleinheit etwas eingehender besprochen werden. Die Konstruktion einer Isoplethenkarte beginnt in der Regel damit, daß ein Netz von Kontrollpunkten aufgestellt wird, welche die administrativen oder anderweitigen Flächen - Zähleinheiten vertretungsweise repräsentieren. Der für die Zähleinheiten gültige Verhältniswert wird diesen Kontrollpunkten als z-Wert zugeschrieben. Die durch die x- und y-Werte bestimmte Lage des Kontrollpunktes ermöglicht zusammen mit dem z-Wert überhaupt erst die Interpolation bestimmter Kurvenwerte. Bei isometrischen Darstellungen sind x- und y-Werte normalerweise gegeben; bei Isoplethen besitzen wir dagegen genau wie bei der Wahl der Interpolationsmethode und der Kurvenintervalle auch in dieser Beziehung eine große Freiheit der Wahl. Dabei muß von Anfang an beachtet werden, daß es nicht um richtige oder falsche, sondern um bessere oder schlechtere Lösungen geht. Sofern wir neben einer homogenen Verteilung der darzustellenden Erscheinung auch symmetrische Bezugsflächen voraussetzen dürfen, wäre der Kontrollpunkt zweckmäßigerweise in den Mittelpunkt der Bezugsfläche – der dem Schwerpunkt der Verteilung entspricht – zu setzen. Dabei ist klar, daß Begriffe wie Homogenität und Schwerpunkt der Verteilung in jedem einzelnen Falle vom Kartenmaßstab und damit von der Generalisierungsstufe abhängig sind. Die gemachte Voraussetzung trifft aber in den meisten Fällen nicht zu. In einem klassischen Beitrag zur Isoplethendarstellung untersucht J. R. Mackay

(1951) alternative Möglichkeiten wie Flächenmittelpunkt (center-of-area, centroid), Schwerpunkt der Verteilung (center-of-gravity), Schnittpunkt orthogonaler Halbierungslinien (bisector-center-of-area) und Punkt minimaler Gesamtreisedistanz (center-of-minimum-aggregate-travel). Er kommt zum Schluß, daß unabhängig davon, ob die Verteilung homogen oder inhomogen, die Form der Zähleinheit symmetrisch oder unregelmäßig sei, der Schwerpunkt der Verteilung «the most representative point» sei. Nach Definition fällt bei einer gleichmäßigen Verteilung dieser Punkt mit dem Flächenmittelpunkt oder Zentroid zusammen. Je nach der Form der Bezugsflächen liegt er innerhalb oder außerhalb dieser Fläche; letzteres kann bei bohnen- oder sichelförmigen Flächen durchaus der Fall sein. In solchen Fällen sieht es Mackay als zweckmäßiger und richtiger an, den Kontrollpunkt dort zu belassen und nicht in die Fläche hineinzurücken. Bei ungleichmäßiger Verteilung bietet die Bestimmung des Schwerpunktes der Verteilung bedeutende Schwierigkeiten. Nicht nur erscheint der Arbeitsaufwand für die rechnerische Bewältigung des Problemes in keinem Verhältnis zu den erreichten Vorteilen zu stehen, sondern es fehlen meistens auch die notwendigen Voraussetzungen zu solchen Berechnungen. Aus diesem Grunde muß in der Praxis auch bei maschineller Datenverarbeitung und Kartierung der Unterschied zwischen dem Schwerpunkt der Verteilung und Zentroid vernachlässigt und letzterer als Kontrollpunkt gewählt werden. Besonders bei kleinmaßstäblichen Darstellungen fällt erfahrungsgemäß die Diskrepanz mit Bezug auf die Genauigkeit der Darstellung kaum ins Gewicht. Bei manueller Kartierung besteht die Möglichkeit, bei der Festsetzung der Kontrollpunkte Ungleichmäßigkeiten der Verteilung Rechnung zu tragen, wofür aber eine gute Kenntnis der Verteilungsmerkmale Voraussetzung ist. Je größer der Maßstab und je kleiner die Zahl der Kontrollpunkte, umso mehr macht sich der Einfluß der Lage der einzelnen Kontrollpunkte geltend.

Interpolation

Beim Zeichnen der Höhenkurven des Geländereliefs besteht die Aufgabe des Topographen oder Photogrammeters darin, die Linien in ständigem Vergleich mit der visuell erfaßbaren Oberfläche «richtig», dort wo sie «hingehören», zu ziehen. Bei einem durch Isoplethen abzubildenden thematischen Relief handelt es sich um eine abstrakte Vorstellung der Wirklichkeit, um ein virtuelles Relief. Da jeder z-Wert auf eine bestimmte Flächeneinheit bezogen ist, erscheint es unmöglich, jeder Isoplethe eine einzige «richtige» Lage im Raum zuzuschreiben. Ihre Lage wird im einzelnen Falle durch die Lage der einzelnen Stichprobenwerte (Kontrollpunkte) sowie durch die Interpolationsmethode bestimmt. Sind Kontrollpunkte und Intervallsystem entschieden, muß der Verlauf der einzelnen Isoplethen durch ein Interpolationsverfahren zwischen benachbarten Stichprobenwerten gezeichnet werden; mit diesem Schritt wird aus den vereinzelten Beobachtungen die Oberflächenform eines Kontinuums abgeleitet.

Ähnlich wie bei der Stichprobentechnik ist dieser Schritt mathematisch-theoretisch behandelt und in mannigfacher Weise durchgeführt worden. Da die computerisierte Herstellung von Isarithmenkarten eine mathematisch-logisch fundierte Interpolationsmethode voraussetzt, wurden in den letzten Jahren auch verschiedene Interpolationsmodelle entwikkelt. Als W. Tobler am technischen Symposium der International Cartographic Association 1964 einige Probleme bei der automatischen Herstellung thematischer Karten – darunter auch jene der Interpolation oder des logical contouring – skizzierte, bemerkte er, daß bei einem Vergleich von einigen Dutzend Computerprogrammen zur Isarithmenkartierung, welche damals schon vorhanden waren, keine zwei sich auf dieselbe mathematische Logik zu stützen schienen (Tobler 1966, S. 88). Freilich lassen sich die verschiedenen Interpolationsmodelle zu mindesten zwei Grundtypen zuordnen: point-interpolators und surface-fitting interpolators. Im Rahmen dieser beiden Gruppen führte die elektronische Datenverarbeitung dazu, daß mit Bezug auf die mathematischen Einzelheiten die Interpolationstechnik immer komplexer wurde. Als Beispiel sei die Verwendung kurvilinearer Interpolation anstelle einer einfachen linearen Interpolation genannt. Tobler bemerkt dazu, daß die Interpolationsmodelle an Komplexität wohl zugenommen haben, daß aber selbst für den Mathematiker die Vorteile des einen gegenüber dem andern Modell nicht mehr deutlich erkennbar seien (Tobler 1966, S. 89). Daß die Maschine nur streng mathematisch-logischen Formulierungen zu folgen vermag und nicht, wie dies bei der manuellen Kartierung möglich ist, gefühlsmäßig nuanciert interpolieren kann, hat die wesentlichen Probleme der Interpolation in keiner Weise zu beseitigen vermocht.

Eines dieser immer wieder erwähnten Grundprobleme liegt darin, daß auch beim einfachsten Modell der linearen Interpolation oft mehr als eine kartographische Lösung möglich ist. Ein klassisches Beispiel ist der Fall des sogenannten toten Mittelpunktes, welcher von vier, quadratisch angeordneten Kontrollpunkten umgeben ist. Besitzt dabei ein sich diagonal gegenüberliegendes Punktpaar höhere z-Werte als das andere Paar, so werden – wie auch eine rasche manuelle Überprüfung zeigen

wird – immer zwei Möglichkeiten der Interpolation bestehen. Dieses Problem wurde besonders von J. R. Mackay behandelt (1951). Leider sind wir über den Umfang der Genauigkeitsschwankungen, welche solche alternativen Möglichkeiten verursachen, theoretisch noch zu wenig orientiert. Morrison äußert sich pessimistisch dahingehend, daß es vielleicht heute schon zu spät sei, die Kluft zu schließen, welche sich zwischen der mathematisch hochentwickelten Interpolationstechnik für die maschinelle Kartierung (Computerkarten) einerseits und der mangelnden Kenntnis über Qualität und Zuverlässigkeit solcher Darstellungen bei Kartenautoren und Kartenbenutzern anderseits auftat (Morrison 1967).

Heute erfolgt in den meisten Fällen das Zeichnen von Isoplethen noch manuell. Weil die sogenannte wahre Oberfläche immer unbekannt ist, wird vom Kartenautor einfachheitshalber angenommen, daß der Gradient zwischen zwei benachbarten Kontrollpunkten stetig sei. Die wahre Oberfläche wird bei dieser Annahme durch eine Art von Polyeder aus Dreiecken zusammengefügt ersetzt, deren Spitzen durch die Kontrollpunkte gegeben sind. Nun ist es aber anderseits bekannt, daß beispielsweise das Gefälle der Bevölkerungsdichte zwischen Stadt und Stadtumland keinesfalls als stetig angenommen werden darf, und Gleiches gilt für viele andere anthropogeographische Erscheinungen. P. W. Porter (1958) zeigte an Hand eines einfachen Beispieles, in welchem Maße Isoplethen Lageveränderungen unterworfen sind, wenn durch lineare Interpolation ein Steilhang, der eine geometrische Wachstumsrate aufweist, abgebildet werden soll. Die meisten statistischen Oberflächen sind jedoch bedeutend komplexer und aus konkaven und konvexen Flächenelementen zusammengesetzt. Dabei dürften die durch lineare Interpolation verursachten Lagefehler der Isoplethen der zufälligen Streuung unterzogen und untereinander kompensiert werden. Lageungenauigkeiten werden auch durch die Anwendung kurvilinearer Interpolationsmethoden nicht ausgeschaltet, denn Fehler haften jedem Interpolationsprozeß an. Solange wir keine genaue Kenntnis über den wahren Gradientenwechsel besitzen, erscheint auch die Anwendung eines kurvilinearen Interpolationsmodelles höheren Grades – höher als zweiten Grades – wenig sinnvoll zu sein.

Während bei manueller Interpolation gleich welcher Art immer nur zwei Kontrollpunkte gleichzeitig berücksichtigt werden können, gestattet der Einsatz des Computers, diese Zahl beliebig zu erweitern. Das Problem des unbekannten Gradienten wird freilich auch damit nicht gelöst, die Lösung aber dadurch wesentlich verbessert, daß die Interpolation flächenhaft erfolgen und die Ausgangsinformation beachtlich vergrößert werden kann.

Form und Größe der Zähleinheiten

Bei optimaler – zum Beispiel hexagonaler – Form und einheitlicher Größe der Bezugsflächen der Kontrollpunkte bestimmt vor allem die Größe der Fläche das allgemeine Generalisierungsniveau der Daten. Meistens beziehen sich aber die z-Werte auf Flächen verschiedenster Form und Größe. In der schon erwähnten Untersuchung von Porter wird darauf hingewiesen, daß sich die Form der Bezugsflächen entscheidend auf die Lagegenauigkeit der Kurven auswirkt; vor allem ist dies der Fall, wenn diese Flächen langgestreckt sind. Im Einzelfalle können diese Einflüsse wohl theoretisch untersucht werden, dagegen ist die Auswirkung unterschiedlicher Größe und Form von Bezugsflächen auf den Inhalt der Gesamtkarte schwierig abzuschätzen, weil der Generalisierungsgrad derselben dadurch von Ort zu Ort stark beeinflußt werden kann. Für den Kartenbenutzer ist es meist sogar unmöglich, sich darüber ein Urteil zu bilden, weil die Karte die notwendigen Angaben nicht enthält.

Eine Umwandlung des vorerst unregelmäßigen Bezugssystems in ein einheitliches, beispielsweise quadratisches Einheitsflächensystem, wie es von verschiedenen Autoren als ein erster Schritt bei einer Isoplethenkartierung vorgeschlagen wurde, bedeutet aber nur dann eine Qualitätsverbesserung der Karte, wenn man von einer verbesserten Datenunterlage, vielleicht einer Punkt-Streuungskarte ausgeht. Beispielsweise ermöglicht das Computerprogramm INGRID[7] die Transformierung einer ungleichmäßigen Verteilung von Kontrollpunkten in ein quadratisches Punktnetz als technische Voraussetzung für die weitere rechnerische Erarbeitung der Isarithmen. Hsu und Robinson (1972) kommen in einer kritischen Untersuchung zum Resultat, daß es ihnen noch nicht gelungen sei, quantitative Aussagen darüber zu machen, in welchem Maße und in welcher Weise der Charakter (Form und Größe) der Bezugsflächen sich auf das Isoplethenkartenbild auswirkt; fest steht für beide Autoren lediglich, daß die Qualität des Kartenbildes ohne jeden Zweifel stark von diesen Faktoren beeinflußt wird. Bei dieser Sachlage erscheint es darum immer notwendiger, daß statistische Daten von allem Anfang an auf eine optimale Aufnahmematrix bezogen werden.

Es wurde nicht beabsichtigt, in dieser kurzgefaßten Arbeit eine umfassende Monographie über die Isarithmendarstellung zu bieten. Vor fast anderthalb Jahrzehnten warnten in den Vereinigten Staaten J. O. Stewart und W. Warntz, daß «much mischief can be done by the excessive use of the isopleth technique, in which an arbitrary system of areal subdivisions is met as the basis for computing density ratios» (Stewart-Warntz, 1958, S. 168). Trotz diesen warnenden Worten, doch oft ohne ausrei-

chende Sachkritik, hat in den vergangenen Jahren die Produktion von Isarithmenkarten auf vielen Gebieten, vor allem aber in der Geographie und Geologie zugenommen, und diese Darstellungsart hat sich als ausgesprochen nützlich erwiesen. Kritische, grundlegende Arbeiten wurden vor allem in den Vereinigten Staaten ausgeführt. Im Vorangegangenen wurde versucht, vor allem unter Berücksichtigung dieser Arbeiten, einem deutschsprachigen Leserkreis wichtige Fragen der Isarithmendarstellung und im besonderen der Isoplethenkarten zu erläutern. Isarithmenkarten sind zu einer wichtigen Arbeitstechnik der Geographen geworden; mit ihrer Hilfe vermögen wir bestimmte Verteilungsmuster zu erkennen, Modelle oder Hypothesen aufzustellen und diese mit der Wirklichkeit zu vergleichen. Richtige Folgerungen verlangen aber auch, daß wir eine bestimmte Technik und Darstellungsart kritisch zu beurteilen vermögen.

Anmerkungen

[1] Siehe z. B. W. D. Jones, 1930; J. K. Wright, 1944 und A. H. Robinson – R. D. Sale, 1969.
[2] Der Verfasser nahm in diesem Abschnitt keinen Bezug auf den ausgezeichneten Artikel von A. H. Robinson über die Genealogie der Isoplethen, weil er denselben erst nach Abfassung des vorliegen-Manuskriptes erhielt.
[3] Besonders zu beachten ist die Einführung von Begriffen wie *Potential* u. a.m. im anthropogeographischen Bereich. Siehe z. B. Stewart – Warntz, 1958.
[4] Duckert, W.: Die Stadtmitte als Stadtzentrum und Stadtkern. In: Die Erde, 99/3, 1968, S. 222.
[5] Siehe z. B. H. C. Brookfield: On the environment as perceived. In: Progress in Geography (ed. C. Board, R. J. Chorley, P. Haggett u. D. R. Stoddart), London, 1969, S. 51–80.
[6] Da der ursprüngliche englische Text (1969) gewisse Feinheiten klarer, als dies in der deutschen Ausgabe der Fall ist, ausdrückt, sei es hier in extenso ausgeführt: «the degree of exactness required of measurements depends on the nature of the facts to be identified and distinguished» (Arnheim, 1969, S. 298).
[7] Von Ojakanga und Basham; siehe Chorley – Haggett, 1965.

Literatur

Arnheim R.: Visual Thinking. Berkley, Los Angeles, London, 1969. (Die deutsche Ausgabe – Anschauliches Denken. Köln, 1972.)

Berry B. J. L., Marble D. F.: Spatial Analysis: A Reader in Statistical Geography. Englewood Cliffs, N. J., 1968.

Chorley R. J., Haggett P.: Trend-Surface Mapping in Geographical Research. In: Transactions and Papers of the Institute of British Geographers, Publication No. 37, 1965, S. 47–67. Auch in: Berry – Marble, S. 195–217.

De Dainville F.: De la profondeur à l'altitude. Des origines marines de l'expression cartographique du relief terrestre par cotes et courbes de niveau. In: Internationales Jahrbuch für Kartographie 1962, S. 151–162.

Gulley J. L. M., Sinnhuber K. A.: Isokartographie, eine terminologische Studie. In: Kartographische Nachrichten, 11, 1961, S. 89–99.

Horn W.: Die Geschichte der Isarithmenkarten. In: Petermanns Geographische Mitteilungen, 103. Jg., 1959, S. 225–232.

Hsu M.-L., Robinson A. H.: The Fidelity of Isopleth Maps: An Experimental Study. Minneapolis, 1970.

Imhof E.: Isolinienkarten. In: Internationales Jahrbuch für Kartographie 1961, S. 64–98.

Jones W. D.: Isopleth as a Generic Term. In: Geographical Review, 20, 1930, S. 341.

Louis H.: Über die Grundreformen des kartographischen Ausdrucks. In Kartographische Studien (Haack-Festschrift), Gotha, 1957, S. 13–24.

Mackay J. R.: Some Problems and Techniques in Isopleth Mapping. In: Economic Geography, 27, 1951, S. 1–9.

Morrison J. L.: The Effects of Sampling and Interpolation in Isarithmic Mapping. Ph. D. Dissertation, University of Wisconsin, 1967, in Mikrofilm.
– A Link between Cartographic Theory and Mapping Practice: The Nearest Neighbor Statistic. In: Geographical Review, 60, 1970, S. 494–510.

Porter P. W.: Putting the Isopleth in Its Place. In: Proceedings of the Minnesota Academy of Science, Vol. XXV, 1957–Vol. XXVI, 1958, S. 372–384.

Robinson A. H., Wallis H. M.: Humboldt's Map of Isothermal Lines: A Milestone in Thematic Cartography. In: Cartographic Journal, 4, 1967, S. 119–123.

Robinson A. H., Sale R. D.: Elements of Cartography (3rd ed.), New York, 1969. Isarithmic Mapping, S. 151–164.

Robinson A. H.: The Genealogy of the Isopleth. In: Cartographic Journal, 8, 1971, S. 49–53.

Schmid C. F., MacCannell E. H.: Basic Problems, Techniques and Theory of Isopleth Mapping. In: Journal of the American Statistical Association, 50, 1955, S. 220–239.

Stewart J. O., Warntz W.: Macrogeography and Social Science. In: Geographical Review, 48, 1958, S. 167–184.

Thrower N.: Edmond Halley as a Thematic Geo-Cartographer. In: Annals of the Association of American Geographers, 59, 1969, S. 652–676.

Tobler W. R.: L'automation dans la préparation des cartes thématiques. In: Internationales Jahrbuch für Kartographie 1966, S. 81–93.

Wishart D. J., Warren A., Stoddard R. H.: An attempted definition of a frontier using a wave analogy. In: Rocky Mountain Social Science Journal, 6, 1969, S. 73–81.

Witt W.: Ungelöste Probleme in der thematischen Kartographie. In: Internationales Jahrbuch für Kartographie 1972, S. 11–27.

Wright J. K.: Terminology of Certain Map Symbols. In: Geographical Review, 34, 1944, S. 653–654.

Adresse der Verfasserin:

Dr. Haruko Kishimoto
Geographisches Institut der Universität Zürich
Blümlisalpstraße 10, 8006 Zürich