

Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 11 (1938)
Heft: VI

Artikel: Numerische Berechnung der Helligkeit des Himmels im Sonnenvertikal
Autor: Gruner, P. / Klee, Th.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-110865>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Numerische Berechnung der Helligkeit des Himmels im Sonnenvertikal

von P. Gruner und Th. Klee.

(1. IX. 38.)

I. Teil. Die Helligkeit während der Dämmerung.

1. Die Berechnung der Helligkeit der Atmosphäre aus der diffusen Lichtzerstreuung an den Luftmolekeln, auf Grund des RAYLEIGH'schen Gesetzes, kann für Zenitdistanzen Z der Sonne, die nicht grösser sind als ca. 75° , mit stark vereinfachten Annäherungen recht gut berechnet werden, vgl. die neueren Arbeiten von KNEPPLE, ALLEN usw. Alle diese Formeln versagen, wenn Z in der Nähe von 90° ist: entweder muss eine mühsame, angenäherte numerische Integration vorgenommen werden (vgl. die Rechnungen von KLEINERT, RAMANATHAN, LINK u. a.), oder es müssen gewisse der Natur des Problems möglichst angepasste Kunstgriffe verwendet werden, um die Integrationen ausführen zu können. Solche Versuche sind vom Verfasser gemacht worden¹⁾. Die Formeln der zweiten Arbeit scheinen nur für $Z \leq 90^\circ$, diejenigen der ersten dagegen nur für $Z \geq 90^\circ$, d. h. nach Sonnenuntergang bzw. vor Sonnenaufgang anwendbar zu sein, können aber auch um einige Grade weiter benützt werden.

Hier soll nur der zweite Fall behandelt werden: die früheren Gedankengänge werden kurz wiederholt und die Resultate in etwas abgeänderter Form gegeben, mit der Verbesserung des Fehlers, auf den in Helv. Phys. Act IX, S. 595 hingewiesen wurde.

2. Es sei I_0 die Intensität des von der Sonne auf die Atmosphäre fallenden, unpolarisierten (monochromatischen), Parallelstrahlenbündels. Für einen Beobachter in B (Fig. 1) sei die Zenitdistanz dieser Strahlen $Z = 90 + \delta$; δ positiv gibt die *Sonnentiefe* unter dem Horizont an, wobei die Ausdehnung der Sonnenscheibe und die atmosphärische Refraktion nicht berücksichtigt wird. Es ist $0 \leq \delta \leq 2 \cdot \arccos R/R + H$; der letztere Wert gibt das theoretische Ende der astronomischen Dämmerung an. Der Beobachter blicke unter einem Höhenwinkel ε , bzw. einer Zenitdistanz $\zeta = 90 - \varepsilon$,

¹⁾ P. GRUNER, Helv. Phys. Acta V, 145—160, 1932; Helv. Phys. Acta IX, 595—601, 1936.

nach dem Himmel. Der Streuwinkel des Sonnenlichtes in die Blickrichtung sei $\varphi = Z - \zeta = \delta + \varepsilon$. R sei der Erdradius, einschliesslich einer evtl. Erhöhung des Beobachters, $BZ = H$ die „Höhe der Atmosphäre“, oberhalb welcher keine optische Zerstreuung mehr in Betracht kommt.

Aus Fig. 1 sind folgende geometrische Beziehungen ersichtlich:

$$S_0C = s_0 = + \sqrt{2RH + H^2 + R^2 \sin^2 \delta}$$

$$B_0C = CB = w_0 = + R \sin \delta$$

$$S_0B = b = s_0 + w_0$$

$$BP_m = L = + \sqrt{2RH + H^2 + R^2 \cos^2 \zeta} - R \cos \zeta$$

$$M_mP_m = w_m = w_0 - L \cos \varphi \text{ (positiv so lange } P_m \text{ rechts von } M_m \text{ liegt)}$$

$$M_mS_m = s_m = |w_m| \text{ (immer positiv).}$$

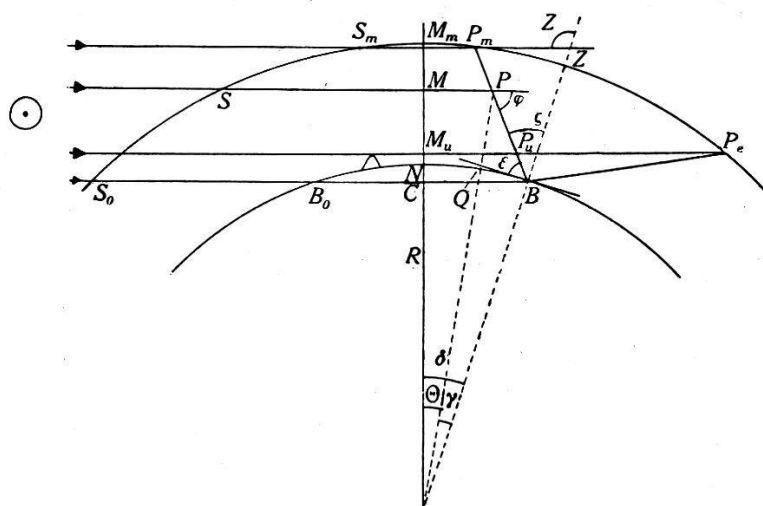


Fig. 1.

Für irgend einen Punkt P der Blickrichtung PP_m in der Höhe $PQ = h$ über der Erdoberfläche gilt, unter Einbeziehung der Winkel $\Theta + \gamma = \delta$ und der Strecke $NM = p$:

$$MP = w = \frac{R \sin \zeta - (R + p) \sin (\zeta - \delta)}{\cos (\zeta - \delta)} \quad \begin{array}{l} \text{(positiv so lange } P \text{ rechts} \\ \text{von } M \text{ liegt)} \end{array}$$

$$\tan \Theta = \frac{w}{R + p}$$

$$PQ = h = p + w \tan \Theta/2.$$

Ist $NM_u = p_u$ die durch Berge, Wolken u. dgl. bestimmte Höhe, in der die untersten Sonnenstrahlen über die Erdoberfläche streifen (meist ist $p_u = 0$), so kann man daraus die zugehörigen Werte w_u , Θ_u , h_u berechnen; sie bestimmen die unterste Strecke $BP_u = L_u$ des Sehstrahles, der im Schatten liegt. Analog

ergibt sich die Zenitdistanz ζ_e (negativ), unter der die geometrische Grenze des Erdschattens liegt: es muss dort $BP_e = L$ gerade im Schatten liegen. Hiefür wird, unter Vernachlässigung von p_u

$$\cos \Theta_e = \frac{R + p_u}{R + H}, \quad \gamma_e = \delta - \Theta_e; \quad \cotang \zeta_e = \frac{\cos \gamma_e - \cos \Theta_e}{\sin \gamma_e}.$$

3. Die Atmosphäre sei in homogenen, konzentrischen Schichten angeordnet, deren Dichte, bzw. Molekelzahl n pro cm^3 , mit der Höhe abnimmt: $n = n_0 f(h)$, wobei $f(0) = 1$ ist und $f(H)$ sich dem Werte Null nähern muss. Es sei $\Gamma(\varphi)$ der optische Zerstreuungskoeffizient einer Molekel für die betrachtete Wellenlänge, $\kappa = \kappa_0 f(h)$ der Auslöschungskoeffizient pro Längeneinheit in der Höhe h . Die bei P_m anvisierte Himmelsstelle erscheint dann, bei blosser Berücksichtigung der primären Zerstreuung und Auslöschung, mit einer Intensität (Beleuchtungsstärke):

$$I = I_0 \cdot \Gamma \int_{Lu}^L n \cdot e^{-\kappa_0 \int_B^P f(h) \cdot dl - \kappa_0 \int_P^S f(h) \cdot dx} \cdot dl, \quad (1)$$

wenn $BP = l$ und $SP = x$ gesetzt wird ($SM = s$, $MP = w$, $x = s + w$).

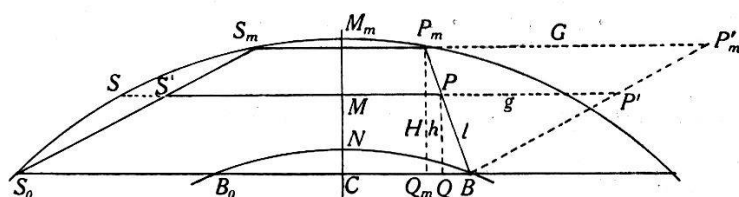


Fig. 2.

Zur Ausrechnung dieses Integrals werden folgende *Annahmen* getroffen:

1. Für die Atmosphärendichte werde gesetzt

$$f(h) = e^{-\beta h},$$

wobei β so zu wählen ist, dass $e^{-\beta H}$ gegen Null geht. Dann wird $n = n_0 e^{-\beta h}$, $\kappa = \kappa_0 e^{-\beta h}$, und entsprechend an der untern Grenze P_u : $\kappa_u = \kappa_0 e^{-\beta h_u}$, an der obern Grenze P_m : $\kappa_m = \kappa_0 e^{-\beta H}$, das gegen Null geht.

2. Die gekrümmten Atmosphärenschichten werden passend „gestreckt“, siehe Fig. 2. Statt des gebogenen Gebietes BNB_0 $S_0 S S_m P_m B$ wird als „Atmosphäre“ mit horizontalen Schichten das Trapez $BS_0 S' S_m P_m B$ mit einer Höhe $CM_m = Q_m P_m = H$ eingeführt. Dann wird $BP = l = L/H \cdot h$, und der nach P gelangende Sonnenstrahl SP wird durch $S'P = x$ ersetzt; auf

diesem ist der ganzen Länge nach $f(h) = e^{-\beta h}$ konstant. Das Trapez in Fig. 2 wird zum Parallelogramm $S_0 S_m P_m' B S_0$ mit der Basis $S_0 B = b$ ergänzt; dann wird $P_m P_m' = G = b - (w_m + s_m)$. G wird negativ sobald P_m rechts von P_m' ist; sobald P_m links von M_m liegt und also mit S_m zusammenfällt, wird $G = b$ konstant. Setzt man $PP' = g$, so wird $x = b - g = b - G/H \cdot h$.

Die beiden Integrale im Exponenten von I ergeben:

$$\begin{aligned} -\kappa_0 \int_B^P f(h) dl &= +\kappa_0 \frac{L}{H\beta} (e^{-\beta h} - 1) \\ -\kappa_0 \int_P^{S'} f(h) dx &= -\kappa b e^{-\beta h} + \kappa_0 \frac{G}{H} h e^{-\beta h}. \end{aligned}$$

Die weitere Integration in (1) ist nur möglich, wenn in mehr oder weniger grober Annäherung $h e^{-\beta h}$ konstant vorausgesetzt wird. Wir ersetzen diesen Ausdruck am einfachsten durch seinen Mittelwert über $h = 0$ bis $h = H$, nämlich $= 1/\beta^2 H$. Bei nicht zu extremen Werten von β ist dies statthaft. Formel (1) ergibt dann:

$$I = I_0 \Gamma n_0 \left(-\frac{L}{\beta H} \right) \cdot e^{-\frac{\kappa_0}{\beta H} L} \cdot e^{+\frac{\kappa_0}{\beta H} \frac{G}{\beta H}} \int_{h_u}^H e^{-\kappa_0 \left(b - \frac{L}{\beta H} \right) e^{-\beta h}} \cdot d(e^{-\beta h}).$$

Mit der Abkürzung $B = \beta H b - L$ wird

$$I = I_0 \left(\frac{n_0 \Gamma}{\kappa_0} \right) \left(L e^{-\frac{\kappa_0}{\beta H} L} \right) \left(\frac{1}{B} e^{+\frac{\kappa_0}{\beta H} \frac{G}{\beta H}} \right) \left(e^{-\frac{\kappa_m}{\beta H} B} - e^{-\frac{\kappa_u}{\beta H} B} \right) \quad (2)$$

Wenn B nicht allzugross ist, ist $e^{-\frac{\kappa_m}{\beta H} B} = 1$ zu setzen.

4. Für die reine Atmosphäre ist, nach dem RAYLEIGH'schen Gesetz:

$$\frac{n_0 \Gamma}{\kappa_0} = \frac{3}{16 \pi} (1 + \cos^2 \varphi),$$

ferner

$$\kappa = \frac{8 \pi^2 (\nu_0^2 - 1)^2}{3 \lambda_0^4 n_0^2} n,$$

wenn λ_0 die Wellenlänge des Lichtes, ν_0 der Brechungsexponent der Luft und n_0 die Avogadro'sche Zahl angibt.

Dieser Ausdruck (2) ist für Sonnentiefen $\delta = 0$ bis $\delta = 18^\circ$ und für alle Zenitdistanzen ζ in passenden Intervallen für 3 Farben, Rot, Grün und Blau, berechnet worden. Es wurden folgende Zahlen zu Grunde gelegt: $R = 6370$ km, $H = 100$ km, $\beta = 0,1$;

die Werte für κ_0 wurden möglichst einfach gewählt und die ihnen zugehörigen Werte von λ_0 und J_0 berechnet. Zur Bestimmung der letzteren in optischen Helligkeiten wurden die Intensitäts-

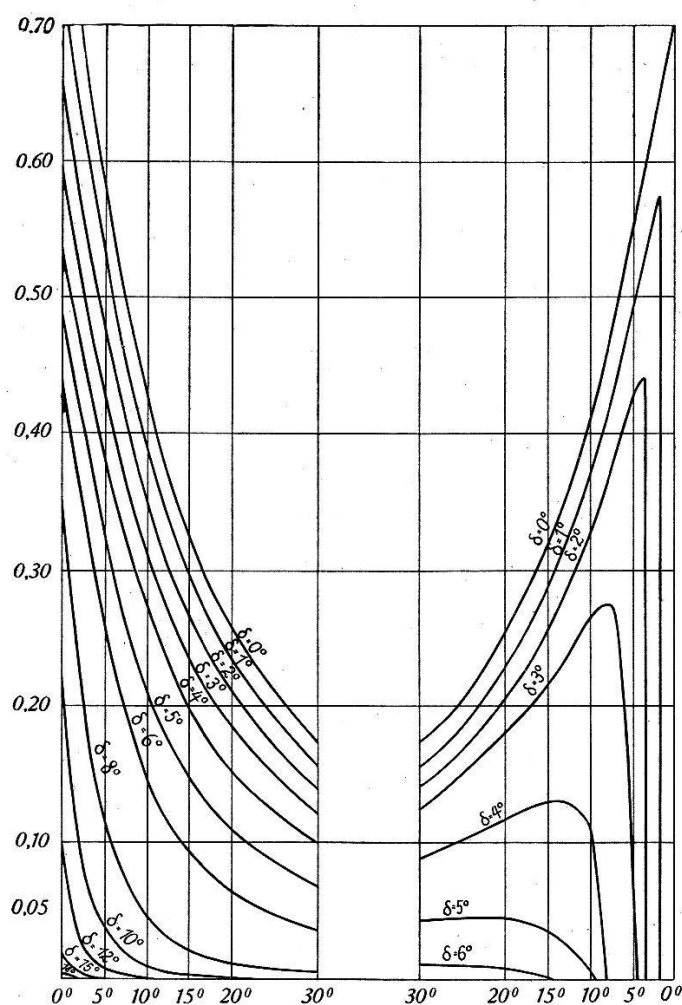


Fig. 3.
Helligkeit im Rot.

werte des reinen Sonnenspektrums, wie sie in Tab. 72 von LINKE's Meteorolog. Taschenbuch, II, S. 299, gegeben sind mit den entsprechenden Werten der Augenempfindlichkeitskurve multipliziert.

	κ_0 in km^{-1}	λ_0 in 10^{-5} cm	Intensität in cal. pro cm^2 und min.	Augen- kurve	I_0 (rund)
Rot . . .	0,005	6,765	46,0	2,13	100
Grün . .	0,015	5,140	59,0	58,7	3500
Blau . .	0,025	4,524	60,5	4,28	250

Die sehr langwierigen Rechnungen sind von TH. KLEE ausgeführt worden; ihre Resultate sind in den nachfolgenden Tabellen und graphischen Darstellungen zusammengestellt.

5. Tabelle I gibt die direkt berechneten *Intensitäten* (nach Formel 2) in Abhängigkeit von der Höhe der anvisierten Himmelsstelle für Rot, Grün und Blau, für die Sonnentiefen $\delta = 0^\circ, 1^\circ \dots 18^\circ$. Fig. 3—5 gibt dasselbe in graphischer Darstellung¹⁾ für die Gebiete, die besonders interessant sind, nämlich für Höhen bis 30° . Der

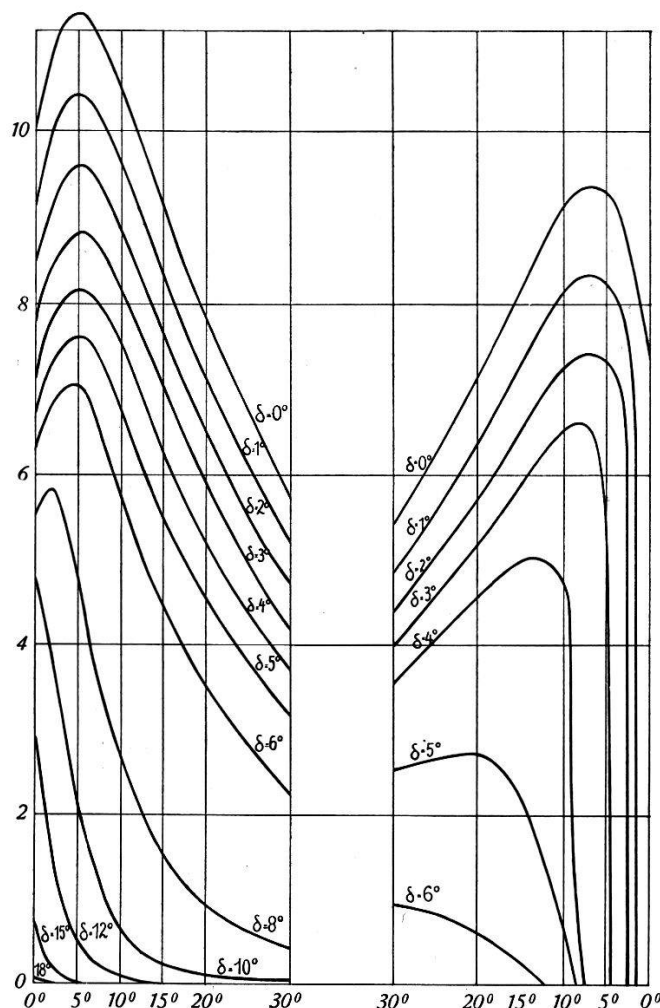


Fig. 4.

Helligkeit im Grün.

Gesamtverlauf für Grün, für den ganzen Sonnenvertikal, ist in Fig. 6 dargestellt. Um auch numerisch den Verlauf der Intensität mit variierender Höhe in den verschiedenen Farben bei den Sonnentiefen 0° — 8° überblicken zu können, sind in Tabelle II die *Intensitätsverhältnisse* zu der jeweiligen Zenit-Intensität zusammengestellt. In Tabelle II d sind dann die Verhältnisse dieser Zenithelligkeiten selber angegeben. Zur Beurteilung der *Färbung* des Himmels und ihres Intensitätsgrades können die Intensitätsverhältnisse *Rot/Grün* oder *Rot/Blau* verwendet werden. Die

¹⁾ Zur genaueren Darstellung wurde noch eine Anzahl von Zwischenwerten berechnet, die in den Tabellen nicht angegeben sind.

selben sind in Tabelle III und IV aufgezeichnet und in Fig. 7 und 8 dargestellt, wiederum nur für das interessante Gebiet bis 30° Höhe. Durch einfache graphische Interpolation wurden die Zahlwerte an der geometrischen Erdschattengrenze berechnet und in Fig. 7 und 8 eingezeichnet.

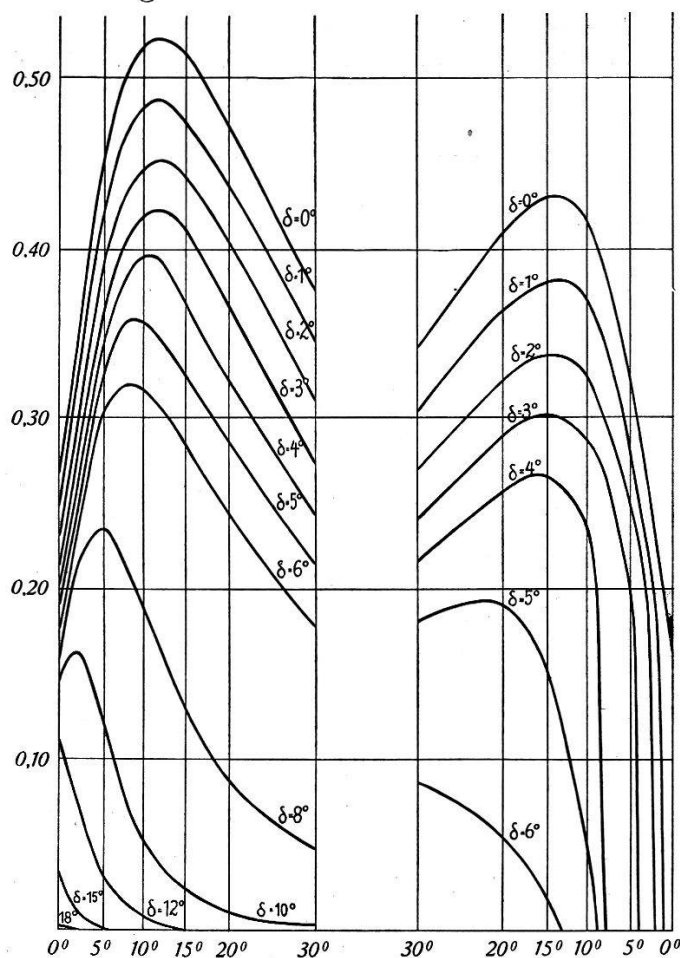


Fig. 5.

Helligkeit im Blau.

Die *geometrische Grenze des Erdschattens* für eine Atmosphäre von 100 km Höhe (wie sie hier willkürlich vorausgesetzt wurde) ist durch die nachfolgenden Werte von $180^\circ - \epsilon_e$ (siehe S. 515) gegeben:

δ :	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°	$10^\circ 5'$
$180 - \epsilon_e$:	0°	$1^\circ 3'$	$2^\circ 15'$	$3^\circ 38'$	$5^\circ 17'$	$7^\circ 25'$	$10^\circ 17'$	$22^\circ 09'$	$84^\circ 44'$	90°

und durch die Werte von ϵ_e auf der Sonnenseite, als Grenze des Dämmerungsscheines:

δ :	12°	15°	18°	$20^\circ 10'$
ϵ_e :	24°	$7^\circ 49'$	$2^\circ 38'$	0°

Zum Verständnis der Helligkeitswerte müssen für jede Farbe bestimmte *Schwellenwerte* bekannt sein, d. h. diejenigen Intensitätswerte, unterhalb derer die betreffende Helligkeit normalerweise

dem Auge nicht mehr erkennbar ist. Es handelt sich dabei um subtile Grössen, über die schwerlich ganz bestimmte Aussagen gemacht werden können. Wir begnügen uns deshalb, zur allgemeinen, rohen Orientierung, mit willkürlich gewählten Zahlwerten, die sich den tatsächlichen Verhältnissen einigermaßen anpassen. Wir setzen als Schwellenwerte für
 Rot: 0,1; Grün: 0,5; Blau: 0,05; Rot/Grün: 0,04; Rot/Blau: 0,9.

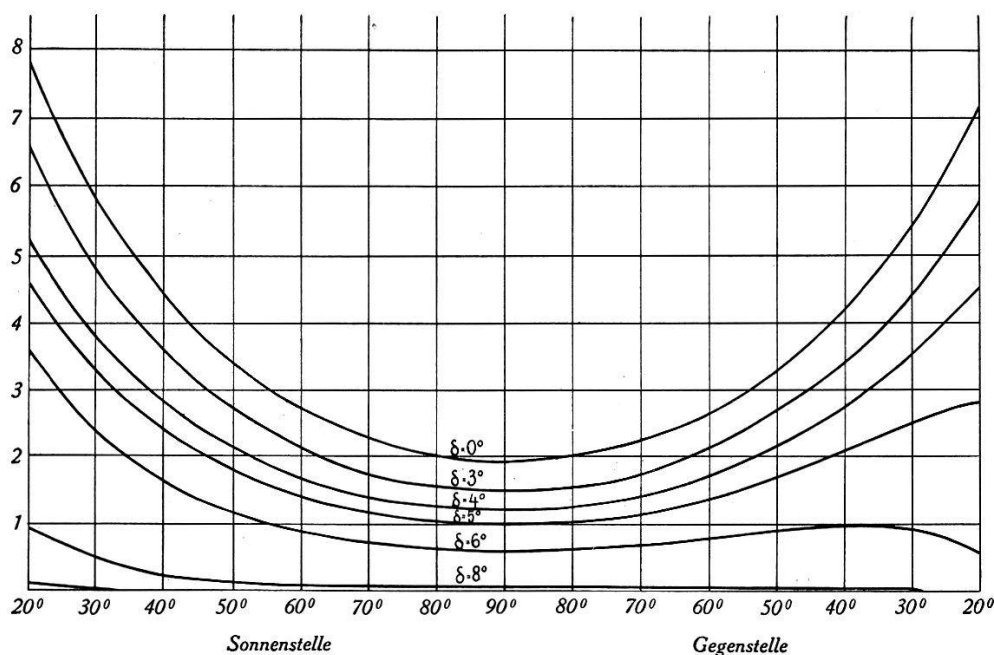


Fig. 6.

Gesamtverlauf der Helligkeit im Grün.

6. Diskussion der Resultate.

Die *mittlere Zone des Himmels*, um den Zenit bis herunter zu Höhen über 30° , zeigt nach Fig. 6 nichts auffallendes im Grün, und auch nicht im Rot und Blau (vgl. Tabellen I). Die Zahlen der Tabellen II—IV zeigen einige merkwürdige Schwankungen, die aber sehr gering sind und wohl auf Rechnung der Unsicherheiten infolge der Approximationen unserer Theorie zu setzen sind. Bei Sonnentiefen von 0° — 5° sind die Intensitäten, sowie die Farbverhältnisse, in grober Annäherung symmetrisch um den Zenit, jedoch an der Gegenstelle eher etwas kleiner als an der Sonnenstelle. Die Minima der Intensität schwanken um den Zenit herum. Von $\delta = 6^\circ$ nehmen die Intensitäten an der Gegenstelle rasch ab, bis sie die geometrische Erdschattengrenze ($\delta = 10^\circ 5'$) erreicht.

Interessanter sind die *Himmelshelligkeiten vom Horizont aufwärts bis etwa 30° Höhe*. Vorerst fällt sofort (Fig. 3—5) das verschiedene Verhalten von Rot gegenüber Grün und Blau an

der Sonnenstelle auf: Rot nimmt für alle δ mit zunehmender Höhe ab, Grün und Blau tun dies erst für grosse δ (10° bzw. 12°); sonst wachsen sie mit zunehmender Höhe bis zu einem Maximum, um dann rasch zu sinken. Bei geringen Sonnentiefen verweilt dieses Maximum bei etwa 5° Höhe im Grün und 10° Höhe im Blau; dann wandert es zu kleineren Höhen, bis es ganz verschwindet. — An der Gegenstelle zeigen alle Farben Maxima: im Rot

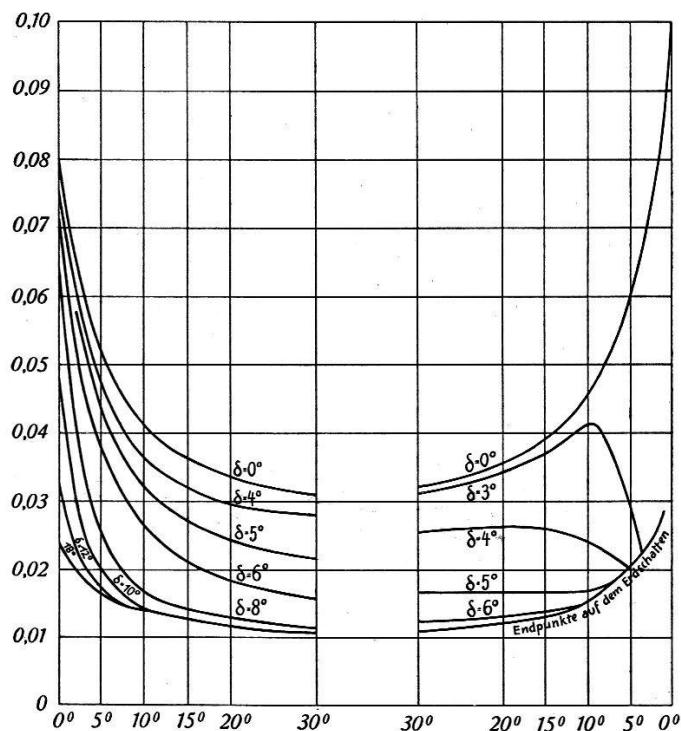


Fig. 7.
Intensitätsverhältnis Rot/Grün.

steigt das (abnehmende) Maximum mit sinkender Sonne bis zu etwa 18° Höhe; im Grün verweilt es zunächst bei etwa 7° , ebenso im Blau bei etwa 14° , um nachher zu noch grösseren Höhen zu steigen, aber mit rasch abnehmender Intensität.

Der Verlauf der *wirklichen, photometrischen Grenze des Erdschattens* (bzw. des Dämmerungsscheines an der Sonnenstelle) ist gegeben durch die Schnittpunkte der Intensitätskurven mit der Schwellenwertgeraden (die in unsern Figuren nicht eingezeichnet ist). Bei unserer Wahl der Schwellenwerte folgt dafür ganz angenähert:

δ	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°	12°	15°
Rot:	$1,5^\circ$	3°	5°	$9,5^\circ$	—	—	14°	2°	0°	—
Grün:	2°	3°	$4,5^\circ$	$7,5^\circ$	10°	18°	28°	12°	5°	1°
Blau:	$1,5^\circ$	$2,5^\circ$	$4,5^\circ$	7°	10°	18°	30°	11°	4°	0°
Erdschatten an der Gegenstelle							Dämmerungsschein an der Sonnenstelle			

Die Zahlen zwischen Grün und Blau dürften etwa den Verlauf der Erdschattenbewegung bestimmen. Sie stimmen quantitativ nicht sehr gut mit den bekannten Beobachtungsergebnissen; das ist aber zu erwarten, da es sich hier um Zahlen für die völlig reine Atmosphäre handelt; tatsächlich ist sie immer mehr oder weniger getrübt; auch ist zu beachten, dass unsere Theorie die mehrfache Diffusion des Lichtes nicht berücksichtigt. — Für das *Ende der astronomischen Dämmerung*, wenn Grün unter den Schwellenwert sinkt, ergeben unsere Zahlen eine Sonnentiefe von 16° — 17° ; doch hängt diese Zahl stark von den Schwellenwerten ab.

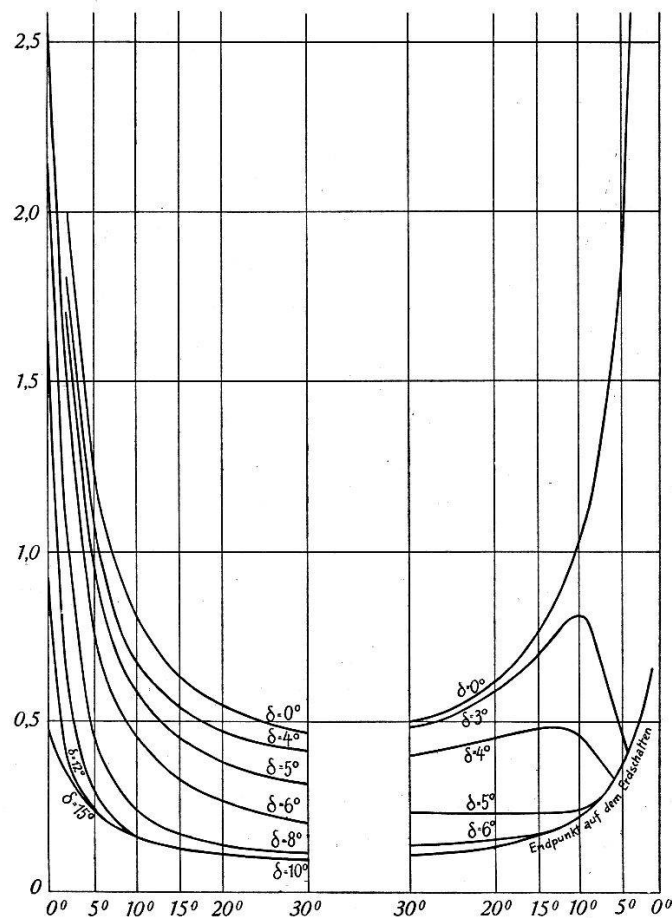


Fig. 8.

Intensitätsverhältnis Rot/Blau.

Die *Rötungen des Abendhimmels* (farbige Horizontalstreifen, Gegendämmerung — aber nicht Purpurlicht, das durch Trübungen bedingt ist) müssen grundsätzlich durch die Werte von Rot/Grün, bzw. Rot/Blau, gegeben sein. Tabellen III und IV und Fig. 7—8 zeigen ohne weiteres das Auftreten solcher Rotfärbungen. — An der Sonnenstelle nimmt das Farbenverhältnis mit der Höhe bei sinkender Sonne immer mehr ab, Rot/Blau rascher als Rot/Grün. Aus dem Schnitt mit der Schwellenwertgeraden ergibt sich, dass

diese Rotfärbung bis etwa 10° Höhe erkennbar sein dürfte, dass sie mit sinkender Sonne sinkt und bei $\delta = 10^\circ$ — 12° am Horizont verschwindet. Dies gibt ein gutes Bild der farbigen *Horizontalstreifen* in der *reinen* Atmosphäre. An der Gegenstelle ist die *Gegendämmerung* deutlich zu erkennen. Die Rotfärbung reicht beim Sonnenuntergang bis 12° — 14° hoch; mit sinkender Sonne wird sie von unten vom aufsteigenden Erdschatten bedeckt; bei $\delta = 3^\circ$ bildet sie noch ein Farbband über ihm bis zu etwa 10° Höhe, dann erlischt sie rasch. Die wirklich beobachteten Gegendämmerungen sind vielfach höher, intensiver und länger dauernd, was wiederum auf die Trübungen der Atmosphäre hinweist.

Überblickt man die vorliegenden Zahlenwerte ohne Rücksicht auf die Schwellenwerte, so zeigen sich gewisse Eigentümlichkeiten und Unregelmässigkeiten, die Folgen unserer theoretischen Approximationen sind. Auf die kleinen Schwankungen in der Zenitgegend wurde schon hingewiesen. An der Gegenstelle ist eine Änderung des Charakters der Intensitätskurven von $\delta = 4^\circ$ zu $\delta = 6^\circ$ zu erkennen, besonders deutlich in Fig. 7 und 8: Von $\delta = 1^\circ$ — 4° nehmen die Verhältnisse Rot/Grün und Rot/Blau vom Zenit weg bis zu einem Maximum zu, um dann rasch gegen die geometrische Erdschattengrenze zu sinken. Bei $\delta = 6^\circ$ dagegen ist das Minimum etwas verschoben und es erfolgt dann ein Anstieg bis zur geometrischen Erdschattengrenze. Bei $\delta = 5^\circ$ nimmt die Kurve eine Mittelstellung ein. Eine genauere Analyse der verschiedenen Faktoren der Formel (2) zeigt, wo unsere Approximationen störend einwirken.

7. Zusammenfassung.

Die in dieser Arbeit vorgelegten Rechnungsergebnisse können als einen *brauchbaren Ansatz der theoretischen Berechnung der Helligkeit des reinen Himmels* im Sonnenvertikal für Rot, Grün und Blau angesehen werden. Freilich fehlt noch die Berücksichtigung der mehrfachen Lichtzerstreuung in der Atmosphäre, doch wird deren Einfluss meistens nicht sehr gross sein.

Merkliche Abweichungen beobachteter Helligkeiten des Himmels von den hier vorliegenden dürfen also als Nachweis einer *Trübung* der Atmosphäre aufgefasst werden; sie geben die Möglichkeit, gewisse Anhaltspunkte über diese Trübung zu bekommen; namentlich wird sich dies aus der Photometrie des Purpurlichtes ergeben.

Tabelle IIa.

Rot-Intensität im Verhältnis zur Zenit-Intensität.

	Höhe über Horizont	$\delta = 0^\circ$	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°
Sonnenstelle	0°	14,85	14,90	15,03	15,52	18,07	27,17	57,42	626,6
	2	13,25	13,27	13,42	13,81	15,93	23,49	48,02	429,5
	5	10,97	11,02	11,05	11,37	12,91	18,74	33,91	220,0
	10	8,052	8,090	8,118	8,291	9,160	11,92	19,18	82,92
	15	6,131	6,156	6,175	6,183	6,741	8,323	12,27	39,27
	20	4,849	4,865	4,877	4,837	5,171	6,147	8,488	21,86
	30	3,289	3,291	3,277	3,238	3,376	3,823	4,760	9,458
	45	2,073	2,067	2,040	2,013	2,103	2,274	2,511	3,855
	60	1,430	1,421	1,402	1,384	1,397	1,450	1,562	2,004
	90	1	1	1	1	1	1	1	1
Gegenstelle	60	1,422	1,438	1,453	1,470	1,448	1,373	1,235	0,8438
	45	2,053	2,075	2,095	2,111	2,035	1,830	1,492	0,7196
	30	3,234	3,258	3,280	3,297	3,013	2,397	1,586	0,3029
	20	4,725	4,744	4,758	4,764	3,979	2,555	1,111	
	15	5,926	5,939	5,926	5,681	4,382	2,044	0,474	
	10	7,681	7,677	7,612	6,963	3,773	0,544		
	5	10,23	10,17	9,890	3,446				
	2	12,07	11,96						
	0	13,26							

Tabelle II b.
Grün-Intensität im Verhältnis zur Zenit-Intensität.

	Höhe über Horizont	$\delta = 0^\circ$	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°
Sonnenstelle	0°	5,291	5,424	5,558	5,691	5,860	6,587	10,43	100,5
	2	5,767	5,923	6,070	6,219	6,414	7,223	11,42	107,0
	5	5,982	6,159	6,311	6,474	6,675	7,518	11,77	88,58
	10	5,521	5,682	5,828	5,933	6,161	6,690	9,733	50,35
	15	4,762	4,900	5,026	5,150	5,126	5,486	7,592	28,76
	20	4,060	4,171	4,271	4,272	4,246	4,499	5,958	17,66
	30	2,986	3,065	3,075	3,050	3,018	3,147	3,864	8,491
	45	1,989	2,024	1,996	1,971	1,946	2,067	2,258	3,684
	60	1,410	1,415	1,396	1,378	1,361	1,374	1,480	1,976
	90	1	1	1	1	1	1	1	1
Gegenstelle	60	1,383	1,403	1,415	1,432	1,439	1,411	1,265	0,8300
	45	1,930	1,955	1,970	1,990	1,999	1,890	1,531	0,6874
	30	2,839	2,859	2,878	2,897	2,881	2,514	1,608	0,2713
	20	3,751	3,771	3,784	3,798	3,700	2,703	1,087	
	15	4,303	4,318	4,317	4,310	4,075	2,208	0,442	
	10	4,798	4,800	4,796	4,760	3,790	0,579		
	5	4,855	4,835	4,810	3,329				
	2	4,364	4,335						
	0	3,766							

Tabelle II c. *Blau-Intensität* im Verhältnis zur Zenit-Intensität.

	Höhe über Horizont	$\delta = 0^\circ$	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°
Sonnenstelle	0°	1,887	1,975	2,071	2,166	2,270	2,427	3,235	26,24
	2	2,513	2,630	2,764	2,892	3,035	3,249	4,330	35,06
	5	3,267	3,424	3,601	3,780	3,961	4,241	5,665	39,15
	10	3,789	3,979	4,183	4,389	4,599	4,694	5,865	31,20
	15	3,722	3,896	4,091	4,289	4,243	4,296	5,262	21,17
	20	3,407	3,571	3,743	3,773	3,734	3,763	4,526	14,29
	30	2,720	2,845	2,900	2,866	2,826	2,836	3,277	7,614
	45	1,912	1,983	1,955	1,932	1,903	1,900	2,071	3,514
	60	1,377	1,410	1,393	1,374	1,354	1,346	1,421	1,939
	90	1	1	1	1	1	1	1	1
Gegenstelle	60	1,349	1,365	1,381	1,394	1,406	1,405	1,284	0,8143
	45	1,820	1,837	1,857	1,875	1,890	1,859	1,545	0,6627
	30	2,499	2,515	2,534	2,547	2,556	2,407	1,593	0,2425
	20	2,990	3,000	3,012	3,021	3,012	2,536	1,033	
	15	3,129	3,135	3,141	3,141	3,109	2,067	0,399	
	10	2,996	2,994	2,998	2,984	2,758	0,5362		
	5	2,301	2,288	2,281	1,957				
	2	1,577	1,566						
	0	1,071							

Tabelle II d. Intensitätsverhältnisse im Zenit.

	$\delta = 0^\circ$	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°
Rot . . .	1	0,9014	0,8092	0,7103	0,5552	0,3359	0,1440	0,01046
Grün . . .	1	0,8905	0,7973	0,7160	0,6428	0,5309	0,3943	0,03614
Blau . . .	1	0,8826	0,7812	0,6956	0,6235	0,5500	0,3928	0,04413

Für $\delta = 0$ verhalten sich die Zenithelligkeiten in Rot: Grün: Blau = 0,02807:1:0,07229.

Tabelle III.
Verhältnis der Rot/Grün Intensität.

Höhe über Horizont	$\delta = 0^\circ$	1°	2°	3°	4°	5°	6°	8°	10°	12°	15°	18°
Sonnenstelle	0°	0,07874	0,07796	0,07706	0,07596	0,07477	0,07323	0,07106	0,06379	0,04737	0,03304	0,02330
	2	6445	6376	6290	6177	6022	5782	5425	4105	2848	2236	1924
	5	5148	5087	4978	4892	4688	4431	3712	2535	1917	1685	1652
	10	4094	4047	3969	3861	3604	3165	2572	1685	1412	1360	
	15	3612	3570	3502	3340	3189	2693	2090	1397	1242	1219	
	20	3352	3313	3250	3152	2950	2422	1838	1266	1156	1134	
	30	3090	3054	3030	2961	2714	2151	1590	1139	1083		
	45	2925	2899	2914	2852	2560	1966	1434	1070	1033		
	60	2852	2850	2862	2796	2490	1872	1361	1038	1017		
	90	2809	2840	2850	2786	2425	1776	1290	1022	1007		
Gegenstelle	60	2886	2915	2927	2861	2435	1730	1262	1040			
	45	2984	3017	3027	2958	2474	1718	1258	1068			
	30	3196	3232	3243	3168	2536	1698	1273	1142			
	20	3531	3570	3582	3497	2606	1676	1319				
	15	3866	3907	3909	3661	2605	1645	1385				
	10	4498	4546	4526	4070	2411	1670					
	5	5921	5982	5860	2882							
	2	7764	7834									
	0	9882										

