

Différence de masse

Autor(en): **Petermann, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **27 (1954)**

Heft V

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-112524>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Différences de masse

par A. Petermann.

The Physical Laboratories. The University. Manchester, England.

(26 VIII 1954.)

Summary. Distributions theory, in the STUECKELBERG form, leaves undetermined the customarily divergent expressions appearing, for instance, in the self-mass terms; this indeterminacy can be embodied in an arbitrary constant C which acts as an invariant cut-off independent of the physical quantities of the problem under consideration.

Considering the electromagnetic self-energies of charged particles, the value of the constant C can be fixed by requiring the mass-shift between π -mesons to be $10 m_e$. Next, taking into account the effects of π -mesons coupling with nucleons a form-factor $F(k^2)$, taken over from the lowest order of the ps - ps symmetric perturbation theory, is introduced for the computations of the effects due to the anomalous magnetic momenta and attractive proton-proton short range interaction, with a phenomenological normalization of $F(0)$. Then the difference between proton and neutron masses, calculated with the above C value, yields about $-2.6 m_e$, fitting well with the observation. Some arbitrariness left by the procedure is discussed, showing the insensitivity of the result. Thus it seems probable that the mass-shifts are of electromagnetic nature*).

1. Introduction.

Une nouvelle méthode destinée à calculer les éléments de matrice de la théorie de perturbation est proposée. Elle s'appuie sur la théorie des distributions¹⁾²⁾, qui, appliquée aux produits multiplicatifs de propagateurs et dérivées de propagateurs, montre que, selon les singularités de ces derniers, le développement en série de puissances de l'inverse du propagateur libre débute par des termes qui peuvent être non pas infinis mais dépendants d'une constante arbitraire, les suivants étant parfaitement déterminés.

*) After completion of the calculations of this paper, we have had knowledge, in the Phys. Rev. **94**, 500 (1954), of a letter to the editor by R. P. FEYNMAN and G. SPEISMAN, on the same subject. Although the approach is different, it will be of interest to translate in the language of these authors the results obtained here. They can be formulated as follow:

A unique cut-off for the photon propagation function ensures the consistency of the $\pi^- - \pi^0$ and the proton-neutron mass-shifts.

Du point de vue pratique, les expressions à évaluer sont tout d'abord régularisées, comme dans l'ancienne méthode³). Puis en accord avec la règle mathématique ci-dessus, les termes déterminés du développement sont obtenus de l'expression régularisée en faisant tendre la constante régularisatrice vers l'infini dans chacun d'eux. Pour les autres termes, la nouvelle prescription de calcul est de permettre à la constante régularisatrice de conserver une valeur arbitraire mais finie, cet arbitraire tenant également compte de celui du choix du régulateur.

La constante joue maintenant un rôle tout à fait similaire à celui d'une constante d'intégration dans la solution d'une équation différentielle. S'il existe une condition physique permettant de lui attribuer une valeur définie pour un problème déterminé, le même problème, lorsque certaines conditions dont on aura tenu compte auront changé, pourra être traité en utilisant cette même valeur, en ayant soin d'effectuer les régularisations de manière identique.

Afin d'illustrer la méthode, nous avons choisi le problème de la self-énergie due au champ électromagnétique. Le programme suivant est accompli: régularisation des self-énergies du méson π^- et du proton; détermination de la valeur à attribuer à la constante régularisatrice C par la valeur observée du mass-shift pour les mésons π ; utilisation de cette valeur de C pour le même problème (émission et réabsorption d'un photon virtuel) dans le cas des nucléons.

Au paragraphe 2, est effectuée la détermination de C , en l'ajustant de façon que

$$\mu_{\pi^-} - \mu_{\pi^0} = 10 m_e,$$

avec l'emploi du régulateur $C^4(C^2 + k^2)^{-2}$. Les calculs détaillés, trop connus, ont été omis afin d'éviter une redite.

Le calcul du mass-shift des nucléons, auquel est consacrée la section 3, est effectué plus en détail, avec le même régulateur que précédemment et la même valeur de C . Pour tenir compte de l'interaction des nucléons avec les mésons π , responsable des moments magnétiques anormaux et d'une action attractive à courte distance, un facteur de forme est utilisé, calqué strictement sur le plus bas ordre de la théorie de perturbation ($ps-ps$ symétrique) qui, qualitativement, résume bien ces effets, mais normalisé phénoménologiquement aux valeurs observées des moments magnétiques anormaux. On obtient:

$$M_p - M_n = (-2,6 \pm 0,3) m_e.$$

Le paragraphe 4 est une discussion de ce résultat. Elle tend spécialement à mettre en évidence que l'usage de régulateurs

$C^{2n}(C^2 + k^2)^{-n}$ pour lesquels n est de plus en plus grand, conserve intact le bon accord numérique des deux différences de masse discutées. Chacun de ces régulateurs demande une valeur différente de la constante régularisatrice. Il est, de plus, vraisemblable, mais non démontré rigoureusement, que l'accord est conservé pour toute fonction $F[(k^2 + C^2)^{-1}]$ développable en série de puissances. L'objectif principal de cette discussion est d'étayer le fait, annoncé en début de l'introduction, que dans l'arbitraire de la constante, se trouve contenu celui du choix du régularisateur. Aucun essai d'interprétation de C n'est donné.

2. Mesons π et valeur de la constante régularisatrice.

A l'approximation où l'on connaît la valeur expérimentale de la différence de masse $\mu_{\pi^-} - \mu_{\pi^0}$ (6,85%), certaines simplifications de calcul vont être permises. La self-énergie des mésons de spin 0 reçoit la contribution de deux termes illustrés par les diagrammes (Fig. 1)

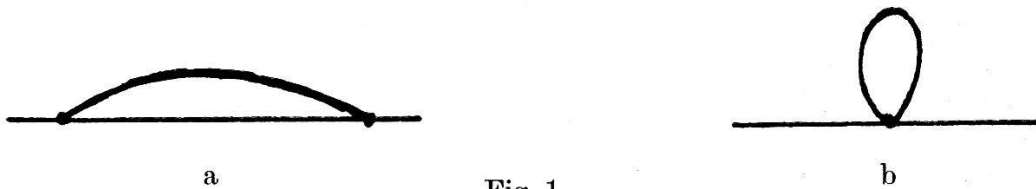


Fig. 1.
Self-énergies des mésons.

qui est proportionnelle: pour (a), à

$$\int (dk)^4 (2p + k)^2 \cdot [k^2((k + p)^2 + \mu^2)]^{-1}$$

et pour (b), à

$$\int (dk)^4 k^{-2}.$$

Dans (a), pour des raisons évidentes, les termes du numérateur qui ne sont pas en k^2 sont négligeables devant ces derniers.

Le régulateur choisi pour calculer ces deux expressions est:

$$C^4(C^2 + k^2)^{-2}, \quad (2.1)$$

le plus simple à fournir des résultats déterminés. De (a) et (b) on obtient des expressions proportionnelles à:

$$(a'): \quad C^4 \int (dk)^4 [(k + p)^2 + \mu^2]^{-1} (k^2 + C^2)^{-2}$$

$$(b'): \quad C^4 \int (dk)^4 k^{-2} (k^2 + C^2)^{-2}$$

*

dont le premier terme du développement en puissances de $(p^2 + \mu^2)$, qui correspond précisément à la self-masse, est :

$$\begin{aligned} \text{pour (a')} : & C^4 \int_0^1 dx \cdot x (C^2 x + \mu^2 (1-x)^2)^{-1} \\ \text{pour (b')} : & C^2, \end{aligned}$$

où C , en accord avec le théorème de division des distributions, peut conserver une valeur finie et arbitraire.

Relativement à (a') , (b') intervient dans le calcul avec un coefficient -4 , et le but que nous recherchons, à savoir identifier la valeur de C de telle sorte que $\delta\mu \cong 10 m_e$, permet d'ores et déjà de négliger μ^2 devant C^2 dans (a') .

La détermination de C s'effectue alors au moyen de l'égalité :

$$\delta(\mu^2) = 3 \alpha/4 \pi \cdot C^2 \quad (2.2)$$

qui fournit pour $\delta\mu \cong 10,5 m_e$ une valeur de C approximativement égale à la masse des nucléons, soit $C = M^*$.

Avant de passer au cas nucléonique, il est important de souligner le rôle prépondérant joué par le diagramme (b) . Cela d'autant plus que les mésons π ne sont certainement pas décrits en détail par une équation de GORDON. La possibilité qu'ils présentent de se transformer en paires de nucléons indique qu'il ne s'agit pas de particules simples. Or la contribution (b) est indépendante de cette structure et vu que c'est d'elle que provient la majeure partie de la contribution totale, la détermination de C effectuée ci-dessus doit rester valable en ordre de grandeur, quelle que soit la complexité de structure des mésons π aux hautes énergies.

3. Défaut de masse du proton.

L'émission et la réabsorption subséquente d'un photon virtuel par les nucléons est, au même titre que pour les mésons π , susceptible de modifier la valeur de leurs masses. Le problème est cependant ici plus complexe; l'interaction avec le champ des mésons π , eux-mêmes chargés, doit être prise en considération si l'on veut être certain d'avoir tenu compte des modifications distinguant le problème de self-énergie pour les mésons π de celui pour les nucléons.

*) La valeur $10,5 m_e$ pour $\delta\mu$ est un peu trop forte, selon les dernières mesures (CHINOWSKY et STEINBERGER). Nous la conservons néanmoins car elle fournit pour le cut-off C une valeur très pratique pour les calculs. D'autant plus qu'à l'approximation où sont faits les calculs qui suivent, cette valeur peut être considérée comme satisfaisante.

Or, à l'heure actuelle, on ne connaît pas avec certitude de théorie capable de rendre compte quantitativement des phénomènes régissant les rapports entre nucléons et mésons π . La théorie $ps-ps$ symétrique développée selon la théorie habituelle des perturbations (couplage faible) ne donne que des renseignements qualitatifs à ce sujet. Dans le problème qui nous occupe, c'est cependant à cette dernière, à défaut de mieux, que nous nous adresserons en réalisant néanmoins un compromis semi-phénoménologique. Lorsqu'il s'agira par exemple de décrire l'émission d'un photon par l'intermédiaire d'un méson π virtuel chargé émis temporairement par le nucléon, l'élément de matrice de la deuxième approximation $ps-ps$ symétrique sera introduit dans les calculs, normalisé cependant de manière que, pour un photon libre ($k^2 = 0$), il fournisse les valeurs expérimentales des moments anormaux. La même normalisation phénoménologique rendra également compte des données expérimentales concernant l'interaction nucléon-électron à courte distance.

Ces modifications du couplage avec le champ électromagnétique ne sont du reste pas les seuls à affecter les nucléons. L'interaction avec les mésons π perturbe également le caractère de propagation des nucléons par l'intermédiaire de self-énergies d'origine mésonique. Dans ce cas cependant, il a été démontré rigoureusement⁴⁾ que, pour l'émission de photons à faible énergie-impulsion, l'altération du propagateur nucléonique est exactement compensée par une contribution provenant du processus d'émission cité plus haut, contribution qui, elle, reste non nulle dans la limite $k = 0$. Dans le problème qui nous occupe, des photons à faible énergie-impulsion ne sont pas les seuls à entrer en jeu; cependant le procédé régularisateur avec constante régularisatrice finie coupe l'action des très hautes fréquences. Dès lors, du fait du caractère renormalisable de la théorie*), négliger ces contributions agissant en sens contraire constitue une bonne approximation. Nous nous y tiendrons par la suite en ignorant ces effets.

Ainsi donc, les seules modifications dont nous allons avoir à tenir compte, sont celles affectant le couplage et auxquelles, comme on l'a vu, est attaché un facteur de normalisation λ . Donc, en plus du couplage courant-charge ordinaire, apanage du proton, nous trouverons, proportionnels à λ :

1^o un couplage moment magnétique-champ magnétique;

2^o un couplage courant-charge n'agissant qu'à courte distance;

ces deux derniers pour protons et neutrons.

*) Caractère qui assure un faible damping des propagateurs.

Dans ce qui suit, les calculs, comme pour les mésons π , seront restreints à l'approximation $-e^2$ de la charge électrique. Nous ne tomberons pas dans un détail poussé des calculs car, nécessitant des intégrations graphiques, ils sont dépourvus de procédés mathématiques nouveaux, susceptibles de faciliter d'autres calculs de hautes approximations. La marche générale des opérations sera indiquée pour les termes linéaires en λ , alors qu'aucune mention ne sera faite des termes bilinéaires en λ dont la contribution, à l'approximation où sont réalisées nos évaluations, ne doit influencer que très peu sur le résultat.

A. Terme ordinaire.

Il est schématisé pour mémoire par le diagramme Fig. 2, et son expression mathématique est trop connue pour être discutée ici*). Ce terme, régularisé de façon identique à celle employée pour les



Fig. 2.

Self-énergie du proton.

mésons π au § 2, n'affecte que le proton pour lequel il résulte une augmentation de masse de

$$\delta M_+ = 6 \alpha M (4 \pi)^{-1} 0,33 \cong 6,45 \cdot 0,33 m_e. \quad (3.1)$$

B. Termes proportionnels à λ .

Un des diagrammes typiques qui les symbolise est illustré par la Figure 3:

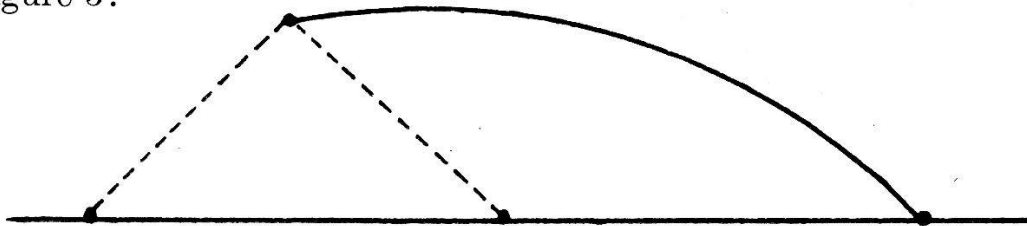


Fig. 3.

Diagramme de couplage modifié du nucléon avec le champ électromagnétique, par l'intermédiaire de mésons π chargés (ligne brisée).

Le triangle figurant sur la gauche du diagramme Fig. 3 est calculé au moyen de la théorie $ps-ps$ symétrique. Cette dernière, comme il

*) L'intégrale

$$\int_0^1 dx \log (1 - x + x^2) (1 - x)^{-2}$$

qui intervient dans ce calcul est effectuée de façon élémentaire et vaut $2\sqrt{3} \operatorname{tg}^{-1} 1/\sqrt{3}$. De plus, l'égalité $C^4 k^{-2}(k^2 + C^2)^{-2} = C^2 k^{-2}(k^2 + C^2)^{-1} - C^2(k^2 + C^2)^{-2}$ a été employée.

a déjà été dit, est inapte à fournir des renseignements quantitatifs comme ceux dont nous avons besoin pour notre propos. Cependant la forme analytique de l'élément de matrice que le triangle représente rend bien compte de tous les caractères physiques qualitatifs d'une telle interaction. C'est pourquoi nous le retenons en suppléant à son inadéquacité numérique par une normalisation phénoménologique. Si, par exemple, $F(k^2)$ est un tel élément de matrice, rendant compte de la partie magnétique de l'interaction, on lui attribuera un facteur normalisateur λ_i ($i = p, n$) tel que

$$\lambda_p F(0) = +1,78; \quad \lambda_n F(0) = -1,91. \quad (3.2)$$

Dès maintenant, pour les raisons citées en tête de cette section, vont être prises seules en considération les modifications au couplage nucléon-champ électromagnétique responsables des moments magnétiques anormaux et de l'interaction à courte distance.

La première de ces modifications se traduit par la présence d'un terme de PAULI

$$\lambda_i/2 M \cdot \sigma_{\alpha\beta} k_\beta F_{(1)}(k^2); \quad \sigma_{\alpha\beta} = 1/2 [\gamma_\alpha, \gamma_\beta]_-, \quad (3.3)$$

où $F_{(1)}(k^2)$:

$$F_{(1)}(k^2) = 3 \int_0^1 dv \int_0^1 du u^2 (1-u) \times \\ \times [u^2 + \mu^2/M^2(1-u) + k^2/4 M^2(1-u)^2(1-v^2)]^{-1} \quad (3.4)$$

résume l'interaction avec les mésons π .

La self-énergie ainsi modifiée peut se déduire du terme ordinaire (Fig. 2) par le remplacement de γ_α par $\pm (3,3)$ à l'émission et à l'absorption. La régularisation utilisée reste naturellement inchangée.

Des paramètres auxiliaires x et z sont employés pour rendre compacts, le premier (x) les dénominateurs de (3.4) et du régulateur; le second (z), l'intégrale obtenue sur x et le propagateur du nucléon. Après l'intégration sur (dk), quadridimensionnelle, celles sur z et x sont effectuées dans l'ordre, en négligeant le terme $M^2(1-z)^2$ au dénominateur. Une fois ces intégrations terminées, il est tenu compte par voie graphique de la correction à apporter lorsque le terme négligé est présent. A ce stade du calcul, restent à effectuer les intégrales sur u et v de (3.4), qui l'ont été fait, dans l'ordre, graphiquement avec une précision de l'ordre de 6%. La contribution de ce terme tend en fin de compte à diminuer la masse du proton d'une quantité $\delta M_{\underline{m}}$.

La seconde des modifications, elle, se manifeste par une altération du courant de convection, qui remplace le couplage γ_α par

$$- \lambda_i/2 M \cdot k^2/M \cdot \gamma_\alpha F_{(2)}(k^2), \quad (3.5)$$

où $F_{(2)}(k^2)$:

$$F_{(2)}(k^2) = 0,2 \int_0^1 dv \int_0^1 du (2 - v^2) (1 - u)^3 \times \\ \times [u^2 + \mu^2/M^2 (1 - u) + k^2/4 M^2 (1 - u)^2 (1 - v^2)]^{-1} \quad (3.6)$$

joue un rôle analogue à (3.4).

Exception faite de quelques changements de peu d'importance, le calcul des self-énergies modifiées par (3.5) se conduit de façon semblable à celui des termes magnétiques. Ces termes de convection diminuent la masse du proton d'une quantité $\delta M_-^{(c)}$.

La diminution de masse totale affectant le proton, due aux self-énergies à couplage modifié par (3.3) et (3.5), fournit, dans ces conditions:

$$\delta M_- = \delta M_-^{(m)} + \delta M_-^{(c)} = - 6 \alpha M/4 \pi (0,412 \pm 0,025) \times \\ \times \lambda_p = - 6 \alpha M/4 \pi (0,734 \pm 0,045). \quad (3.7)$$

Enfin, joint à (3.1), (3.7) donne le mass-shift du proton par rapport au neutron, aux termes bilinéaires en λ près:

$$\delta M = \delta M_+ + \delta M_- = - 6 \alpha M/4 \pi (0,404 \pm 0,045) \quad (3.8) \\ \cong - (2,60 \pm 0,3) m_e,$$

dont l'accord avec la valeur observée est très bon.

En ce point de l'exposé, il semble indiqué de mentionner que d'une part les termes bilinéaires en λ fourniront une contribution tendant à accentuer cette différence, du fait que $\lambda_n^2 > \lambda_p^2$ et que ces termes ont même signe que le terme de self-énergie ordinaire (3.1); néanmoins, une estimation grossière montre que leur contribution totale ne devrait pas dépasser le 6% de (3.7) et non plus, par conséquent, la marge d'erreur existant déjà. D'autre part, pour des commodités de calcul évidentes, la constante régularisatrice C a été choisie trop forte (cf. note page 450) et se trouve être responsable d'une valeur de (3.8) légèrement trop grande en valeur absolue. Il est ainsi raisonnable, au vu de ces deux remarques, de considérer que (3.8) représente bien la marge de valeurs dans laquelle oscillerait un résultat plus élaboré. Les calculs des termes bilinéaires en λ sont du reste en cours.

4. Discussion.

La méthode proposée en tête de ce travail ouvre donc un champ nouveau au calcul, à savoir celui des corrections de masse dues à l'interaction avec le champ électromagnétique. L'illustration qui en a été faite dans les sections 2 et 3 en donne un exemple qui pourrait prétendre à plus de précision numérique, n'étaient les incertitudes actuelles sur la manière de traiter la théorie *ps-ps* symétrique. Le traitement semi-phénoménologique que nous avons adopté ne permet pas d'espérer une confrontation plus serrée. Mais, plus que les nombres eux-mêmes, sont convainquants, dans cet exemple, les signes et l'ordre de grandeur des résultats qui, eux, sont concluants.

L'arbitraire qui subsiste à première vue dans la méthode proposée réside dans le choix du régulateur adopté; et l'on est en droit de se demander jusqu'à quel point l'accord obtenu en employant $C^4(C^2 + k^2)^{-2}$ subsisterait si les expressions étaient régularisées différemment et si (3.8) n'est pas un accident dû à la forme heureuse du régulateur employé.

Si cela était, ce serait déjà une raison suffisante d'avoir confiance en la méthode proposée, cette dernière étant alors solidaire d'un choix particulier du régulateur à utiliser pour des raisons qu'il s'agirait de découvrir. Mais il y a plus, comme l'introduction l'annonçait. Le choix du régulateur semble être peu important. Rigoureusement nous avons pu le montrer pour tout $[C^2(C^2 + k^2)^{-1}]^{-n}$, si grand soit n . Lorsqu'on conserve satisfaite une relation semblable à (2.2), la constante régularisatrice devient alors dépendante de n ; cependant la valeur numérique du défaut de masse δM reste comprise dans les mêmes limites que celles déterminées en (3.8). Il est très probable également, mais non démontré rigoureusement, que cette sorte d'invariance par rapport au choix du régulateur reste valable pour tout régulateur, fonction développable en série de puissances de $(C^2 + k^2)^{-1}$; il en était ainsi, du moins, dans les cas particuliers examinés. L'arbitraire de ce choix du régulateur se trouve ainsi rejeté sur l'arbitraire inhérent de la constante régularisatrice qui n'est ensuite levé que par une condition physique telle que (2.2).

Les régulateurs du type $F[(C^2 + k^2)^{-1}]$ sont loin d'épuiser la diversité de ceux qui sont susceptibles d'être utilisés. La raison pour laquelle notre examen s'est borné à cette classe restreinte réside dans la simplicité relative des expressions mathématiques auxquelles elle conduit. D'autres types de fonctions $F(k^2, C^2)$, de même efficacité pour le rôle qu'on se propose de leur faire jouer, entraînent en effet rapidement à des calculs inextricables. Il serait du reste vain de

prétendre examiner ces fonctions dans toute leur généralité, ce qui constituerait un problème sans définition déterminée. La situation est quelque peu semblable à celle que l'on rencontre lors de la recherche du form-factor à utiliser dans une théorie à interaction non locale*). Néanmoins, on est en droit de penser que l'univocité de la méthode, dans le problème examiné, pour toute une classe de régulateurs, constitue un fait assez encourageant pour qu'il soit permis d'en homologuer les résultats.**)

En effet, pour en revenir au problème physique discuté dans ce travail, l'explication des différences de masse semble compter parmi les plus plausibles. Que le champ électromagnétique ne soit peut-être pas le seul agent responsable reste possible; cette éventuelle action étrangère à l'électrodynamique serait alors manifestée par l'intermédiaire de la valeur de cut-off adoptée pour la constante régularisatrice.

Nous tenons à remercier, en terminant, M. le professeur L. ROSENFELD pour ses nombreux et précieux conseils; notre gratitude va de même à M. le professeur M. FIERZ pour une communication privée de grand intérêt.

Ce travail a été subventionné par le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique.

Bibliographie.

- 1) E. C. G. STUECKELBERG et D. RIVIER, *Helv. Phys. Acta* **23**, Suppl. 3, 236 (1950).
- 2) E. C. G. STUECKELBERG et T. A. GREEN, *Helv. Phys. Acta* **24**, 153 (1951); et aussi: E. C. G. STUECKELBERG et A. PETERMANN, *Helv. Phys. Acta* **26**, 499 (1953). La partie mathématique fera l'objet d'une publication séparée.
- 3) R. P. FEYNMAN, *Phys. Rev.* **76**, 769 (1949).
- 4) N. M. KRULL et M. A. RUDERMAN, *Phys. Rev.* **93**, 233 (1954).

*) Quoique dans le cas qui nous occupe, le cadre soit plus large.

***) *Note ajoutée aux épreuves*: Des calculs récents ont permis de déterminer avec exactitude les limites supérieures et inférieures du défaut de masse δM pour un choix absolument arbitraire du régulateur. Même dans les cas les plus artificiels un accord qualitatif subsiste rendant ainsi vraisemblable une explication électrodynamique des différences de masse.