La diffusion baryon-baryon en avant et en arrière dans un modèle de S(U(3) X U(3))

La diffusion baryon-baryon en avant et en arrière dans un modèle de $S(U(3) \otimes U(3))$

par **H. Ruegg** et **J. Oberholzer**
Institut de Physique Théorique Université de Genève

(9 XI 67)

Summary. We give predictions due to the symmetry $S(U(3) \otimes U(3))$ applied to collinear (backward and forward) scattering of two octets of spin-1/2 baryons. This group is the smallest one which combines SU(3) and spin and which commutes with the Lorentz-transformations along a given direction. The model distinguishes between the different polarizations of the particles and the experimental test of the relations established here implies therefore the need for polarized beam and target.

Introduction

Nous traitons la diffusion $BB \to BB$ en avant et en arrière dans le cadre de SU(6), où B est l'octet des baryons. La symétrie de SU(6) n'est cependant valable que pour des systèmes en repos, et si l'on veut l'appliquer à des particules en mouvement, elle entre en général en conflit avec l'invariance relativiste. Cette difficulté peut être surmontée, si on se limite à des processus colinéaires, comme dans le cas traité. On trouve que le sous-groupe $S(U(3) \otimes U(3))$ de SU(6) est compatible, pour ce cas particulier, avec la relativité. Les générateurs

$$\lambda_i \otimes \left(\frac{I \pm \sigma_3}{2}\right) \qquad \lambda_i = \text{matrices de Gell-Mann}$$
$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

commutent avec les transformations de Lorentz dans la direction considérée, choisie selon l'axe 3.

Ruegg et Volkov ont développé ce modèle pour la diffusion meson-baryon [1]. Winternitz et Makarov [4] l'ont appliqué également à la diffusion baryon-baryon, mais leurs résultats diffèrent des nôtres. Pour le traitement des amplitudes de SU(3) nous utilisons les notations du papier de Freud, Ruegg, Speiser et Morales [2] et Ruegg [3].

1. Dans l'espace de spin, l'amplitude de diffusion pour des processus $12 \to 34$ colinéaires, c. à. d. pour $\vartheta = 0, \pi$, est composée de trois amplitudes indépendantes seulement, en vertu de l'invariance sous la parité P. Ceci implique l'absence de tran-

sitions singlet-triplet et triplet-singlet, même si tous les quatre baryons sont différents. Nous écrivons [4]

$$M = \frac{1}{2}(A+B) + \frac{1}{2}(A-B-C)(\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{k})(\boldsymbol{\sigma}_2 \boldsymbol{k}) + \frac{1}{2} C(\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2) \tag{1}$$

$\boldsymbol{k}$ quantité de mouvement dans le système de centre de masse
$\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2$ agissant entre les particules 1 et 3, 2 et 4 respectivement.

Les trois amplitudes A, B et C sont choisies de façon à décrire les processus

$$A: \uparrow\uparrow \to \uparrow\uparrow \quad B: \uparrow\downarrow \to \uparrow\downarrow \quad C: \uparrow\downarrow \to \downarrow\uparrow \tag{2}$$

où les flèches indiquent les deux orientations du spin. Elles se composent chacune individuellement d'un certain nombre d'amplitudes invariantes de SU(3).

2. La diffusion de deux octets de SU(3) produisant deux octets est décrite, dans le cas général, par huit amplitudes [2, 3].

$$A_1, A_{10}, A_{\overline{10}}, A_{27}, \quad A_{ss}, A_{aa}, A_{as}, A_{sa}$$

qui décrivent les transitions possibles entre les différents multiplets de la décomposition de Clebsch-Gordan

$$8 \otimes 8 = 1 \otimes 10 \otimes \overline{10} \otimes 27 \otimes 8_a \otimes 8_s .$$

Les indices s et a se réfèrent à la partie «symétrique» ou «antisymétrique» sous l'échange des nombres quantiques I (isopin total), I_3 (3 composante de l'isospin) et Y (hypercharge) des deux particules.

Dans le cas colinéaire l'amplitude M est invariante par rapport à une transposition simultanée des particules initiales et finales:

$$\begin{aligned} M\,(12 \to 34) &= \alpha\, A_{as} + \beta\, A_{sa} + \cdots \\ = M\,(21 \to 43) &= -\alpha\, A_{as} - \beta\, A_{sa} + \cdots . \end{aligned}$$

Il en résulte que

$$A_{as}\,(8_a \to 8_s) = A_{sa}\,(8_s \to 8_a) = 0 .$$

Ce fait implique déjà dans le modèle de SU(3) un certain nombre de relations, par exemple

$$\begin{aligned} (p\, \Xi^0 \to p\, \Xi^0) &= (p\, \Sigma^- \to p\, \Sigma^-) \\ (p\, \Xi^- \to n\, \Xi^0) &= (p\, \Xi^- \to \Sigma^+ \Sigma^-) . \end{aligned}$$

3. Dans la symétrie de SU(6), on combine les deux aspects de $SU(2)_{spin}$ et de SU(3). La représentation 56 de SU(6), dans laquelle on place les baryons (dans le modèle des quarks, 56 intervient dans la réduction de $6 \otimes 6 \otimes 6 = 20 + 70 + 70 + 56$), se décompose sous le sous-groupe $S(U(3) \otimes U(3))$ de la façon suivante [1]:

$$56 = (10{,}1) + (6{,}3) + (3{,}6) + (1{,}10)$$

où la composante s_3 du spin est

$$+\frac{3}{2} \quad +\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{2}$$

respectivement.

Un état de la représentation 56 est représenté par le tenseur B_{ABC} totalement symétrique (A, B, C, $= 1$ à 6), un état de (6,3) par $B_{ab\bar{c}}$, symétrique en a et b (a, b, $\bar{c} =$ 1, 2, 3), les indices a, b se référant au premier groupe U(3), $\bar{c}$ au second. Un état de la représentation (3,6) sera donc donné par le tenseur $B_{a\bar{b}\bar{c}}$ symétrique en $\bar{b}$ et $\bar{c}$. L'octet contenu dans (6,3) et (3,6) sera donné respectivement par

$$B_{ab\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(N_a^d \, \varepsilon_{dbc} + N_b^d \, \varepsilon_{dac}\right) \chi_8^{\uparrow}$$

$$B_{a\bar{b}\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(N_b^d \, \varepsilon_{dac} + N_c^d \, \varepsilon_{dab}\right) \chi_8^{\downarrow}$$

tous les indices a, b, $c \ldots$ appartenant à SU(3). En plus

$$N_a^b = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda + \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0\right) & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & \left(\frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda - \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0\right) & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \Lambda \end{pmatrix}$$

$$(\overline{N})_a^b = (\overline{N_b^a})$$

sont les tenseurs de l'octet de $SU(3)$ des baryons et antibaryons respectivement, $\chi_8^{\uparrow}$ et $\chi_8^{\downarrow}$ les spineurs appropriés et ε_{abc} le tenseur totalement antisymétrique.

La décomposition des amplitudes (1) en amplitudes invariantes sous S(U(3) $\otimes$ U(3)) est donc donnée par:

$$\begin{aligned}
\langle \uparrow \uparrow | M | \uparrow \uparrow \rangle = A = & \\
&= a_1 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ab\bar{c}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{de\bar{f}} \\
&+ a_2 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ad\bar{c}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{be\bar{f}} \\
&+ a_3 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{de\bar{c}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{ab\bar{f}} \\
&+ a_4 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ab\bar{f}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{de\bar{c}} \\
&+ a_5 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ad\bar{f}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{be\bar{c}} \\
&+ a_6 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{de\bar{f}} \, B'_{de\bar{f}} \, \overline{B}'^{ab\bar{c}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle \uparrow \downarrow | M | \uparrow \downarrow \rangle = B = & \\
&= a_7 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ab\bar{c}} \, B'_{d\bar{e}\bar{f}} \, \overline{B}'^{d\bar{e}\bar{f}} \\
&+ a_8 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ad\bar{c}} \, B'_{d\bar{e}\bar{f}} \, \overline{B}'^{b\bar{e}\bar{f}} \\
&+ a_9 \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ab\bar{e}} \, B'_{d\bar{e}\bar{f}} \, \overline{B}'^{d\bar{c}\bar{f}} \\
&+ a_{10} \, B_{ab\bar{c}} \, \overline{B}^{ad\bar{e}} \, B'_{d\bar{e}\bar{f}} \, \overline{B}'^{b\bar{c}\bar{f}}
\end{aligned}$$

$$\langle\uparrow\downarrow|M|\downarrow\uparrow\rangle = C =$$

$$= a_{11}\, B_{ab\bar{c}}\, \bar{B}^{a\bar{c}\bar{f}}\, B'_{\bar{d}\bar{e}\bar{f}}\, \bar{B}'^{db\bar{e}}$$

$$+ a_{12}\, B_{ab\bar{c}}\, \bar{B}^{d\bar{c}\bar{f}}\, B'_{\bar{d}\bar{e}\bar{f}}\, \bar{B}'^{ab\bar{e}}$$

$$+ a_{13}\, B_{ab\bar{c}}\, \bar{B}^{a\bar{e}\bar{f}}\, B'_{\bar{d}\bar{e}\bar{f}}\, \bar{B}'^{db\bar{c}}$$

$$+ a_{14}\, B_{ab\bar{c}}\, \bar{B}^{d\bar{e}\bar{f}}\, B'_{\bar{d}\bar{e}\bar{f}}\, \bar{B}'^{ab\bar{c}}$$

Ceci nous permet de traiter les trois cas différents, décrits par les amplitudes A, B et C, individuellement dans le cadre de SU(3), en calculant les invariants facteurs des amplitudes $a_1, \ldots, a_6$, $a_7, \ldots, a_{10}$ et $a_{11}, \ldots, a_{14}$ en termes des invariants de SU(3) [2] facteurs de $A_1, \ldots, A_9$:

$$\begin{aligned} A = {} & A_1\, tr(N\,\bar{N}\,N'\,\bar{N}') + A_2\, tr(N\,\bar{N}\,\bar{N}'\,N') \\ & + A_3\, tr(N\,N'\,\bar{N}\,\bar{N}') + A_4\, tr(N\,N'\,\bar{N}'\,\bar{N}) \\ & + A_5\, tr(N\,\bar{N}'\,\bar{N}\,N') + A_6\, tr(N\,\bar{N}'\,N'\,\bar{N}) \\ & + A_7\, tr(N\,N')\, tr(\bar{N}\,\bar{N}') + A_8\, tr(N\,\bar{N})\, tr(N'\,\bar{N}') \\ & + A_9\, tr(N\,\bar{N}')\, tr(N'\,\bar{N}) \end{aligned}$$

et des développements similaires pour B et C. Alors les amplitudes A_i de SU(3) s'expriment en fonction des amplitudes a_k de S(U(3) $\otimes$ U(3)), les résultats en sont donnés dans la table I. Notons que la condition $A_{as} = A_{sa} = 0$ implique que $a_8 = a_9$ et $a_{12} = a_{13}$.

Table I

	A						B				C			
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
A_1		1/36		1/3	4/9			1/9	1/9	25/36	1/36	−2/9	−2/9	
A_2		−1/9	−1/9	1/9				1/18	−4/9		5/36			
A_3			1/9	−1/9	−1/9					5/36		1/18	−4/9	
A_4		−1/9	−1/9	1/9				−4/9	1/18		5/36			
A_5			1/9	−1/9	−1/9					5/36		−4/9	1/18	
A_6		4/9	1/3		1/36			−2/9	−2/9	1/36	25/36	1/9	1/9	
A_7			1/9	1/9										
A_8	1	1/4	1/9	1/9			1	1/2	1/2		−1/4			
A_9			1/9	1/9	1/4	1				−1/4		1/2	1/2	1

A part les restrictions résultant déjà de cette condition $A_{as} = A_{sa} = 0$, à savoir $A_2 = A_4$ et $A_3 = A_5$, nous obtenons maintenant des relations supplémentaires entre les amplitudes de SU(3) pour les processus décrits par B et C. Elles mènent à un grand nombre de relations caractéristiques pour notre modèle dont nous notons quelquesunes ci-dessous. Les crochets $B(ab)$ et $C(ab)$ dénotent les amplitudes $B\ (a^\uparrow b^\downarrow \to a^\uparrow b^\downarrow)$ et $C\ (a^\uparrow b^\downarrow \to a^\downarrow b^\uparrow)$.

$$
\begin{aligned}
25\ B(p\,\Sigma^+) + 16\ B(p\,\Xi^-) &= 25\ B(p\,p) + 16\ B(p\,\Sigma^0) \\
39\ B(p\,\Xi^0) + 97\ B(p\,\Xi^-) &= 150\ B(p\,\Lambda) - 14\ B(p\,\Sigma^+) \\
23\ B(p\,\Sigma^+) + 24\ B(p\,\Xi^-) &= 14\ B(n\,p) + 33\ B(p\,p) \\
25\ B(p\,\Sigma^-) + 25\ B(p\,p) &= 16\ B(p\,\Xi^-) + 34\ B(p\,\Sigma^0) \\
C(p\,\Xi^0) &= -4\ C(p\,\Xi^-) \\
C(p\,\Sigma^+) &= 4\ C(p\,\Xi^-) + 2\ C(p\,\Sigma^0) \\
C(p\,\Sigma^+) + 2\ C(p\,\Lambda) &= C(n\,p)\,.
\end{aligned}
$$

4. Les relations entre des amplitudes élastiques peuvent, au moyen du théorème optique, être immédiatement interprétées comme des relations entre des sections efficaces totales.

Pour l'amplitude A, ceci signifie

$$Im\ A\ (a^\uparrow b^\uparrow \to a^\uparrow b^\uparrow) \quad \text{prop.} \quad \sigma_{\text{tot.}}\ (a^\uparrow b^\uparrow \to \cdots)\,,$$

et pour l'amplitude B également

$$Im\ B\ (a^\uparrow b^\downarrow \to a^\uparrow b^\downarrow) \quad \text{prop.} \quad \sigma_{\text{tot.}}\ (a^\uparrow b^\downarrow \to \cdots)\,,$$

tandis que l'amplitude C ne décrit pas de processus élastiques.

Pour vérifier expérimentalement ces relations, il faut disposer de particules polarisées.

Références

[1] H. Ruegg et D. V. Volkov, Nuovo Cim. *43*, 84 (1966).
[2] P. G. O. Freund, H. Ruegg, D. Speiser et A. Morales, Nuovo Cim. *25*, 307 (1962).
[3] H. Ruegg, Nuovo Cim. *41*, 576 (1966).
[4] P. Winternitz et A. A. Makarov, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Preprint 1966.