Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 42 (1969)

Heft: 6

Artikel: Die Kompressionswelle mit endlicher Amplitude in einem magnetisierten Plasma

Autor: Zickert, D.W. / Schneider, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-114100

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Kompressionswelle mit endlicher Amplitude in einem magnetisierten Plasma[1])

von **D. W. Zickert** und **H. Schneider**
Physikalisches Institut der Universität Freiburg i. Ue.

(23. V. 69)

Zusammenfassung. In einem homogenen Argonplasma zylindrischer Geometrie wird eine hydromagnetische Kompressionswelle endlicher Amplitude angeregt. Das Anregungsverhältnis erreicht Werte bis $B_s/B_0 = 0{,}35$. Untersucht wird die Ausbreitung dieser Welle längs des quasistationären axialen Magnetfeldes und die dadurch bedingte Veränderung des Plasmawiderstandes. Der in der nichtlinearen Theorie von L. C. Woods behandelte Einfluss der durch die starke Anregung erzeugten höheren Harmonischen wird experimentell nachgewiesen.

Abstract. A hydromagnetic compressional wave with finite amplitude is excited in a homogeneous argon plasma of cylindrical geometry. We study the propagation of this wave along a quasistatic axial magnetic field and the increase of plasma conductivity, when the perturbation ratio is increased up to $B_s/B_0 = 0.35$. The experiment verifies the influence of higher harmonics as postulated by the nonlinear theory of L. C. Woods.

1. Einleitung

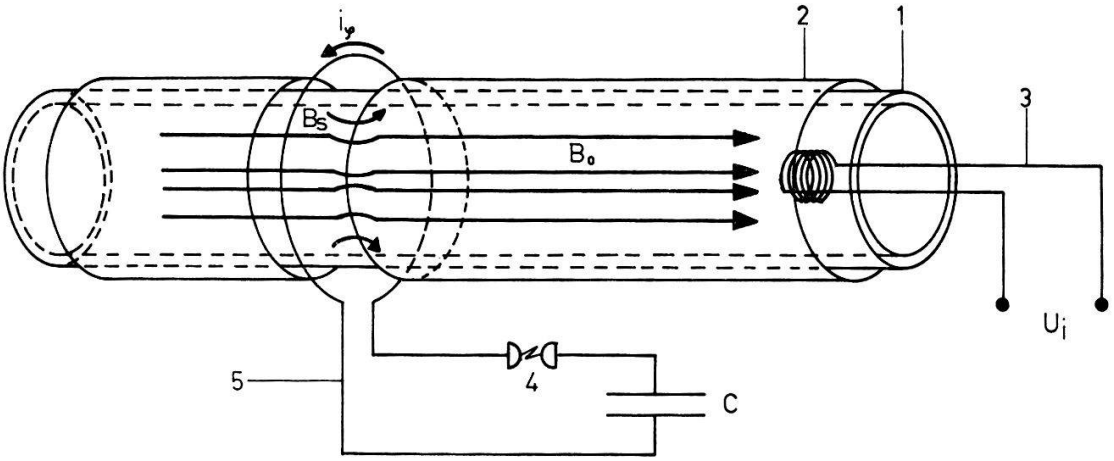
In einem zylindrischen Plasma mit eingelagertem axialen Magnetfeld B_0 können hydromagnetische Wellen auf zwei Arten angeregt werden. Einmal erzeugen radiale Ströme eine Bewegung des Plasmas in azimutaler Richtung. Diese Art der Anregung führt zu Torsionswellen mit axialer Propagation und wurde von verschiedenen Autoren [1], [3], [4] zum Nachweis der Alfvénwelle benutzt. Andrerseits kann durch azimutale Ströme eine radiale Plasmabewegung hervorgerufen werden. Es entsteht so eine Kompressionswelle, die sich ebenfalls in axialer Richtung ausbreiten kann (Fig. 1). Derartige Ströme können durch Spulen ausserhalb des Plasmas induziert werden, wie Figur 1 zeigt. Eine lineare Theorie dieses Phänomens wurde von Woods [7] entwickelt und die Propagation dieser Wellen von einigen Autoren [4], [5], [6] experimentell untersucht. Diese Arbeiten beziehen sich auf kleine Anregungsamplituden, um einen direkten Vergleich mit der Theorie zu ermöglichen.

Bei grösserer Anregungsamplitude wird die Erzeugung von höheren Harmonischen erwartet, die durch eine lineare Theorie nicht beschrieben und bei den bisherigen Experimenten auch nicht beobachtet wurden. Eine ausführliche nichtlineare Theorie hat Woods [8] veröffentlicht. Diese Theorie geht von wohldefinierten konstanten Eigenschaften des Plasmas aus, wie Temperatur, Ionisationsgrad usw. Die dissipativen Effekte werden dabei durch den Ohmschen Widerstand in Rechnung gesetzt, die

[1]) Diese Arbeit wurde durch die finanzielle Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

Joule'sche Wärme jedoch verschwindet in einem unendlich grossen Reservoir und verändert die Plasmaparameter nicht. Im Experiment verändert eine starke Wellenanregung diese Parameter sehr wohl, und ein Vergleich mit der Theorie ist nur bedingt möglich.

Die Beobachtung nichtlinearer Effekte wird sich daher auf das Auftreten der höheren Harmonischen und auf die Aufheizung des Plasmas konzentrieren. Diese manifestiert sich vor allem in einer deutlichen Veränderung des elektrischen Widerstandes des Plasmas.



1 Homogen mit Plasma ausgefülltes Entladungsrohr
2 Leitende Berandung des Plasmas und Abschirmung
3 Induktionsspule zur Detektion des Signals
4 Funkenstrecke
5 Entladekreis und Anregerspule

Figur 1

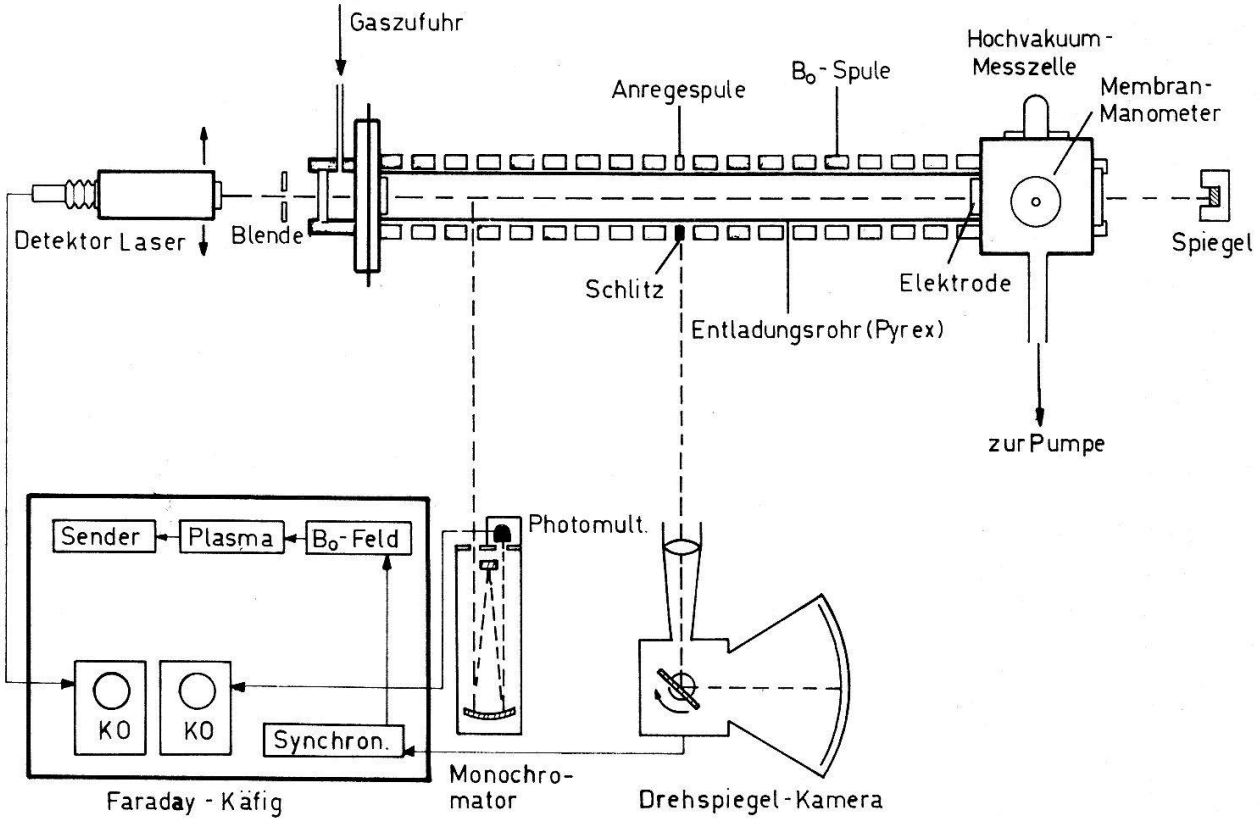
Erzeugung einer hydromagnetischen Welle in einem Plasma.

Der Frage, inwieweit das Laboratoriumsplasma den Voraussetzungen der Theorie bezüglich Homogenität und Turbulenzfreiheit entspricht, sind die im Kapitel «Diagnostik» beschriebenen Arbeiten gewidmet. Die eigentliche Messung von Propagation und Dämpfung der Welle erfolgt mit Hilfe einer magnetischen Sonde auf der Achse des Entladungsrohres.

2. Durchführung der Messungen

Den Aufbau der Apparatur zeigt Figur 2 schematisch: das Entladungsrohr aus Pyrex von 1 m Länge und 9,4 cm lichter Weite befindet sich im Innern eines Solenoids, welches aus 18 Spulen zu je 30 Windungen besteht. Sowohl das Plasma wie auch das gepulste axiale Magnetfeld B_0 ($T = 3{,}6$ msec) werden durch Entladen von Kondensatorbänken (77 μF) erzeugt. Die Entladung für den Plasmaheizstrom ist kritisch gedämpft und löscht nach 65 μsec. Die Elektroden aus Stahl sind ringförmig, damit nicht durch leitende Stirnflächen eine resonatorähnliche Konfiguration entsteht. Das dadurch bedingte Ausfliessen wurde mit Hilfe der Lasermethode untersucht, indem die Elektronendichte einmal mit sehr grosser, das andere Mal mit sehr kleiner Durchlassöffnung bestimmt wurde. Dabei ergibt sich wohl während des Aufheizens

des Plasmas ein deutlich verschiedener Verlauf der Elektronendichte, während des Nachleuchtens hingegen erhält man das gleiche Plasma, innerhalb der Messwertschwankungen. Kommerzielle Verzögerungseinheiten regeln die Steuerimpulsfolge zur Auslösung der Entladungen, Oszillographen und Kameras. Hochspannungsimpulse mit sehr kurzer Anstiegszeit zünden die Ignitrons und Funkenstrecken.



Figur 2

Anordnung zur Plasmadiagnostik.

Die Anregespule besteht aus fünf flachen Kupferringen in Teflonisolierung. Jeder Ring besitzt einen Anschlussflansch für drei Koaxialkabel, welche zur Kondensatorbank von 15 Impulskondensatoren von je 0,1 μF führen. Die Flansche sind gegeneinander azimutal versetzt, sodass axiale Symmetrie gewährleistet ist. Die 15 koaxial aufgebauten, geschlossenen Funkenstrecken haben statistische Zündzeitschwankungen von etwa 2 nsec, da sie durch Hochspannungskabelentladungen getriggert werden. Auf diese Weise erhält man sehr gute Reproduzierbarkeit des Sendersignals. Die höchste bei voller Leistung erreichbare Frequenz ν beträgt 335 kHz, sie kann durch zusätzliche Hilfsinduktivitäten verkleinert werden. Besondere Sorgfalt musste nun der Entkopplung der Anregerspule und der Magnetfeldspule gewidmet werden, da bei einem Windungsverhältnis von 1:540 die induzierten Spannungen in der B_0-Spule zu Durchschlägen und damit zur Zerstörung führen können.

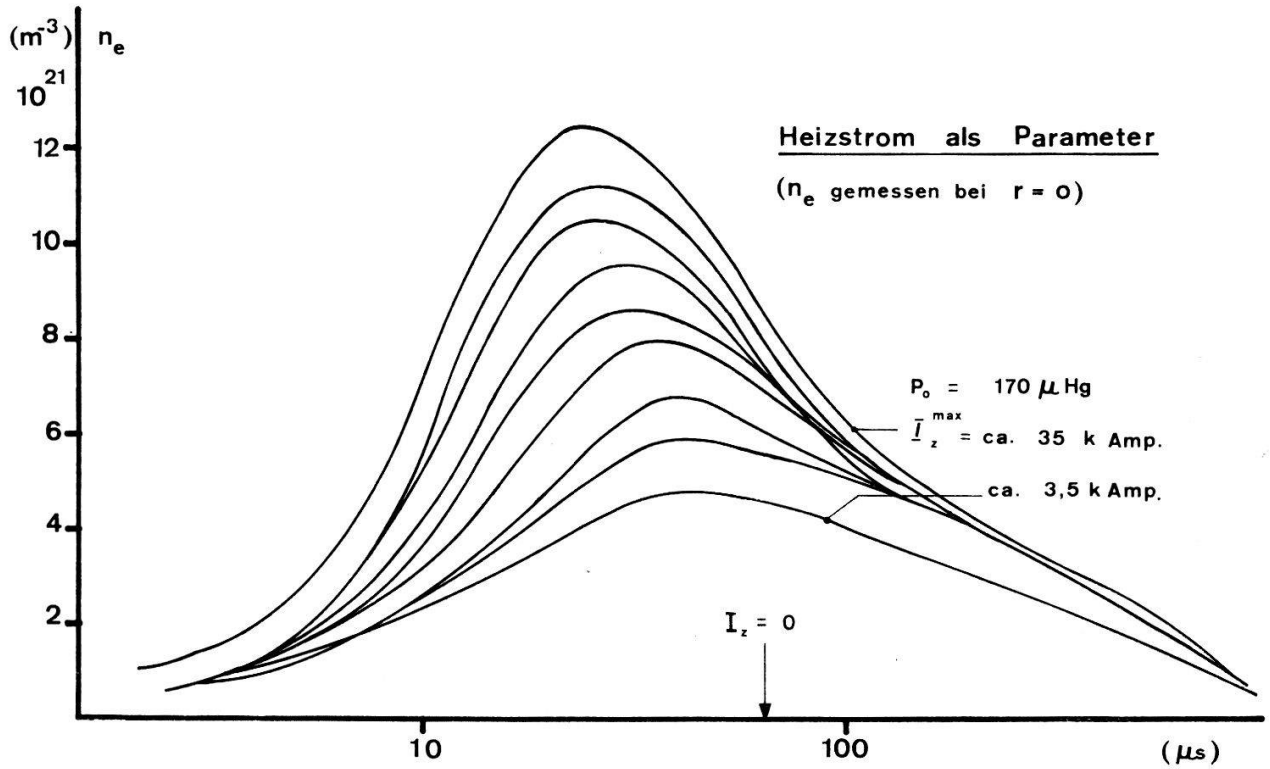
Zur Entkopplung dient eine Aluminiumhaut von 1/10 mm Dicke zwischen Spule und Entladungsrohr. Sie schwächt das quasistationäre B_0-Feld nur wenig und dient zugleich als leitende Berandung des Plasmas, was für die Ausbreitung der Welle und die Definition der Randbedingungen sehr wichtig ist.

Miniatursonden mit 100 Windungen, 3 mm Länge und 2,1 mm² Querschnittsfläche stecken in axial im Entladungsrohr verschiebbaren Pyrexröhrchen. Die von ihnen aufgefangenen Signale der Kompressionswelle werden elektronisch integriert und mittels Polaroidkamera am Oszillographenschirm photographiert. Infolge der starken Dissipation der Welle liegen die integrierten Signale in der Grössenordnung von etwa 10 mV, sodass sich das Signal des axialen Magnetfeldes bemerkbar machen kann.

3. Diagnostik: Methoden und Resultate

Zur Diagnostik der Entladungen wurden fast ausschliesslich optische Methoden herangezogen. Drehspiegelkameraaufnahmen geben Auskunft über die Stabilität des Plasmas während der Heizphase und im unmittelbar folgenden Nachleuchten. Neben dem Entscheid darüber, welche Kombination der Parameter: Heizstrom, Gasdruck und Magnetfeld, das Auftreten der «Kink»-Instabilitäten vermeidet, erlaubte die Auswertung der Aufnahmen in Verbindung mit dem bekannten Stabilitätskriterium von Rosenbluth auch Abschätzungen über die Grösse des magnetischen Flusses im Plasma während der Kontraktion [9].

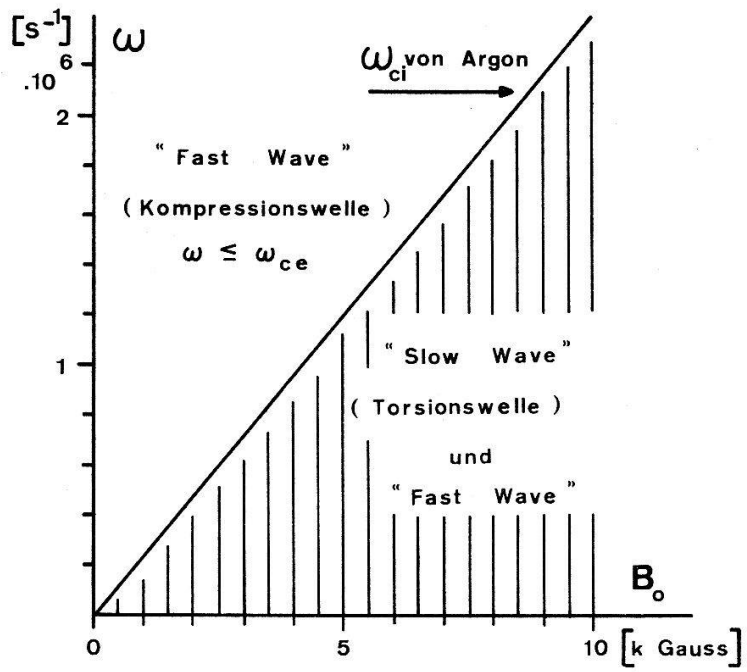
Eine weitere wichtige Information lieferte die Messung der Elektronendichte mit Hilfe eines kontinuierlich arbeitenden Gaslasers [10]. Sie bezieht sich auf das Verhalten des Plasmas bei Entladungen zwischen Ringelektroden (Ausfliessen), auf die radiale Verteilung der Elektronendichte während der ganzen Lebensdauer des Plasmas und auf den Aufbau, bzw. Zerfall der Elektronendichte. Umfangreiche Untersuchungen bei Variation der wichtigen Parameter ergaben, dass während der Heizphase hohe Elektronenkonzentrationen durch Mehrfach-Ionisation entstehen und zu einem gegen



Figur 3

Elektronendichte im Argonplasma.

den Rand des Entladungsgefässes hin rasch abfallenden Elektronendichteprofil Anlass geben. Diese mehrfach geladenen Ionen rekombinieren jedoch rasch, und nach der Thermalisierung zerfällt das Plasma im wesentlichen völlig unabhängig davon, welche maximale Elektronendichte während des Stromflusses erreicht worden war. Eine Ausnahme bilden lediglich Entladungen mit niedrigem Heizstrom, die überhaupt nicht zur Vollionisation geführt haben (Fig. 3). Profilmessungen beweisen auch, dass während des sogenannten Nachleuchtens das gesamte Entladungsrohr nahezu homogen mit Plasma ausgefüllt ist, unbeeinflusst von der Elektronenkonzentration und ihrer Verteilung während der Stromphase. Die in [10] beschriebenen Untersuchungen über den Zerfall eines dichten Argonplasmas wurden erweitert und insbesondere der Einfluss des Magnetfeldes und der Randzonen miteinbezogen. Die Resultate zeigen deutlich die Existenz verschiedener Zerfallsmechanismen im frühen und im spätern Nachleuchten.



Figur 4

Existenzbereich der hydromagnetischen Wellen.

Als Ergänzung zu dieser Diagnostikmethode, welche über die Länge des Entladungsrohres integrierte Werte liefert, ist besonders die spektroskopische Kontrolle der Linienemission verschiedener Ionisationsstufen geeignet. Radiale und axiale Beobachtung einiger Linien der Familien AI bis AIV bestätigen die Resultate der Lasermethode. Die Intensitätsverteilung der Ionenlinien über den Radius der Entladung und ihre zeitliche Entwicklung wurde mittels eines 0,5 m-Monochromators registriert. Eine Temperaturbestimmung nach der Intensitätsvergleichsmethode an verschiedenen Stellen des Entladungsgefässes ergab Übereinstimmung mit früheren Messungen unter ähnlichen Bedingungen [2] innerhalb der Messfehler. Hier wurden die relativen Intensitäten der Linien AII 4348 Å, AII 4379 Å und AII 4589 Å bei seitlicher Beobachtung benützt.

4. Die nichtlineare Resonanz

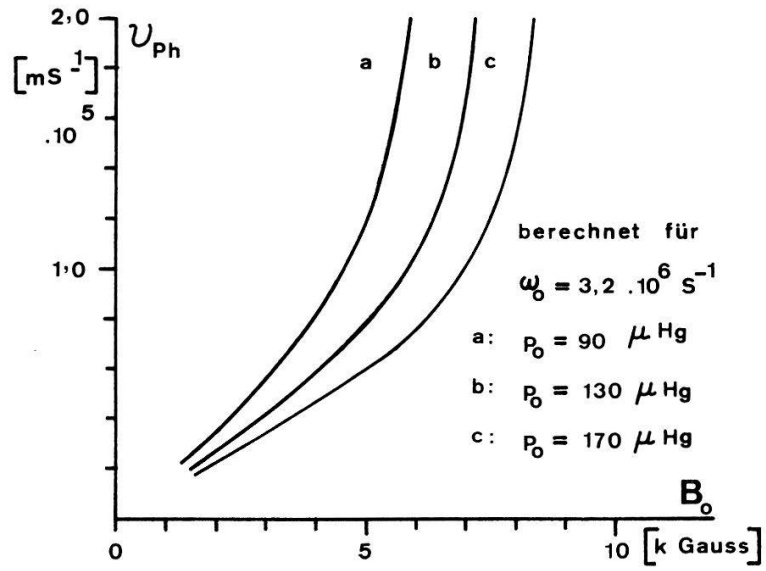
a) *Die Dispersion der Welle*

Die Anregung durch einen mit der Kreisfrequenz ω_0 oszillierenden Strom in azimutaler Richtung erzeugt eine Kompressionswelle im Plasmazylinder, die sich sowohl in Richtung des B_0-Feldes als auch senkrecht dazu fortpflanzt. Dieser Wellentyp wird oft als «Fast Wave» bezeichnet. Die Randbedingungen für den Plasmazylinder bestimmen die radiale Wellenzahl k_r, die axiale Wellenzahl k_z ist durch die Dispersionsbeziehung [7] gegeben. Für vollionisiertes Plasma und ohne Dämpfung gilt:

$$k_z^2 = \frac{\omega_0^2}{v_{ph}^2} \frac{1}{1-\Omega^2} \left(k_A^2 \mp 1/2 \left[k_r^4 (1-\Omega^2)^2 + 4\, k_A^4\, \Omega^2\right]^{1/2}\right) - 1/2\, k_r^2 \tag{1}$$

mit den Abkürzungen $\Omega = \omega_0/\omega_{ci}$ und $k_A = \omega_0/v_A$; ω_{ci} ist die Zyklotronfrequenz der Ionen und $v_A = B_0/\sqrt{\mu\, \varrho_i}$ die sog. «Alfvéngeschwindigkeit».

Aus der Dispersionsbeziehung geht ferner hervor, dass die Phasengeschwindigkeit $v_{ph} \to \infty$ für $\omega_0 \to k_r\, v_A$. Dieser Cutoff der Welle wird durch das Experiment auch bei nichtlinearer Anregung bestätigt. (Siehe Figur 5, berechnet für die gegebene Geometrie, Figur 6 und Figur 7 gemessene Werte.) Das positive Vorzeichen der Wurzel in Gl. (1) beschreibt die Dispersion der nur für $\omega_0 \leqslant \omega_{ci}$ existierenden sog. «Slow Wave» (Fig. 4).



Figur 5

«Cutt-off» der zylindrischen Kompressionswelle.

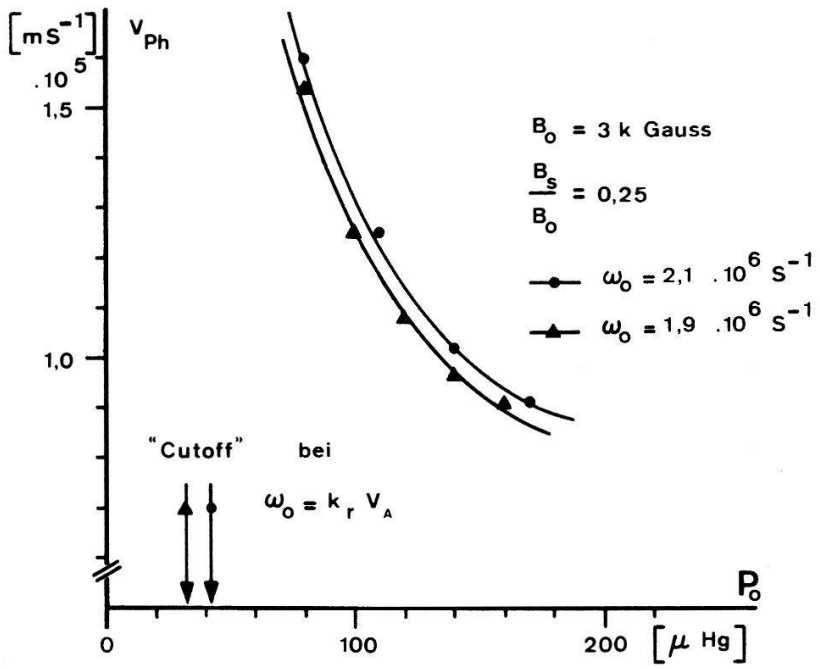
b) *Die Lösung der nichtlinearen Wellengleichung*

Die von Woods [8] aufgestellte nichtlineare Differentialgleichung setzt ein vollionisiertes und homogenes Plasma voraus. Auch die im Experiment gewählten Plasmaparameter erlauben die Vernachlässigung des Verschiebungsstromes, sowie des Gasdruckes und der Zähigkeit. Eine leitende Berandung legt die Randbedingungen eindeutig fest. Hingegen ist die Amplitude der aufgezwungenen Störung so gross, dass die damit verbundenen Dichteschwankungen und die Bewegung des Plasmas eine

wichtige Rolle spielen. Die Lösung der nichtlinearen Gleichung hat z.B. für das gestörte magnetische Feld die Form eines Vektors, dessen Komponente in axialer Richtung lautet:

$$B_z = B_s \frac{\omega_{ci}\, k_r\, (k_z^2 - k_A^2)}{\omega_0\, k_z\, (k_z^2 + k_r^2)}\, J_0(k_r\, r)\, \sin(k_z\, z - \omega_0\, t)\, e^{-\varepsilon z}$$
$$+ \frac{B_s^2}{B_0} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\omega_{ci}\, k_r\, (k_z^2 - k_A^2)}{\omega_0\, k_z\, (k_z^2 + k_r^2)}\, \frac{f_s}{p_s} \cos(2\, k_z\, z - 2\, \omega_0\, t - \phi_s)\, e^{-2\varepsilon z} \tag{2}$$

ε ist die Dämpfungskonstante und B_s die Stärke der magnetischen Störung bei $z = 0$, während die Besselfunktion J_0 die radiale Verteilung des Wellenfeldes angibt. Die Phase ϕ hängt ausser von k_r, k_z, k_A, ω_0/ω_{ci} und ε auch noch von den Grössen $2\,\omega_0$ und $2\,k_z$ ab. f_s ist die Abkürzung für eine Funktion von k_r, k_z und k_A, die noch Faktoren aus der Reihenentwicklung der nichtlinearen Terme enthält.



Figur 6

Gemessene Phasengeschwindigkeiten.

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite von Gl. (2) stellt die Lösung des linearen Problems dar. Die im zweiten Term erscheinenden höheren Harmonischen treten nur bei Anregung mit grosser Amplitude auf und geben Anlass zu neuen Effekten. Das Interesse richtet sich nun vor allem auf die Funktion p_s, die unter bestimmten Bedingungen zu einem Minimum gemacht werden kann. Ihre Definition:

$$p_s^2 = I_s^2(2\,\omega_0,\, 2\,k_z,\, k_{rs}) + E_s^2(2\,\omega_0,\, 2\,k_z,\, k_{rs},\, \varepsilon) \tag{3}$$

zeigt, dass die Dispersionsbeziehung der die Grundwelle begleitenden höheren Harmonischen aus einem dämpfungsunabhängigen Term I_s und einem die Dämpfung enthaltenden Ausdruck besteht. Fasst man alle in Betracht kommenden physikalischen

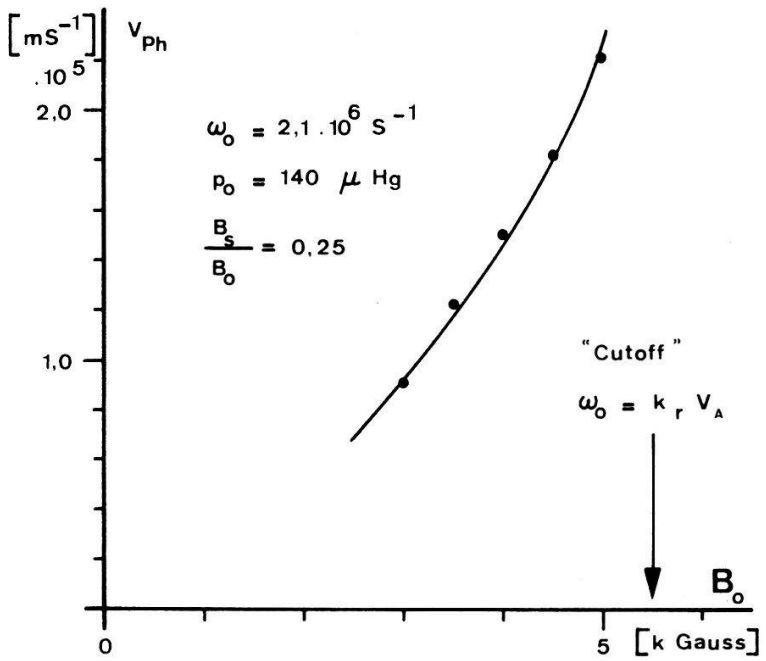
Parameter mit dem Symbol X zusammen, so ist die Ausbreitung einer hydromagnetischen Kompressionswelle in einem unendlich langen zylindrischen Plasma durch die Dispersionsgleichung 1 beschrieben. Diese Gleichung werde in der Form $I(\omega_0, k_z, X) = 0$ geschrieben. Sie ist erfüllt für alle X, welche der Bedingung $k_r v_A < \omega_0 < \omega_{ce}$ genügen. Die untere Grenze bedeutet einen von der Geometrie des Plasmas abhängigen Cutoff der Welle, bei der oberen Grenze wird sie vollständig absorbiert. Wird nun die im vorhergehenden Kapitel beschriebene höhere Harmonische angeregt, so breitet sie sich mit der Grundwelle im Plasma aus und bewirkt eine Signalverzerrung. Falls jedoch eine Parameterkombination X_0 derart gefunden werden kann, dass für die Oberwelle die entsprechende Bedingung $I_s(2\,\omega_0, 2\,k_z, X_0) = 0$ erfüllt ist, so überwiegt der nichtlineare Anteil von Gl. (2). Ohne Dämpfung könnte also in diesem Falle die Amplitude B_z über alle Schranken wachsen. Bei hinreichend kleiner Dämpfung bleibt die Resonanzerscheinung bestehen. Bei vorgegebener Geometrie müssen die Plasmaparameter gleichzeitig mit Gl. (1) auch noch die Gleichung (4):

$$I_s = [(2\,k_z^2) - (2\,k_A^2)]\,[(2\,k_z)^2 - (2\,k_A)^2 + k_{rs}^2] - (2\,\omega_0/\omega_{ci})^2\,(2\,k_z)^2\,[(2\,k_z)^2 + k_{rs}^2] = 0 \qquad (4)$$

befriedigen.

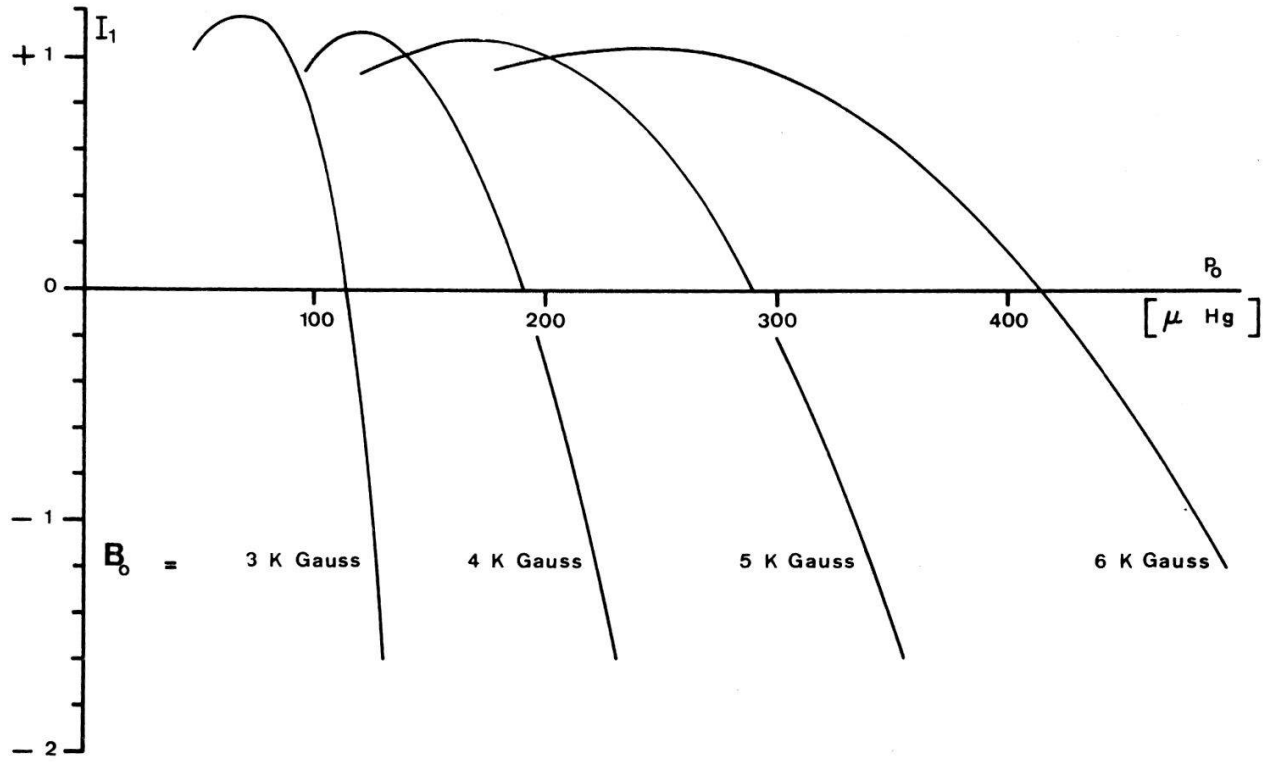
Obwohl die dissipativen Effekte im Plasma sehr stark in Erscheinung treten, konnte doch der Einfluss der höheren Harmonischen eindeutig nachgewiesen werden. Figur 8 zeigt die gerechneten Werte der Funktion $I_1(2\,\omega_0, 2\,k_z, k_{r1})$ für die Geometrie des Entladungsrohres [7]. Den Nullstellen entsprechen Resonanzen der betrachteten Kompressionswellen, die Lage dieser Resonanzen bei Variation der Parameter p_0, B_0 und ω_0 ist aus Figur 9 und Figur 10 zu ersehen.

Experimentell gelingt der Nachweis dieser Resonanzen, indem die Amplitude A des B_z-Feldes auf der Achse des Entladungsrohres ($z = 20$ cm) gemessen wird.



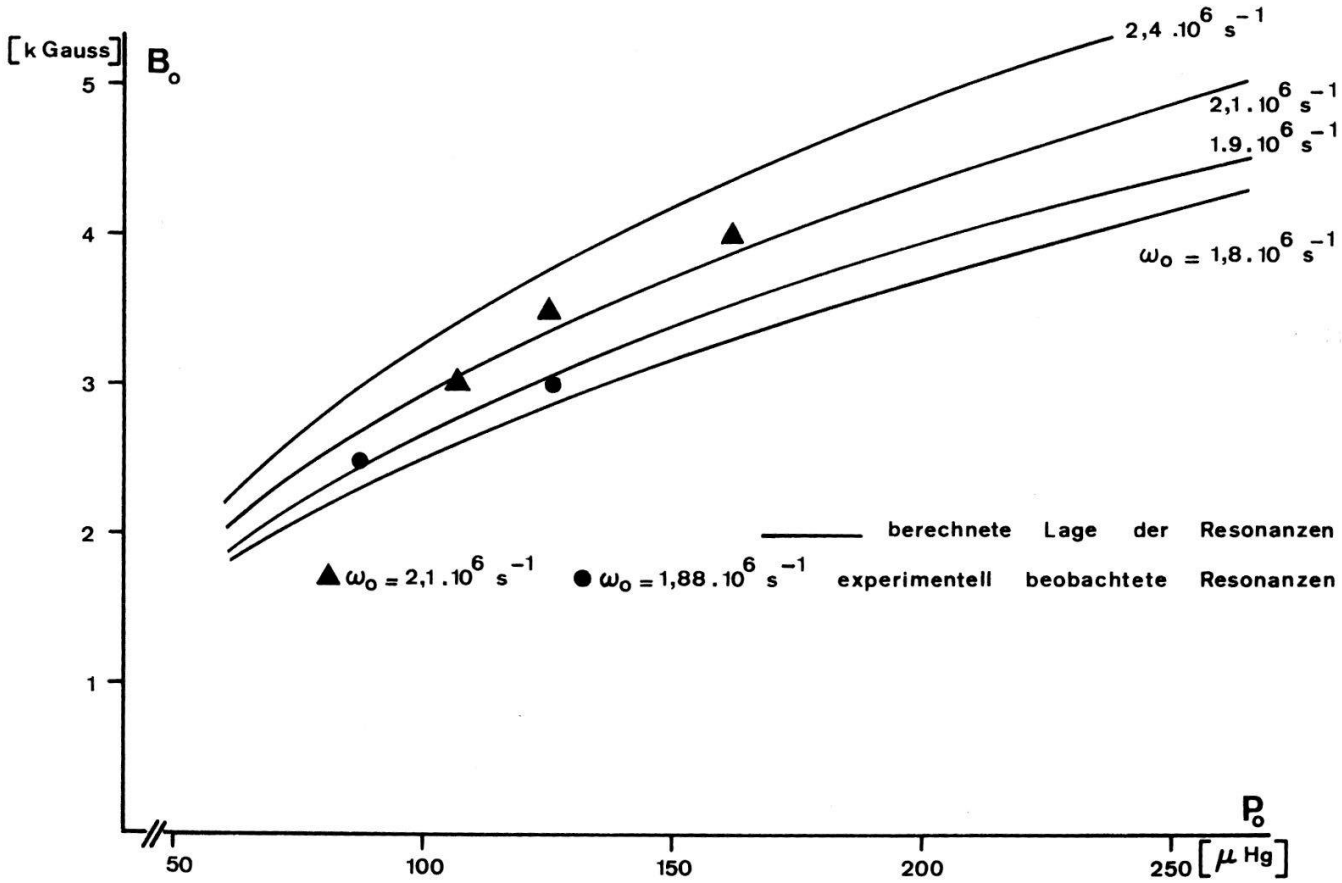
Figur 7

Gemessene Phasengeschwindigkeiten.



Figur 8

Berechnete Werte der Funktion I_1 $(2\,\omega,\ 2\,k,\ k\,r_1)$.

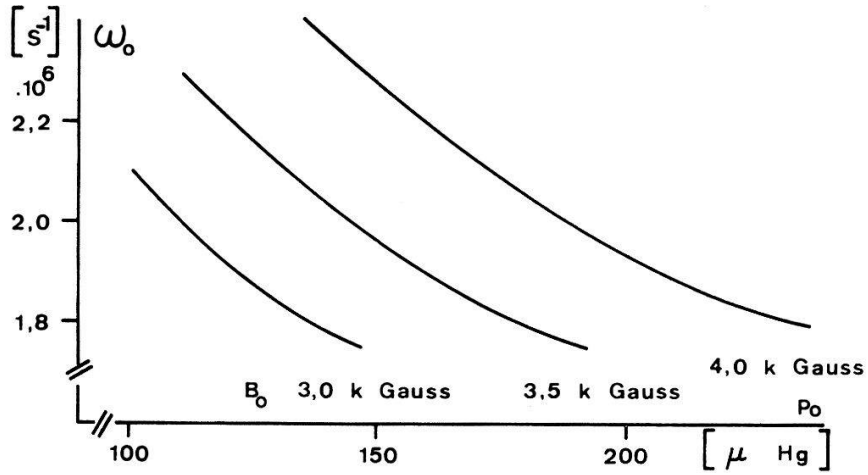


Figur 9

Nichtlineare Resonanzen.

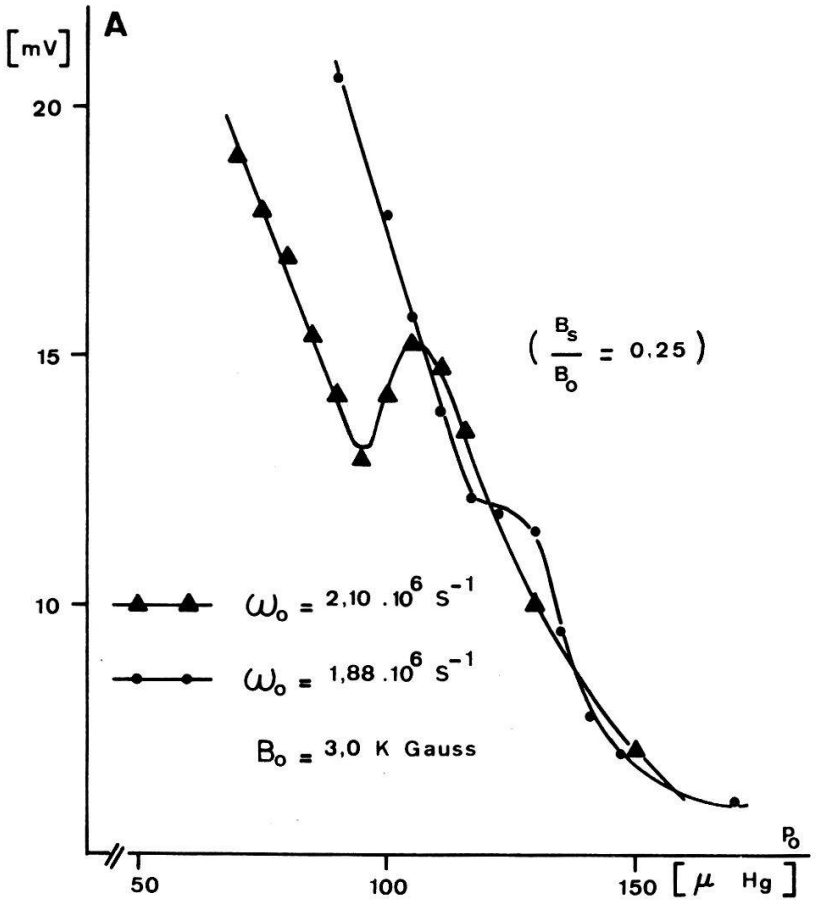
Magnetfeld und Frequenz sind dabei Parameter, während der Fülldruck des Gases in Schritten von etwa 5 μ Hg variiert.

Es zeigt sich nun, dass die Resonanzerscheinung nur für einen relativ kleinen Bereich der Parameter auflösbar ist. Die maximale Senderfrequenz $\omega_0 = 2{,}1 \cdot 10^6\,\mathrm{sec}^{-1}$



Figur 10

Nullstellen der Funktion $I_1\,(2\,\omega,\ 2\,k,\ k\,r_1)$.

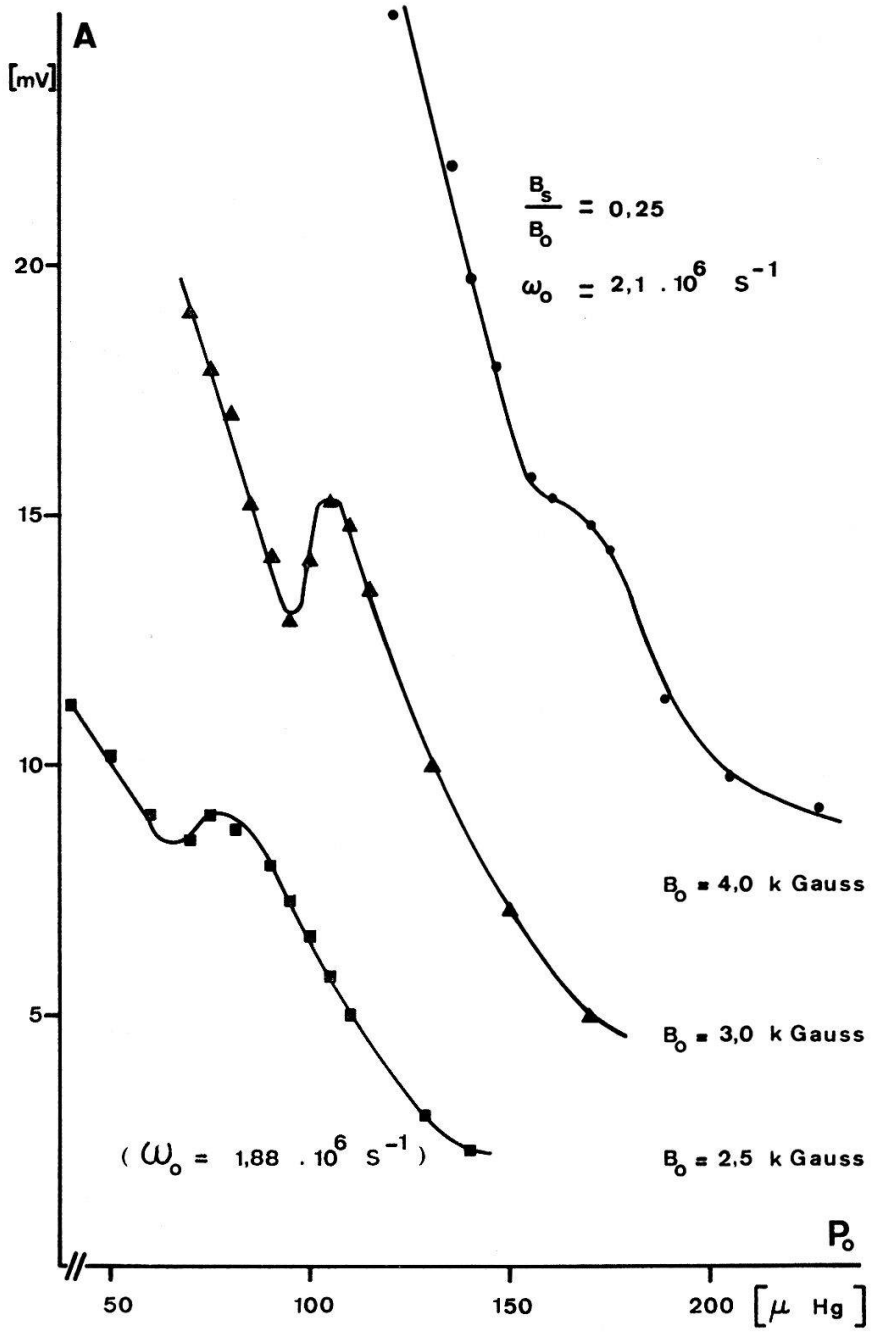


Figur 11

Verschiebung der Resonanzstelle mit der Frequenz.

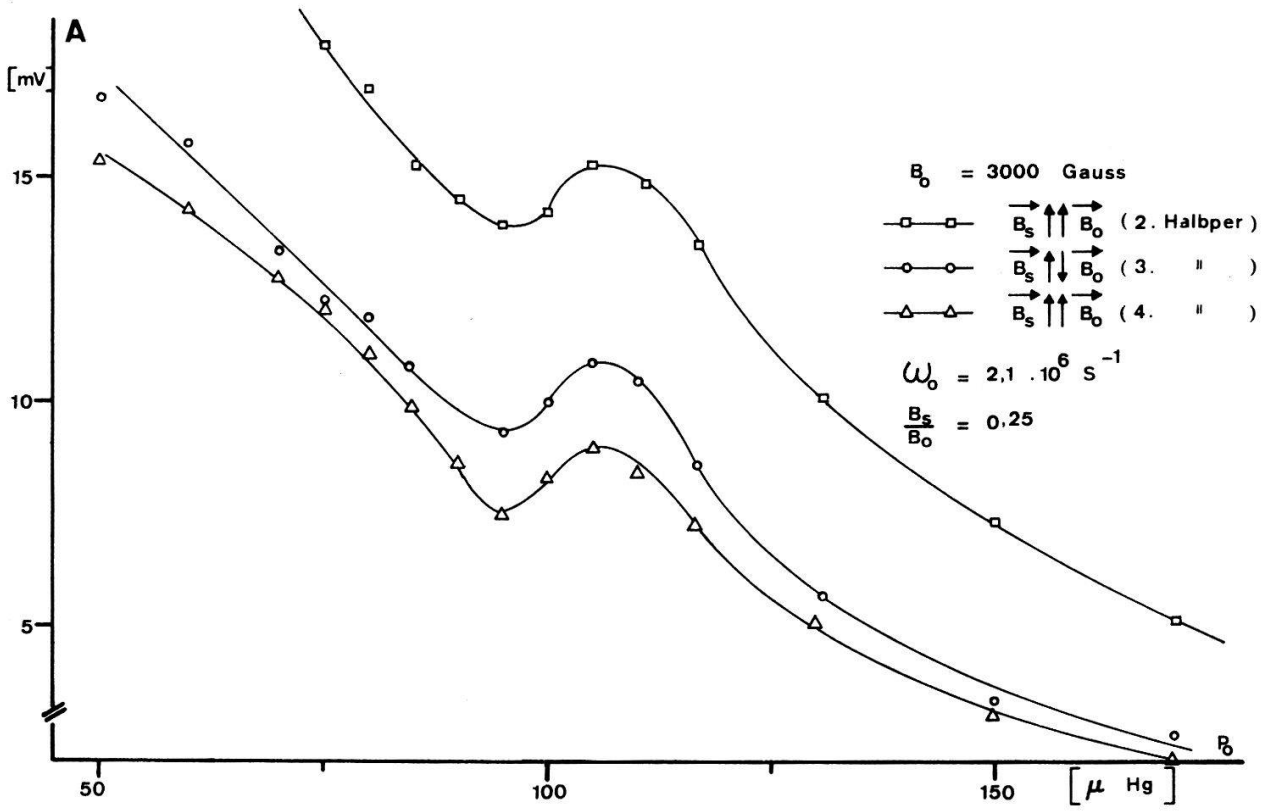
darf kaum wesentlich unterschritten werden, da sich die Lage der Resonanz bei kleinerer Frequenz in Richtung höherer Dichten verschiebt. Infolge der raschen Abnahme der Signalhöhe bei wachsender Plasmadichte aber ist die Resonanzüberhöhung dann nicht mehr feststellbar (Fig. 11).

Innerhalb des nach unten durch Stabilitätskriterien für die Entladung begrenzten Intervalles $B_0 = 2{,}5$ bis 4 kGauss entspricht die Lage der gemessenen Resonanzen gut den errechneten Nullstellen von I_1 (siehe Fig. 9). Die Beschränkung der Rechnung auf den einzigen Wert k_{r1} für die radiale Wellenzahl erscheint dadurch gerechtfertigt. Bei Magnetfeldern über 4 kGauss war in der gegebenen Anordnung keine Resonanzerscheinung mehr mit Sicherheit festzustellen (Fig. 12).



Figur 12

Nichtlineare Resonanz bei Variation des Magnetfeldes.



Figur 13

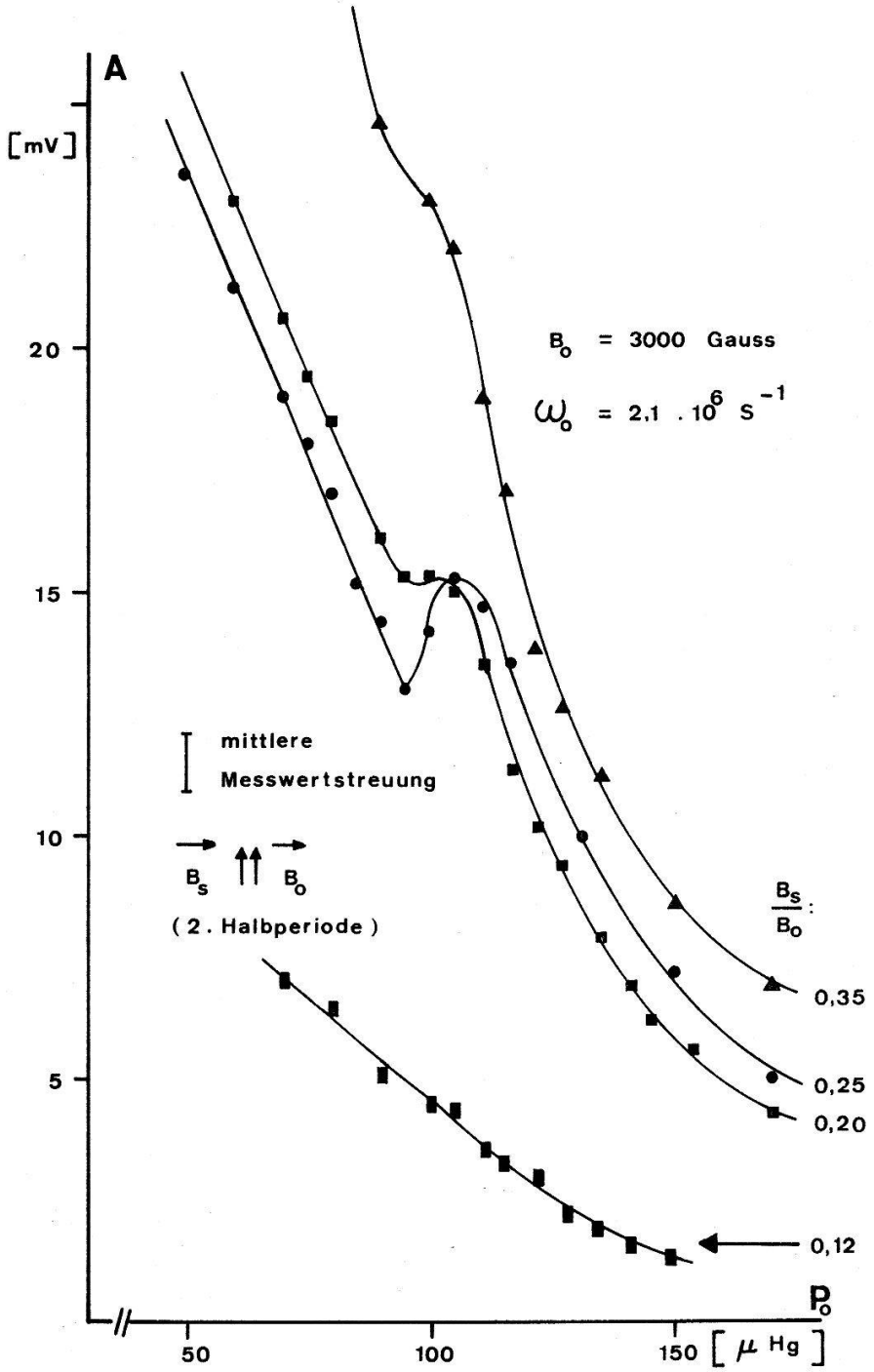
Nichtlineare Resonanz, an verschiedenen Signalamplituden gemessen.

Alle Resonanzkurven beziehen sich auf die Amplitude der zweiten Halbwelle des Sendersignals. Hier ist das Anregerfeld parallel zum B_0-Feld. Die erste Halbwelle wurde wegen einer kleinen Signalmodulation nicht ausgewertet, spätere Amplituden sind oftmals zu klein, um eine hinreichend genaue Auswertung zu erlauben. In Figur 13 sind jedoch die Resonanzüberhöhungen für drei Halbperioden desselben Signales dargestellt. Eine Umpolung des quasistationären Magnetfeldes ergab keine deutliche systematische Abweichung, jedoch erscheinen die interessierenden nichtlinearen Effekte weniger ausgeprägt. Dass es sich bei den beobachteten Resonanzen tatsächlich um den Einfluss der starken Anregung handelt, zeigt Figur 14. Bei kleinerer Anregung verschwindet die Resonanzüberhöhung.

5. Die Dämpfungslänge

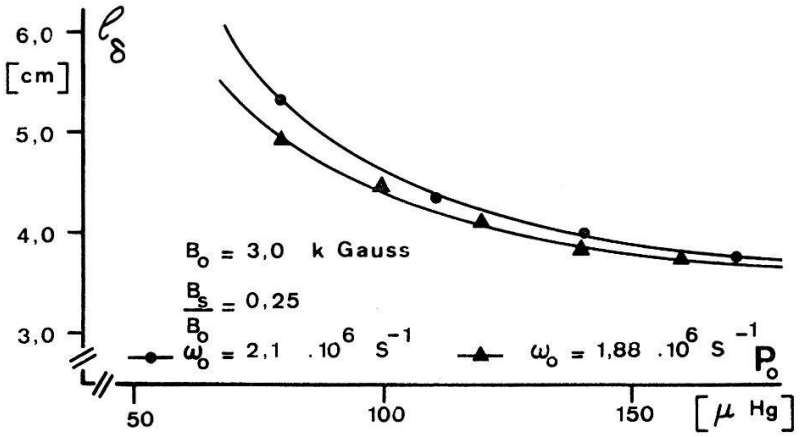
Der Wert der Dämpfungskonstanten ε ist entscheidend für die experimentelle Nachweisbarkeit der nichtlinearen Resonanzen. Man kann ihn leicht aus der Abnahme der Signalamplitude längs der Plasmaachse bestimmen. Einige Messungen sind in Figur 15 und Figur 16 dargestellt. Sie zeigen die Variation der Dämpfungslänge $l_\delta = 1/\varepsilon$ bei veränderlichem Gasdruck (entsprechend der Massendichte ϱ) und in Abhängigkeit vom axialen Magnetfeld B_0. Von besonderem Interesse ist auch der Einfluss des Ionisationsgrades, der entweder durch Variation des Heizstromes oder durch Anregen der Welle in verschiedenen Stadien des Plasmazerfalles veränderlich ist. Als Grundlage dienen die Elektronendichtemessungen mit Laserinterferometrie.

Die Dämpfungskonstante wird kleiner sowohl mit abnehmendem Fülldruck P_0 als auch mit abnehmendem Ionisationsgrad des Plasmas, sofern der Fülldruck beibehalten wird. Vergleichen wir die Dämpfungslänge (Fig. 15) mit der Phasengeschwindigkeit (Fig. 6) als Funktion der Teilchendichte, so erkennen wir das typische Verhalten der hydromagnetischen Wellen: wachsendes l_δ und v_{ph} bei abnehmender Dichte der Ionen (Fig. 17 und Fig. 18).



Figur 14

Ausbildung einer Resonanzüberhöhung mit wachsendem Anregungsverhältnis.



Figur 15

Experimentell bestimmte Dämpfungslänge in Abhängigkeit vom Gasdruck.

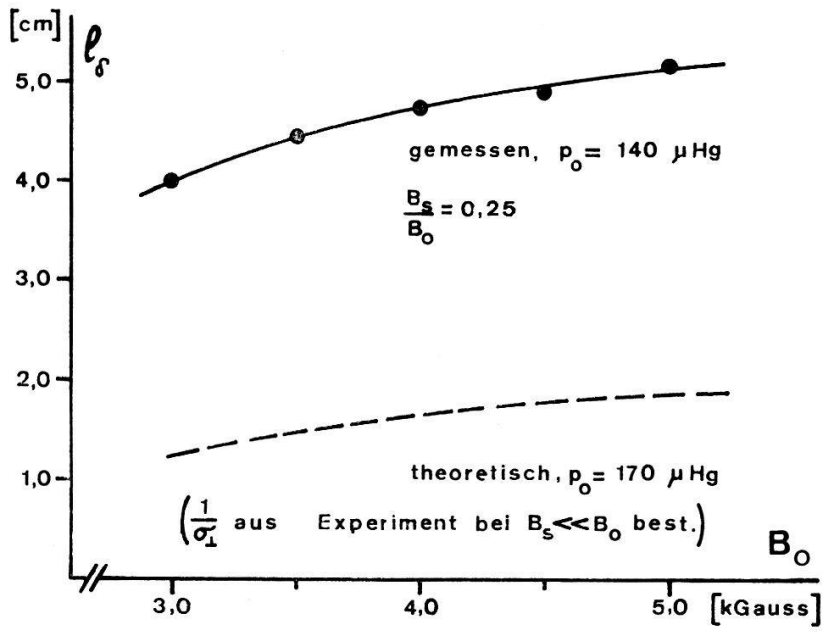
WOODS [7] gibt eine Gleichung an, welche die Dämpfung und die Phasengeschwindigkeit der Welle mit dem spezifischen Widerstand $1/\sigma_\perp$ des Plasmas verknüpft:

$$\varepsilon = \frac{k_A^2}{2\,k_z\,(s_1^2-\Omega^2)^2}\,(s_1^2+\Omega^2)\,(s_2+\delta_\perp\,k_A^2) + 1/2\,(s_1^2-\Omega^2)\,s_1\,k_r^2\,\delta_\parallel$$
$$- \frac{8\,s_1\,k_A^2\,\Omega^2\,(s_2+\delta k_A^2)+(s_1^2-\Omega^2)\,k_r^2\,\delta_\parallel\,(s_1^2-\Omega^2)\,k_r^2\,s_1+2\,\Omega^2\,k_A^2}{2\,(k_r^4\,(s_1^2-\Omega^2)+4\,k_A^4\,\Omega^2)^{1/2}} \tag{5}$$

mit folgenden Abkürzungen:

$$\delta = 1/\sigma\,\mu\,\omega_0\,,\; s_1 = \frac{(\omega_{in}/\omega_0)^2\,S+(1-S)^2}{(\omega_{in}/\omega_0)^2+(1-S)^2}\,,\; s_2 = -\frac{(\omega_{in}/\omega_0)^2\,(1-S)^2}{(\omega_{in}/\omega_0)^2+(1-S)^2}\,.$$

Der Ionisationsgrad S is definiert durch $S = \varrho_i/\varrho_i + \varrho_n$. Dabei sind ϱ_i und ϱ_n die Massendichten der vorhandenen Ionen, bzw. Neutralteilchen. ω_{in} bedeutet die Kollisionsfrequenz der neutralen Atome mit den Ionen.

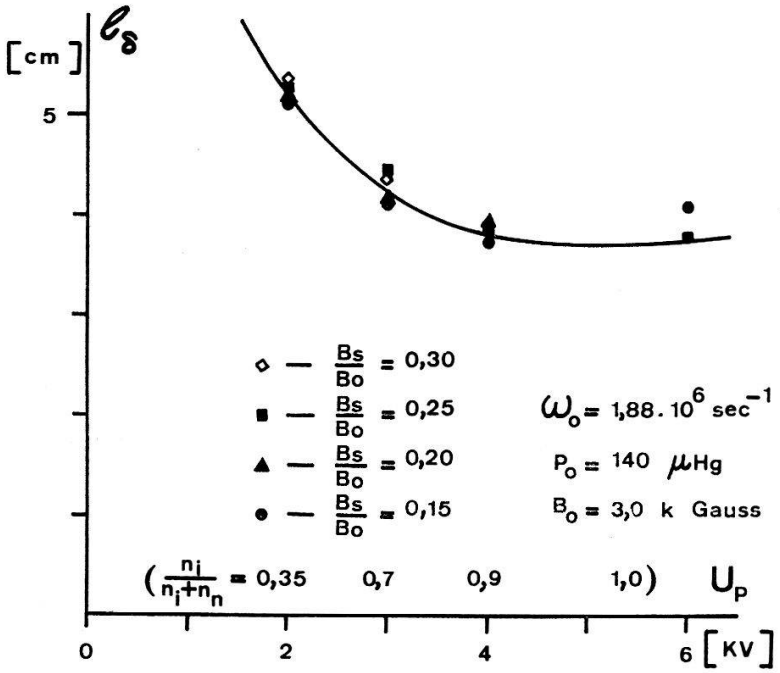


Figur 16

Dämpfungslänge bei nichtlinearer Anregung.

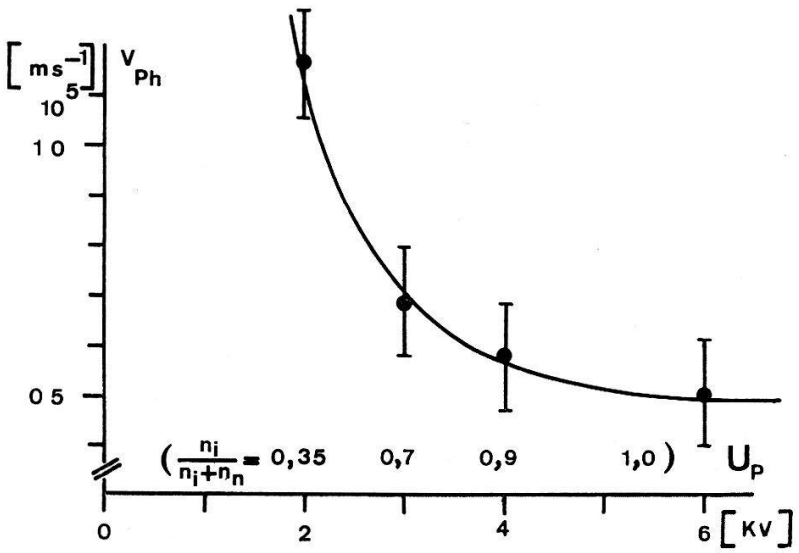
Die Gleichung (5) ist der linearen Theorie entnommen, in der betrachteten Approximation hingegen auch für nichtlineare Anregung anwendbar. In diesem Falle ist jedoch zu beachten, dass das dispersive Medium selbst durch die Welle verändert wird. Da man aber innerhalb des untersuchten Anregungsbereiches von $B_s/B_0 = 0{,}15$ bis 0,30 keine systematische Änderung der Dämpfung mehr feststellen konnte, verwenden wir diese Gleichung, um aus den gemessenen Phasengeschwindigkeiten und Dämpfungskonstanten den spezifischen Widerstand des gestörten Plasmas zu berechnen.

Infolge der Aufheizung ergibt sich nun ein kleinerer Widerstand, als die gemessene Temperatur des Plasmas erwarten lässt. Dieser Einfluss der starken Anregung wird



Figur 17

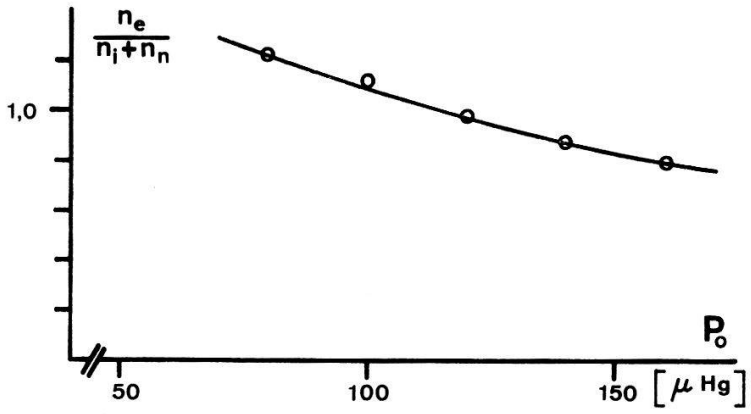
Experimentell bestimmte Dämpfungslänge in Abhängigkeit von der Ladespannung.



Figur 18

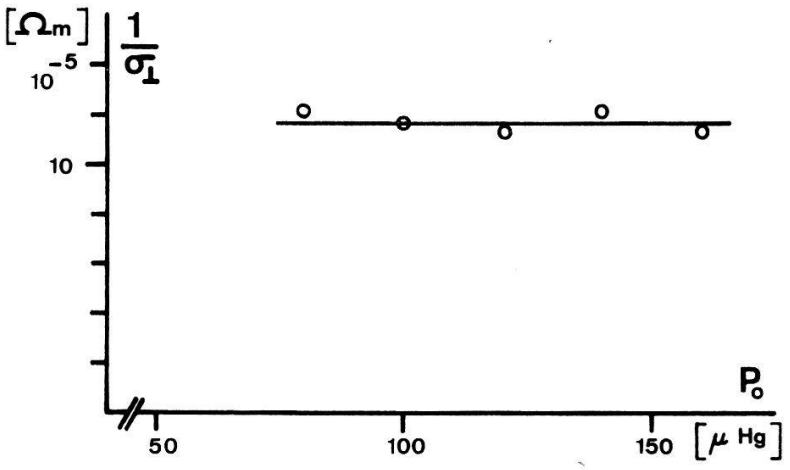
Gemessene Phasengeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Ladespannung.

bestätigt durch eine Messung mit dem Anregungsverhältnis von $B_s/B_0 = 0{,}02$, wobei dann für die gleiche Frequenz wesentlich kleinere Dämpfungslängen resultieren (Fig. 16). Die in Figur 20 gezeigten Resultate setzen voraus, dass die für grosse Magnetfelder abgeleitete Beziehung $\sigma_\perp = 1/2\ \sigma_\parallel$ gültig ist. Für die radiale Wellenzahl wurde durchwegs der Wert der ersten Wurzel der Randbedingungsgleichung [8] eingesetzt. Er beträgt $k_{r1} = 3{,}83/r_0$, wobei für r_0 der Radius der leitenden Abschirmung um das Entladungsrohr einzusetzen ist. Der bei diesen Messungen veränderte Ionisationsgrad wurde den Messungen mit Laserinterferometrie entnommen und entsprechend in Rechnung gesetzt. (Fig. 19, n_e, n_i und n_n sind die Teilchendichten der Elektronen, Ionen und neutralen Atome.) Bei Mehrfachionisation ist Gl. (5) natürlich nicht mehr anwendbar.



Figur 19

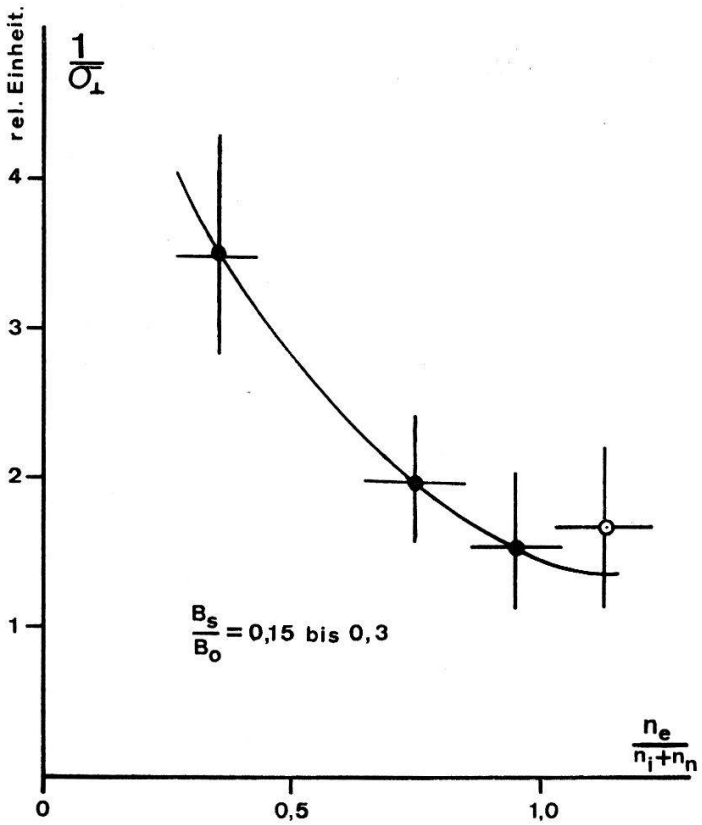
Verhältnis der Teilchendichten ($t_z = 70\ \mu$s).



Figur 20

Aus Dämpfung und Phasengeschwindigkeit bestimmter spez. Widerstand des Plasmas in Funktion des Druckes.

Aus den Daten von Figur 17 und Figur 18 wurde der spezifische Widerstand eines teilionisierten Plasmas berechnet, bei welchem die Gesamtteilchendichte konstant ist (Fig. 21). Zur Abschätzung der Kollisionsfrequenz der Neutralen mit den Ionen dient der in [2] diskutierte Stossquerschnitt $Q_{in} = 1{,}0 \cdot 10^{-14}$ cm².



Figur 21

Aus Dämpfung und Phasengeschwindigkeit bestimmter spez. Widerstands eines Argonplasmas bei Teilionisation.

6. Schlussfolgerungen

Die Experimente zeigen, dass die hydromagnetische Kompressionswelle auch mit endlicher Amplitude existiert, zumindest in dem Bereich $B_s/B_0 = 0{,}12$ bis 0,35. An nichtlinearen Effekten wird die Resonanz auf Grund der Harmonischen von der Theorie vorausgesagt und vom Experiment bestätigt. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist hier sehr gut. Figur 9 zeigt diese Übereinstimmung ohne jegliche Anpassung.

Anders verhält es sich mit der Dämpfungslänge. Das Experiment zeigt zwar, dass diese von dem Anregungsverhältnis im betrachteten Bereich unabhängig ist, jedoch ist sie deutlich grösser als von der Theorie gefordert. Kleinere Dämpfung bedeutet aber kleinerer elektrischer Widerstand des Plasmas und damit höhere Temperatur. Die optische Diagnostik ergab eine Plasmatemperatur von 1,5 eV in Übereinstimmung mit vergleichbaren Experimenten. Die Propagation der Welle mit sehr kleiner Amplitude ($B_s/B_0 = 0{,}02$) ergab einen spezifischen Widerstand von $40{,}8 \cdot 10^{-5}\,\Omega$m, ebenfalls in Übereinstimmung mit [4]. Dieser Wert ist konsistent mit der gemessenen Temperatur, wie man mit Hilfe der Leitwertgleichung von Spitzer feststellen kann. Verwenden wir diesen Leitwert, so erhalten wir keine Übereinstimmung mehr mit der Theorie (Fig. 16). Die Dämpfungslänge bei endlicher Amplitude ist deutlich grösser. Daraus ist zu folgern, dass ein Teil der Anregungsenergie die Temperatur des Plasmas vergrössert. Dabei ist ein Sättigungseffekt zu beobachten, denn zwischen $B_s/B_0 = 0.15$ und $B_s/B_0 = 0{,}30$ ändert sich die Dämpfungslänge nicht mehr.

Setzt man voraus, dass auch in diesem Falle mit einer einheitlichen Plasmatemperatur gerechnet werden kann, so erhalten wir aus der gemessenen Dämpfungslänge mit Hilfe der Gl. (5) einen Widerstand von $12 \cdot 10^{-5}\,\Omega$m. Dies entspricht dann einer Aufheizung des Plasmas auf 3,4 eV.

Herrn Prof. Dr. O. HUBER danken wir für sein stetes Interesse und Herrn Dr. J. VACLAVIC für viele nützliche Diskussionen.

Literatur

[1] T. K. ALLEN, W. R. BAKER, R. V. PYLE and J. M. WILCOX, Phys. Rev. Lett. *2*, 383 (1959).
[2] E. CANTIENI und H. SCHNEIDER, Helv. phys. Acta *36*, 993 (1963).
[3] R. C. CROSS and C. N. WATSON-MUNRO, Phys. Fluids *11*, 3 (1968).
[4] D. F. JEPHCOTT and A. MALEIN, Proc. Roy. Soc. [A] *278*, A 278, 243 (1964).
[5] A. MALEIN, Nucl. Fus. *5*, 352 (1965).
[6] D. G. SWANSON, R. W. GOULD and R. H. HERTEL, Phys. Fluids *7*, 269 (1964).
[7] L. C. WOODS, J. Fluid Mech. *13*, 570 (1962).
[8] L. C. WOODS, Phys. Fluids *7*, 1987 (1964).
[9] D. W. ZICKERT, P. RÜDISÜHLI und H. SCHNEIDER, Helv. phys. Acta *39*, 177 (1966).
[10] D. W. ZICKERT und H. SCHNEIDER, 8th Int. Conf. Phen. of Ionized Gases, Vienna 1967, Contrib. Papers.