3) Was kostet der dreimalige Anstrich einer runden Stützsäule von 4 m Höhe und 1,88 m Umfang à 1 Fr. 30 pro m^2?

4) Ein Milcheimer hat einen Durchmesser und eine Höhe (innerhalb gemessen) von 24 cm. Wieviel Liter hält er?

5) Das Wasserreservoir einer Gemeinde hat Cylinderform und ist 4 m breit und 4 m hoch. Wieviel Wasser hält es? In welcher Zeit wird es durch 4 Hydranten geleert, durch welche pro Minute je 125 Liter fliessen?

6) Ein Hydrantenschlauch hat eine Länge von 20 m und innen einen Durchmesser von 3 cm. Wieviel Wasser hält er? Wieviel Stoff hat man zu seiner Herstellung verwendet?

7) Was kosten folgende Baumstämme à 30 Fr. pro m^3:

a) Mittlerer Durchmesser = 42 cm, Länge = 4,8 m.
b) „ „ = 54 cm, „ = 5,4 „

Man berechnet den mittleren Querschnitt und multipliziert seine Masszahl mit der Länge.

8) Wieviel wiegt eine runde Quecksilbersäule von 1 cm Durchmesser und 76 cm Höhe, wenn das spezifische Gewicht des Quecksilbers 13,6 beträgt?

9) Wieviel wiegt eine Maschinenwelle von 4,5 m Länge und 6 cm Dicke, wenn ihr spezifisches Gewicht 7,4 beträgt?

10) Wieviel wiegt ein aufgerollter Kupferdraht von 3 mm Dicke und 1000 m Länge, wenn das spezifische Gewicht des Kupferdrahts 8,8 beträgt?

F. Der Winkelbegriff.

I. Beschreibung und Messung des Winkels.

1) Bei der Beschreibung des Balkens haben wir den Begriff „Rechter Winkel“ erklärt und gesehen, dass je 2 zusammenstossende Flächen und 2 zusammenstossende Kanten einen rechten Winkel bilden.

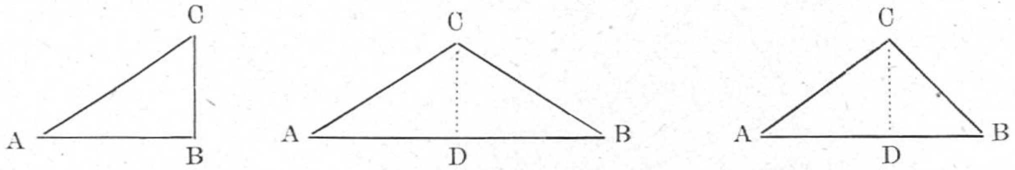
Die verschiedenen Neigungen von Dachflächen.

Beim Estrichraum hatten die Flächen und Kanten eine andere gegenseitige Lage. Bei der Vergleichung verschiedener Dächer zeigte es sich, dass die Dachfläche des einen Daches nicht gleich geneigt ist wie die eines anderen. Bei welchen Dächern ist die Neigung gross, bei welchen klein? Kirchendächer sind meist sehr stark geneigt oder steil, Cementdächer weniger geneigt oder flach. Welche Vorteile bietet ein steiles Dach? Welche Nachteile?

2) *Das Merkmal der Neigung wollen wir nun schärfer ins Auge fassen.*

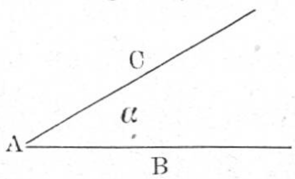
Die Neigung der Dachflächen erkennen wir schon an den Giebelflächen. Zeichne solche hier.

Fig. 22 a) Rechtwinkl. Giebel — b) Gleichsch. Giebel — c) Ungleichseitiger Giebel



Man sagt: die Dachfläche bildet mit dem Estrichboden einen Winkel, und ebenso: die Giebelkante A C bildet mit der Bodenkante A B bei A einen Winkel. Man nennt A den Scheitel, A B und A C die Schenkel dieses Winkels, und die zwischen den Schenkeln liegende Fläche die Winkelfläche. Die Schenkel denkt man sich nach der einen Seite unbegrenzt. Dieser Winkel wird durch 3 Buchstaben bezeichnet, von denen einer am Scheitel und zwei an den Schenkeln stehen. Man setzt den Buchstaben des Scheitels in die Mitte. Die Strahlen A B und A C (Fig. 22 d) bilden demnach den Winkel B A C oder C A B.

Fig. 22 d)



Es ist auch üblich, den Winkel mit einem kleinen (griechischen) Buchstaben zu bezeichnen, den man zwischen die Schenkel in die Nähe des Scheitels setzt. Bezeichnung des Winkels.

So redet man vom Winkel B A C oder vom Winkel α. Bezeichne und lies auch die übrigen Giebelwinkel.

3) *Das Messen der Winkel.*

a) Wir können schon mit Augenmass entscheiden, bei welchem von zwei Dächern die Dachfläche den grösseren Winkel bildet. *Nun möchten wir aber die verschiedenen Winkel genau vergleichen oder genau messen.*

b) Dazu benutzen wir den Transporteur. Beschreibt ihn. Der Transporteur. In wieviel Teile ist der Halbkreis eingeteilt? Diese Teilchen nennt man Bogengrade.

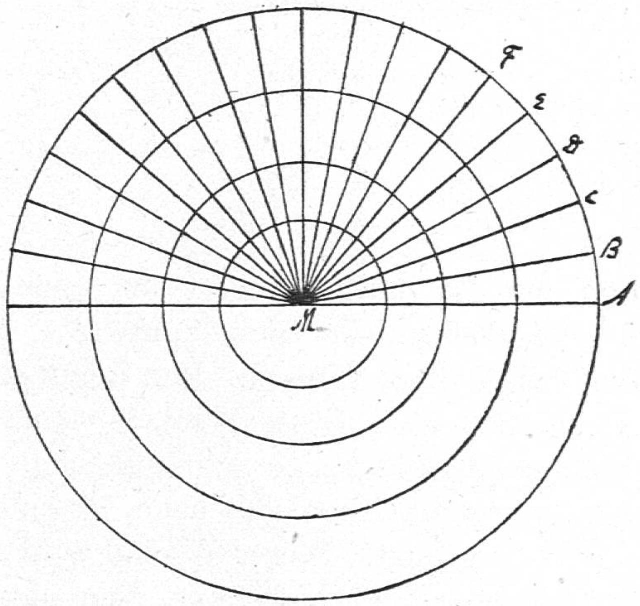
Wir wollen zuerst einen einfachen Gebrauch des Transporteurs kennen lernen.

c) *Vorübung.* Zeichne mehrere konzentrische Kreise, und teile sie mit Hülfe des Transporteurs in 36 gleiche Teile ein.

Einteilung konzentrischer Radien.

Durch die Radien, welche die 18 Teilpunkte des Transporteurs mit dem Mittelpunkt verbinden, werden alle Halbkreise in 18 gleiche Teile eingeteilt. Die Verlängerungen der Radien teilen auch die 2. Hälfte in 18 gleiche Teile ein.

Fig. 23.



Mache dieselbe Einteilung auch mit einem grösseren oder mit einem kleineren Transporteur. Wir bekommen dieselbe Einteilung. Auf die Grösse des Transporteurs kommt es also nicht an.

d) Wir wollen die gezeichnete Figur benutzen, um eine zweite Auffassung des Winkels, sowie seine Messung zu erklären.

Winkel gleich Richtungsunterschied.

Alle Kreispunkte auf dem Radius M A erscheinen, von M aus gesehen, in gleicher Richtung. Denken wir uns an die Stelle dieser Punkte Sterne, so würden die hinteren durch die vorderen verdeckt. Das Gleiche gilt von den Punkten auf den anderen Radien.

Die Punkte A und B erscheinen von M aus gesehen in verschiedener Richtung. Die zwei Radien M A und M B haben verschiedene Richtung oder haben einen Richtungsunterschied; sie bilden einen Winkel. Man sagt, der Richtungsunterschied von M A und M B oder der Winkel von M A und M B misst 10 Grade, weil diese zwei Radien 10 Bogengrade eines jeden der konzentrischen Kreise einschliessen. Gib die Gradzahl der Winkel B M C, C M D u. s. f., A M C, A M D u. s. f. an.

e) Wie werden wir nun die Gradzahl unseres Giebelwinkels B A C finden? Wir legen den Transporteur an den Schenkel A B an, so dass der Mittelpunkt auf den Scheitel A fällt, und lesen ab, wieviel Bogengrade zwischen den Schenkeln liegen. Hier sind es 33 Grade (33 ^{0}); darum sagt man, der Winkel messe 33 ^{0}.

Das Messen des Giebelwinkels.

Miss auch die übrigen Winkel der drei Giebelflächen.

Miss diese Winkel auch mit einem grösseren oder kleineren Transporteur, und prüfe, ob die Grösse des Transporteurs auf die Gradzahl Einfluss hat. Verlängere die Schenkel des Winkels, miss ihn dann wieder, und zeige, dass die Gradzahl nicht von der Länge der Schenkel abhängt.

Verallgemeinerung. Vergleiche die Entstehung, die Bezeichnung und die Messung der einzelnen Winkel, die betrachtet wurden. Dann ergibt sich folgendes:

Satz 30. a) Zwei Strahlen, die sich schneiden, bilden einen Winkel. Die beiden Strahlen heissen Schenkel des Winkels; ihr Schnittpunkt heisst Scheitel des Winkels. Die zwischen den Schenkeln liegende Fläche heisst Winkelfläche. Letztere, sowie die Schenkel denkt man sich unbegrenzt.

b) Ein Winkel wird durch drei Buchstaben bezeichnet, von denen einer am Scheitel und zwei an den Schenkeln stehen. Ein Winkel wird auch durch einen kleinen Buchstaben bezeichnet, den man zwischen die Schenkel in die Nähe des Scheitels setzt.

c) Um einen Winkel zu messen, legt man um seinen Scheitel als Mittelpunkt einen Kreis (Transporteur) und sieht nach, wieviel 360stel dieses Kreises (Bogengrade) zwischen den Schenkeln liegen. So erhält man die Gradzahl des Winkels.

d) Diese Gradzahl misst auch den Richtungsunterschied der beiden Schenkel.

Bemerkung: Bei genauen Messungen gibt man auch die Bruchteile des Grades an. Den 60. Teil eines Bogengrades nennt man eine Bogenminute (1′), den 60. Teil einer Bogenminute eine Bogensekunde (1″).

1 Grad = 60 Minuten = 3600 Sekunden: $1^0 = 60' = 3600''$.

Übungen.

1) Miss die Winkel der Grundfläche des sechsseitigen Brunnens, der besprochen worden ist.

2) Zeichne eine Strasse mit einer Neigung von 5°, 10°, 20°, 40°.

3) Die Sonnenstrahlen haben in Chur am 21. März und am 23. September mittags eine Neigung von ungefähr 43°, am 21. Juni eine solche von $66^1/_2$° und am 21. Dezember eine solche von $19^1/_2$°. Zeichne an der Wandtafel eine Wagerechte und den Sonnenstrahl für jeden der bezeichneten Tage.

4) Eine Rampe ist 3 m lang und 2 m hoch. Welche Neigung hat sie? (Zeichne das Dreieck.)

II. Die Einteilung der Winkel.

Wir wollen nachsehen, welche Winkel der Zeiger der Uhr zu verschiedenen Zeiten bildet.

Die Winkel der Uhrzeiger.

Richte die Zeiger auf 12 Uhr; dann fallen sie zusammen und bilden keinen Winkel oder einen sogenannten *Nullwinkel.*

Um 1 Uhr bilden sie einen Winkel von 30°, um 2 Uhr einen solchen von 60°, um 3 Uhr einen solchen von 90° oder einen rechten Winkel; dann stehen die Schenkel senkrecht zu einander und schneiden einen Viertelskreis heraus. Die beiden Winkel von 30° und von 60° heissen *spitze* Winkel. Sie sind kleiner als ein rechter Winkel. Um 4 Uhr ist der Winkel der Zeiger gleich 120°, um 5 Uhr 150°, um 6 Uhr 180°; dann haben die beiden Zeiger (oder die Schenkel des Winkels) gerade die entgegengesetzte Richtung; sie halbieren das Zifferblatt. Man sagt auch, sie bilden einen *gestreckten* Winkel. Die beiden Winkel von 120° und 150° heissen *stumpfe* Winkel; sie sind grösser als ein rechter, aber kleiner als ein gestreckter Winkel. Der Winkel der Zeiger misst um 7 Uhr 210°, um 8 Uhr 240° u. s. f., um 12 Uhr 360° oder 0°. Dieser Winkel von 360° heisst ein *voller* Winkel. Die Winkel von 210°, 240°, 270°, 300°, 330° heissen *erhabene* oder *convexe* Winkel; sie sind grösser als ein gestreckter Winkel. Die vorhin betrachteten spitzen und stumpfen Winkel tragen im Gegensatz hiezu den Namen *hohle oder concave* Winkel.

Verallgemeinerung. **Satz 31. a) Fallen zwei Strahlen zusammen, so bilden sie einen Nullwinkel; laufen sie nach entgegengesetzter Richtung, so bilden sie einen gestreckten Winkel. Schneiden zwei Strahlen den vierten Teil eines**

Kreises heraus, welcher ihren Schnittpunkt zum Mittelpunkt hat, so bilden sie einen rechten Winkel oder stehen senkrecht zu einander.

b) Winkel, welche weniger als 90 ° messen, heissen spitze Winkel, solche die mehr als 90 °, aber weniger als 180 ° messen, heissen stumpfe WInkel. Spitze und stumpfe Winkel heissen hohle oder concave Winkel.

Winkel, die mehr als 180 ° messen, heissen erhabene oder convexe Winkel.

Übungen.

1) Zeichne die Stellung der Uhrzeiger zu den verschiedensten Zeiten, und benenne ihren Winkel.

2) Prüfe, was für Winkel in den frühern Abschnitten vorgekommen sind.

III. Das Messen der Drehung und der doppelte Drehungssinn.

1. Das Messen der Drehung.

a) *Wir wollen die Bewegungen der Uhrzeiger beschreiben und messen.*

Wie nennt man die Bewegung der Zeiger? Drehung. Was für Drehungen kommen sonst oft vor? Viertelsdrehungen, halbe Drehungen, $^3/_4$ Drehungen, ganze Drehungen. Drehungen links um und Drehungen rechts um.

Wie könnte man die Grösse der Drehung genauer ausdrücken? Am Zifferblatt sehen wir leicht, wie die Drehung eines Zeigers genau ausgedrückt werden kann. Ausdrücken der Drehung in Graden.

Was wird man unter einer Drehung des grossen Zeigers um 90^0, 180^0, 270^0, 360^0 verstehen? Was unter einer solchen von 10^0, 20^0, 35^0 u. s. f.

b) Führe mit deinem Zirkel mit Benutzung des Transporteurs bestimmte Drehungen aus.

c) Wiederhole das Gleiche mit deinem Stock an der Wandtafel.

d) Durch welche Bewegung führt man den einen Schenkel des Winkels B A C auf den andern? Die Gradzahl dieses Winkels ist auch das Mass für diese Drehung.

2. Der doppelte Drehungssinn.

a) Nun wollen wir auch auf die Art der Drehung achten. Drehe den grossen Zeiger um 30 ⁰ vorwärts oder rechts um, dann um 30 ⁰ rückwärts oder links um. Welche Arten von Drehungssinn unterscheiden wir?

Drehung links und Drehung rechts.

Der grosse Zeiger zeige auf 12 Uhr. Um wieviel Grad muss man ihn rechts um, um wieviel links um drehen, bis er auf 5 Uhr oder bis er auf 8 Uhr zeigt?

Zeichne diese 2 Stellungen des grossen Zeigers.

Auf wieviel Arten kann man den einen Schenkel eines Winkels auf den andern führen? Wie gross ist die Summe der beiden Drehungen? Wie viele Winkel bilden eigentlich die beiden Schenkel? Der eine Winkel ist ein hohler, der andere ein erhabener.

Bei allen Figuren, die uns bisher vorgekommen sind, kam nur der hohle Winkel in Betracht.

Verallgemeinerung. Wie wurde die Grösse der Drehung 1) des Uhrzeigers, 2) des einen Schenkels eines Winkels gemessen? Was haben wir dabei bezüglich der Art der Drehung gesagt?

Satz 32. a) Die Drehung, die man mit dem einen von 2 sich schneidenden Strahlen ausführen müsste, um ihn auf den andern zu bringen, wird mit Hülfe des Transporteurs gemessen und also in Graden ausgedrückt.

b) Man unterscheidet einen doppelten Drehungssinn, eine Drehung im Sinne des Uhrzeigers oder eine solche rechts um und eine Drehung im umgekehrten Sinne oder links um.

c) Zwei Strahlen bilden eigentlich zwei Winkel, einen hohlen und einen erhabenen. Reden wir kurzweg vom Winkel zweier Strahlen, so meinen wir den hohlen Winkel.

Übungen zum letzten Abschnitt.

1) Zählet Drehungen im Sinne rechts, solche im Sinne links auf.

Zum Beispiel: beim Zuschrauben muss man die Schraube rechts umdrehen, beim Losschrauben links um. Bei der Wagensperre muss man wann rechts, wann links drehen?

2) Zähle die Dörfer am Zürichsee auf, durch welche ein Velocipedist fährt, 1) wenn er rechts um den See fährt, 2) wenn er links um den See fährt. Welche Körperseite kehrt er in jedem Falle dem See zu? Ein Schiff fährt von Rorschach über Konstanz nach Meersburg, Ludwigshafen, Bregenz. Welche Körperseite kehrt ein Mitfahrender dem See zu, wenn er vorwärts sieht? Wie dreht sich das Schiff?

3) Betrachte die Bewegung der Himmelskörper. Die Sonne, der Mond und die Sterne drehen sich scheinbar täglich einmal um die Erde. In Wirklichkeit dreht sich die Erde links um ihre Achse. Die Erde dreht sich in einem Jahre links um die Sonne und der Mond links um die Erde.

4) Umkreise deinen Tisch links um, dann rechts um. Wie dreht sich dabei der Körper um eine gedachte Körperachse?

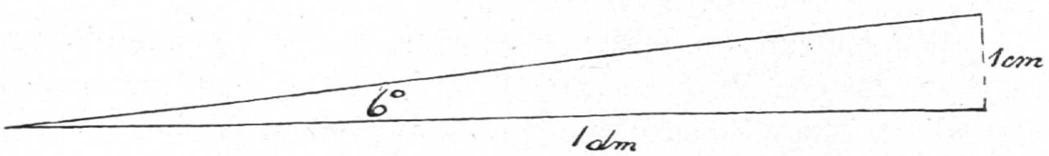
5) Zeichne Kreise auf dem Zeichnungsblatt und an der Wandtafel, indem du den Zirkel bald links um, bald rechts um drehst.

6) Führe mit deinem Arm in der Luft Links- und Rechtsdrehungen aus.

Übungen zum ganzen Kapitel.

1) Laut kantonaler Vorschrift sollte eine Bergstrasse nicht mehr als 10% Steigung haben; d. h. auf je 100 m wagerechten Weg darf die Steigung höchstens 10 m betragen. Zeichne eine solche Strasse, und miss ihre Steigung. Steigung.

Fig. 24.

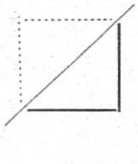


2) Die Rigibahn hat an ihrer steilsten Stelle 25% Steigung. Wieviel Grad Neigung sind das?

3) Welche Steigung hat eine Strasse von 20° Neigung?

4) Welche Neigung hat eine Halde von 100% Steigung?
Die Quadratdiagonale halbiert den rechten Winkel.
Die Neigung ist daher 45 Grad.

Fig. 25.

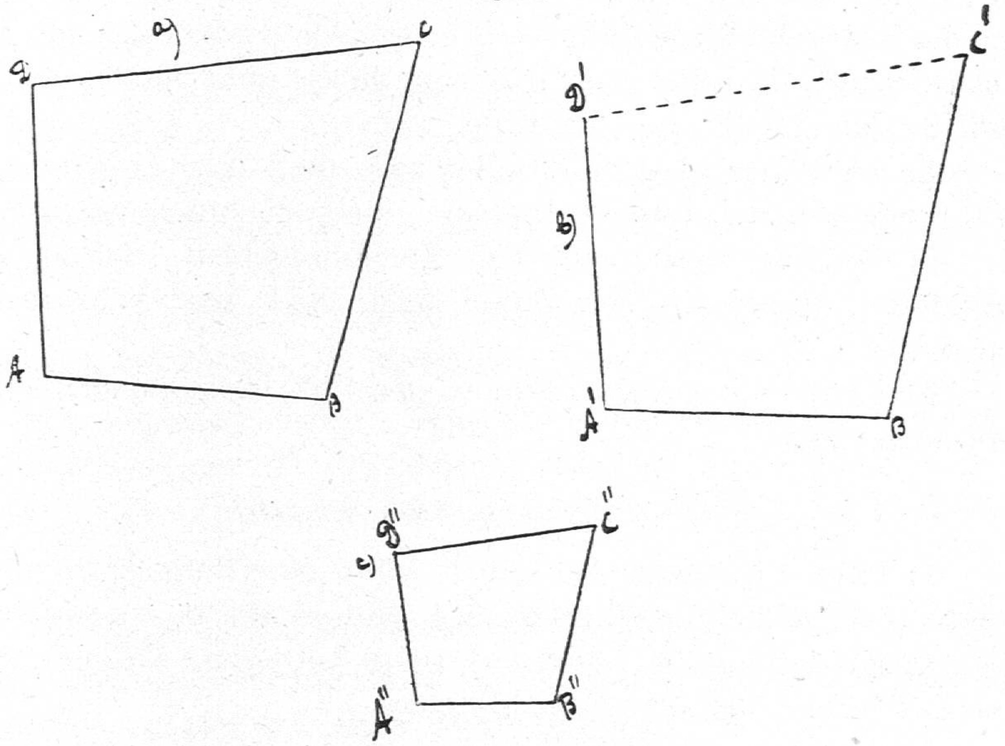


5) Die Bauarbeiter benutzen Rampen (schiefe Ebenen), um das Material in höhere Stockwerke hinauf zu schaffen.

Zeichne eine Rampe mit einer Neigung von 18° und einer Länge von 6 m.

6) Zeichne ein unregelmässiges Viereck, das etwa eine Wiese darstellen mag. Konstruiere mit Benutzung des Transporteurs und eines Massstabs ein kongruentes Viereck.

Fig. 26.



Wir messen die Seite A B und die an ihr liegenden Winkel, (A B = 2,9 cm, W A = 97°, W B = 102°), zeichnen rechts eine gleich lange Strecke wie A B und machen W. bei A' = W. bei A (= 97°), W. bei B' = W. bei B (= 102°). Indem wir noch die Seiten A D und B C abtragen, erhalten wir die Punkte C' und D'. Wie viele Stücke mussten wir messen und abtragen? Wie viele Stücke (Seiten und Winkel) hat das Viereck im ganzen? 3 Stücke, eine Seite und zwei Winkel, brauchten wir nicht zu messen; es muss die Probe stimmen, dass diese in der Figur rechts gleich gross werden wie links.

7) Zeichne das Viereck im Massstab 1 : 2. Wir tragen die halben Seiten von A B C D ab, nehmen aber die gleichen Winkel, damit die Form dieselbe bleibe. (Fig. 26 c).

8) Wie würde man den Plan eines Grundstückes zeichnen? Man misst mit der Messlatte alle Seiten und mit einem grossen Holztransporteur die Winkel. Dann kann man das Grundstück in verkleinertem Massstab zeichnen, gleich wie das Viereck A B C D.

Eine 5seitige Wiese A B C D E habe folgende Dimensionen:

A B = 63 m, B C = 56 m, C D = 57 m, W. a = 100°, W. b = 107°, W. c = 105°.

Zeichne sie im Massstabe 1 : 1000.

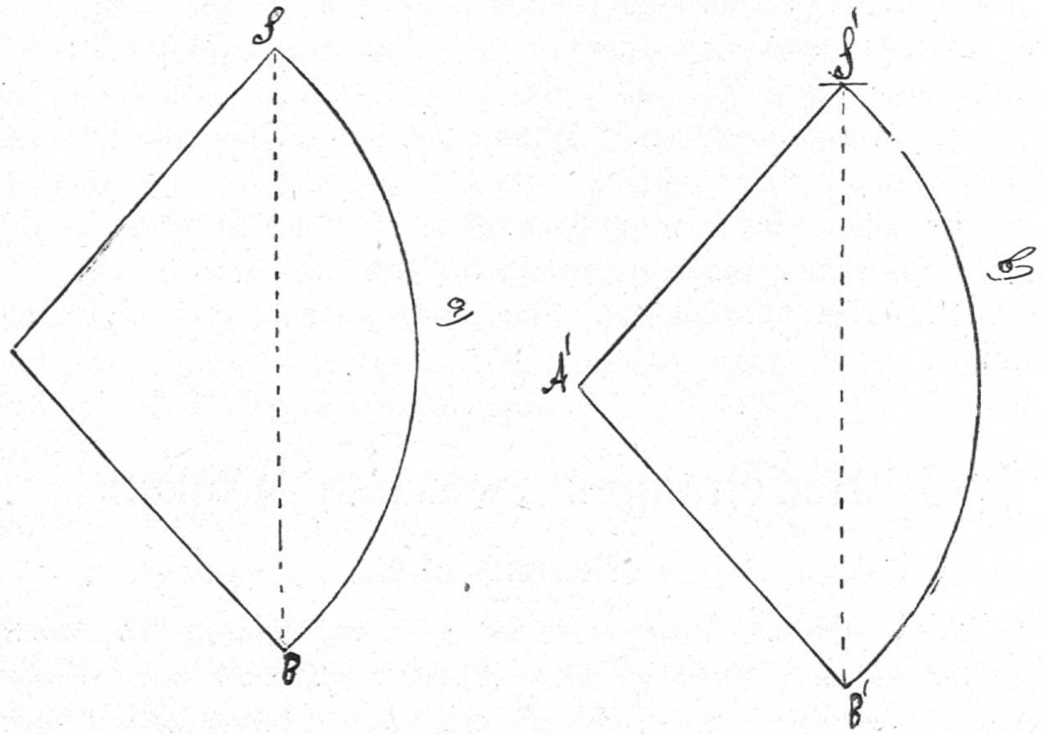
Wie viele Stücke genügen, um das Fünfeck zeichnen zu können? Die Messung von wieviel Stücken kann man sich ersparen?

9) Bei den besprochenen Konstruktionen war die Aufgabe zu lösen, einen Winkel von einer Figur auf eine andere zu übertragen.

Wie könnte man diese Aufgabe mit Benutzung des Zirkels, statt des Transporteurs lösen?

Wiederhole die Konstruktion für den Winkel A, und zeichne den Transporteurbogen ein. (Fig. 27).

Fig. 27.

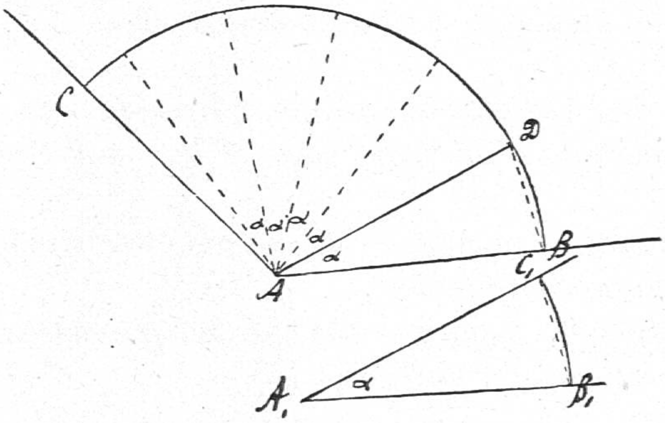


Wir haben eigentlich einen Kreisausschnitt der Winkelfläche von W. A in den Transporteur gefasst und an A' B' gezeichnet. Nun können wir auch statt mit dem Transporteur mit dem Zirkel einen Bogen vom gleichen Radius bei A und A' beschreiben, die Sehne B S in den Zirkel nehmen und sie bei Figur b) vom Schnittpunkte des 2. Bogens mit A' B' aus abtragen.

10) Zeichne mit Hilfe des Zirkels einen Winkel, der doppelt, dreimal so gross wie ein gegebener Winkel ist.

11) Vergleiche zwei Winkel mit Hilfe des Zirkels; sieh 1) nach, um wieviel ein grösserer Winkel grösser ist als ein kleinerer, und 2) wie oft der kleine im grossen enthalten ist.

Fig. 28.



W. B A C ist um den Winkel D A C grösser als W. B_1 A_1 C_1. W. B_1 A_1 C_1 lässt sich ungefähr $5^1/_3$ mal in den Winkel B A C hineinlegen.

12) Konstruiere einen Winkel, welcher gleich der Summe der 3 Winkel eines Dreiecks ist.

Es zeigt sich: die 3 Winkel α, β, γ des Dreiecks A B C bilden zusammen einen gestreckten Winkel.

Miss den Winkel mit dem Transporteur, und bilde ihre Summe.

G. Beziehungen zwischen Winkeln.

I. Nebenwinkel.

1) Aufgabe. *Man befindet sich auf einem Pultdache und möchte mit einem grossen Holztransporteur den Winkel messen, den die Dachfläche 1) mit der rechteckigen Wandfläche, 2) mit der Bodenfläche bildet.*

Es sollen also W. m und W. n (Fig. 29) gemessen werden. Sie lassen sich nicht direkt messen. Wir können aber leicht den