Konstruktion von Dreiecken aus gegebenen Stücken

Autor(en): **Pünchera, J.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Jahresbericht des Bündnerischen Lehrervereins**

Band (Jahr): **17 (1899)**

Heft: **Der Geometrie-Unterricht in der I. und II. Klasse der Kantonsschule und in Realschulen**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-145628

Ein Dreieck, das nur spitze Winkel hat, heisst spitzwinkliges Dreieck.

Man teilt die Dreiecke in spitzwinklige, rechtwinklige und stumpfwinklige Dreiecke ein.

H. Konstruktion von Dreiecken aus gegebenen Stücken.

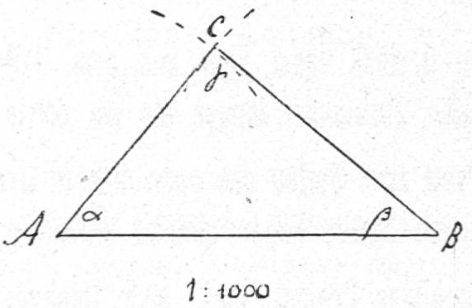
I. Gegeben alle drei Seiten.

1) *Es soll der Plan einer dreiseitigen Wiese gezeichnet werden.*

Wir messen ihre Seiten mit Hilfe zweier Messlatten oder eines Messbandes. Es sei gemessen worden A B = 40 m, B C = 30 m, H C = 25 m. Wir stellen 1 m in der Natur durch 1 mm in der Zeichnung dar, so dass in der Zeichnung A B = 4 cm, A C = 2,5 cm, B C = 3 cm wird. Konstruktion aus drei Seiten.

Trage zuerst A B = 4 cm auf, und beschreibe um A als Mittelpunkt einen Kreisbogen mit einem Radius von 2,5 cm (= A C), um B einen solchen mit Radius 3 cm (= B C). Der Schnittpunkt der beiden Bogen ist der dritte Eckpunkt des Dreiecks. Zeige, dass es die vorgeschriebenen Seiten hat.

Fig. 33.



Hätte man die Kreisbogen auch nach unten gezeichnet, so wäre ein zu A B C symmetrisches Dreieck entstanden.

Miss die Winkel des Dreiecks. Alle Schüler bekommen dieselben Winkel. Welches ist der grösste Winkel? Welcher Seite liegt er gegenüber? der grössten. Der kleinste Winkel β liegt der kleinsten Seite gegenüber.

Bezeichnung. *Bemerkung.* Wir haben bisher die Ecken des Dreiecks mit den grossen lateinischen Buchstaben A, B, C bezeichnet und die entsprechenden Winkel mit α, β, γ. Nun ist es noch üblich, die Dreiecksseiten mit den kleinen lateinischen Buchstaben a, b, c zu bezeichnen und zwar mit a die Seite, die der Ecke A, oder dem Winkel α gegenüberliegt u. s. f. Bei diesem Beispiel war a = 30 m, b = 2,5 m, c = 40 m.

2) Die Grundlinie eines Giebels misst 8 m; die schrägen Kanten messsen bezw. 5 und 4 m. Zeichne ihn im Massstab 1 : 100. Miss die Winkel.

3) Zeichne den gleichschenkligen Giebel, dessen Basis 15 m, dessen schräge Kanten je 9 m messen. Weise durch Messung nach, dass den beiden gleichen Dreiecksseiten gleiche Winkel gegenüber liegen.

4) Zeichne das Dreieck, für welches a = b = c = 5 cm ist. Was ist das für ein Dreieck? Wieviel misst jeder Winkel?

5) Versuche, folgendes Dreieck zu zeichnen: a = 8 cm, b = 4 cm, c = 2 m. Die Konstruktion ist unmöglich. Die Summe von b und c ist hier kleiner als a. Wie verhielt es sich damit in den früheren Fällen?

Zwei Seiten müssen zusammen länger sein als die dritte Seite, damit die Konstruktion möglich sei.

Verallgemeinerung. Bringe die verschiedenen Fälle in Beziehung.

Dann ergibt sich:

Satz 38. a) Ein Dreieck lässt sich aus drei Seiten konstruieren. Dabei müssen immer zwei Seiten zusammen länger als die dritte Seite sein.

b) Der grössern von zwei Seiten des gezeichneten Dreiecks liegt der grössere Winkel gegenüber. Gleichen Seiten liegen gleiche Winkel gegenüber.

c) Ein gleichschenkliges Dreieck lässt sich zeichnen, wenn man die Länge seiner Grundlinie und eines Schenkels kennt.

d) Ein gleichseitiges Dreieck ist durch die Länge seiner Seite bestimmt.

Übungen.

Zeichne ein beliebiges Dreieck, und konstruiere ein kongruentes.

II. Gegeben zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel.

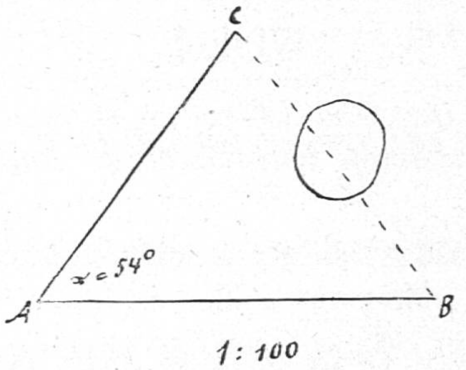
1) *Zeichne den Plan eines dreiseitigen Grundstücks A B C, dessen eine Seite nicht direkt gemessen werden kann, weil ein Teich sich zwischen ihren Endpunkten befindet.*

Wir messen zwei Seiten, A C = 35 m und A B = 41 m, sowie den Winkel, den sie bilden mit Hilfe eines Transporteurs (oder mit einem genauen Winkelmessinstrument) $\alpha = 54^0$. Dann lässt sich das Grundstück A B C wie folgt im verkleinerten Massstab (z. B. 1 : 1000) zeichnen:

Indirekte Messung von B C.

Wir zeichnen zuerst den Winkel $\alpha = 54^0$, messen auf dem einen Schenkels vom Scheitel A aus A B = 4,1 cm ab und auf dem andern A C = 3,5 cm. Dann erhalten wir die Eckpunkte B und C.

Fig. 34



Das Dreieck A B C ist aus 2 Seiten und dem von ihnen eingeschlossenen Winkel gezeichnet worden.

Miss die Seite B C, sowie W. β und W. γ. Alle Schüler müssen das gleiche Resultat bekommen, wenn sie genau gezeichnet haben. B C misst in der Zeichnung 3,49 cm, in der Natur also 34,9 m.

2) *Es soll die Entfernung zweier Marksteine A und B bestimmt werden, deren Verbindungsstrecke nicht direkt gemessen werden kann, weil sich dazwischen ein Hügel befindet.*

Wir stellen uns in einem Punkte C auf, von dem aus wir nach A und nach B messen können. Wir bestimmen die Länge von A C und B C, sowie die Grösse des eingeschlossenen Winkels γ und zeichnen das Dreieck A B C aus diesen 3 Stücken wie vorhin im verkleinerten Massstab (1 : 1000). Dann entnehmen wir A B der Zeichnung. Sie misst in der Natur so viele Meter wie Millimeter in der Zeichnung. (Es sei z. B. a = 60 m, b = 50 m, $\gamma = 88^0$.)

Indirekte Messung der Entfernung zweier Marksteine.

3) Früher haben wir rechtwinklige Dreiecke aus den beiden Katheten gezeichnet, somit auch aus 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel.

Verallgemeinerung. **Satz 39. Ein Dreieck lässt sich konstruieren aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel.**

Übungen:

Zeichne das Dreieck A B C nach folgenden Angaben:

1) a = 6 cm, b = 4 cm, W. $\gamma = 130^0$
2) a = 6 cm, b = 6 cm, W. $\gamma = 90^0$
3) a = 6 cm, b = 6 cm, W. $\gamma = 60^0$

Wie heisst ein jedes dieser Dreiecke? Miss alle Stücke.

III. Gegeben eine Seite und die beiden anliegenden Winkel.

1) *Zeichne eine Giebelfläche A B C, deren Basis 12 m misst, und deren schräge Kanten bezw. eine Neigung von 35° und 38° haben.*

Wir zeichnen zuerst die Basis A B und dann in A W. $\alpha = 35^0$ in B W. $\beta = 38^0$. Miss die beiden Seiten A C und B C, sowie W. γ. Aus welchen Stücken ist das Dreieck A B C gezeichnet worden?

2) *Zwischen zwei Punkten A und B auf dem Felde fliesst ein Fluss. Es soll die Entfernung von A und B indirekt bestimmt werden.*

Indirekte Messung von A B.

Wir messen von B aus eine beliebige Strecke B C (= 200 m), sowie ihre Winkel mit den Richtungen B A und C A, β und γ. ($\beta = 65^0$, $\gamma = 75^0$.)

Auf unserm Blatte zeichnen wir zuerst B C etwa im Massstabe 1 : 1000 , machen also a = 20 cm und tragen in B W. β und in C W. γ ab. Dann messen wir A B in der Zeichnung (30 cm). In der Natur misst sie so viele Meter wie in der Zeichnung Millimeter, also 300 m. Je grösser wir unsere Zeichnung machen, desto genauer wird das Resultat.

Aus wieviel und was für Stücken ist A B C gezeichnet worden? Miss auch A C. A C ist kleiner als A B. Dem kleinern Winkel β liegt die kleinere Seite gegenüber.

3) Konstruiere das Dreieck A B C, für welches $a = 6$ cm, W. β = W. $\gamma = 70^0$. Miss die Seiten b und c. Sie sind einander gleich. Den zwei gleichen Winkeln liegen zwei gleiche Seiten gegenüber.

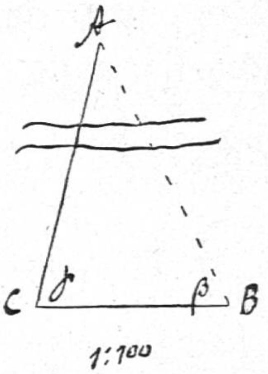


Fig. 35.

Verallgemeinerung. Aus was für Stücken haben wir in diesen drei Fällen das Dreieck konstruiert? Welches war der Zusammenhang zwischen den beiden gegebenen Winkeln und den ihnen gegenüberliegenden Seiten?

Satz 40. a) Ein Dreieck lässt sich aus einer Seite und den an ihr liegenden Winkeln konstruieren.

b) Sind diese Winkel ungleich, so liegt dem grösseren Winkel die grössere Seite gegenüber.

c) Sind die beiden Winkel gleich, so werden auch die Gegenseiten gleich.

Übungen:

1) Zeichne das Dreieck A B C, für welches
1) $a = 6$ cm, $\beta = 20^0$, $\gamma = 40^0$
2) $a = 6$ cm, $\beta = \gamma = 60^0$.

2) a) Wie hoch steigt man auf einer Strasse, die eine Neigung von 10^0 hat, wenn man 100 m zurücklegt? (Zeichne das rechtwinklige Dreieck aus der Hypotenuse und einem anliegenden Winkel im Massstab 1 : 100.)

b) Welchen Weg muss man auf dieser Strasse zurücklegen, um 20 m zu steigen? (Berechne zuerst den dritten Winkel des rechtwinkligen Dreiecks).

c) Welchen Weg hat man auf der Strasse zurückgelegt, wenn man in wagerechter Richtung um 100 m weiter gelangt ist?

Aus welchen Stücken hat man in diesen drei Fällen das rechtwinklige Dreieck gezeichnet?

Wie viele Winkel muss man beim rechtwinkligen Dreieck ausser einer Seite noch geben?

Sprich unsern Satz 40 für das rechtwinklige Dreieck aus.

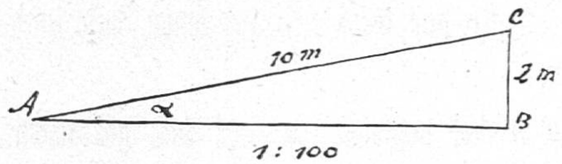
IV. Gegeben zwei Seiten und der der grössern Seite gegenüberliegende Winkel.

Indirekte Bestimmung der Neigung einer Rampe.

1) *Eine Rampe, mit der man eine Höhe von 2 m überwindet, hat eine Länge von 10 m. Welches ist ihre Neigung?*

Wir zeichnen ein seitliches Dreieck der Rampe im verkleinerten Massstab, indem wir zuerst einen rechten Winkel zeichnen, auf dem aufrechten Schenkel die Höhe (2 m) auftragen und vom Endpunkt aus mit einer Zirkelöffnung von der Rampenlänge einen Bogen schlagen, der den andern Schenkel schneidet. Dann können wir den Neigungswinkel messen. Wir finden $\alpha = 11^1/_2{}^0$.

Fig. 36.



Das Dreieck A B C ist aus den beiden Seiten B C und A C und aus dem der grössern von diesen beiden Seiten gegenüberliegenden Winkel A B C konstruiert worden.

Konstruktion eines Dreiecks.

2) Zeichne das Dreieck A B C nach folgenden Angaben:

A C = 6 cm, B C = 5 cm, W. β = 70°.

Zeichne zuerst W. β, mache einen Schenkel = 5 cm, und beschreibe um den Endpunkt einen Bogen mit dem Radius 6 cm.

Verallgemeinerung. Aus was für Stücken haben wir in diesen 2 Fällen das Dreieck konstruiert?

Satz 41. a) Ein Dreieck lässt sich aus zwei Seiten und dem der grössern von diesen 2 Seiten gegenüberliegenden Winkel konstruieren.

b) Ein rechtwinkliges Dreieck lässt sich aus der Hypotenuse und einer Kathete konstruieren.

Übungen.

1) Welche Neigung hat eine Strasse, auf der man durchschnittlich 10 m steigt, wenn man 100 m zurücklegt?

2) Zeichne das Dreieck A B C aus b = 8 cm, a = 5 cm und $\beta = 40^0$.

J. Das schiefwinklige Parallelogramm.

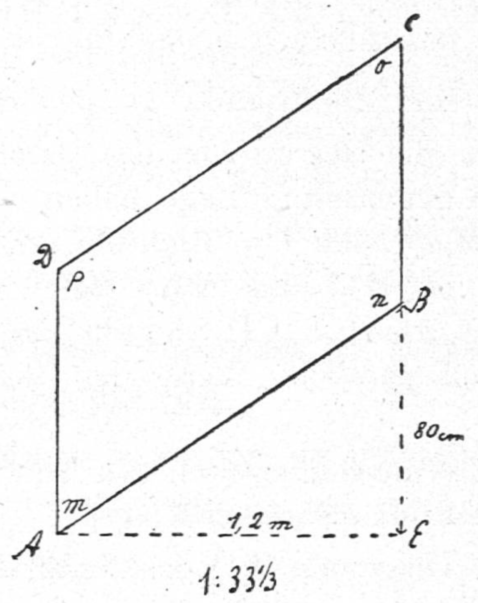
I. Eigenschaften und Konstruktion des schiefwinkligen Parallelogramms.

1) Wir befinden uns vor einer einfachen Steintreppe mit Eisengeländer am Eingange eines Hauses. Besprich den Zweck der Treppe etc. Beschreibung des Eisengeländers.

Aufgabe. *Es soll das Eisengeländer gezeichnet werden.*

a) Welche Masse müssen wir nehmen? Wir messen A E = 1,2 m, A D = B C = 90 cm, B E = 80 cm (Fig. 37 a). Dann können wir leicht die Figur A E B C D zeichnen.

Fig. 37 a.



Wir wollen nun die Geländerfläche A B C D genauer betrachten.

Die beiden Stäbe A D und B C sind beide vertikal, also parallel und auch gleich lang. Die Stangen A B und C D messen je 144 cm und haben gleiche Neigung (nämlich 33 ^{0}), sind also auch parallel.

Wir nennen die Fläche A B C D ein *Parallelogramm.*

Je zwei Gegenseiten sind gleich und parallel.

Miss auch die Winkel. Die Winkel m und o heissen Gegenwinkel, ebenso die Winkel n und p, W. m = 57 ^{0} = W. o, W. n = 123 ^{0} = W. p.