

Die Kugel

Autor(en): **Pünchera, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Jahresbericht des Bündnerischen Lehrervereins**

Band (Jahr): **17 (1899)**

Heft: **Der Geometrie-Unterricht in der I. und II. Klasse der Kantonsschule und in Realschulen**

PDF erstellt am: **23.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-145643>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Die genaue Regel lautet:

$$V = \frac{h \cdot \pi}{3} (R^2 + Rr + r^2).$$

Übungen.

1) Ein Spengler hat einen Blecheimer von folgenden Dimensionen zu verfertigen: Bodendurchmesser = 22 cm, Breite oben = 30 cm und Höhe = 26 cm. Zeichne im verkleinerten Massstab das Blechstück, das er auszuschneiden hat, und berechne es. Wieviel Liter hält der Eimer?

2) Für eine Kunstmühle soll ein grosser Trichter aus Blech konstruiert werden, der oben 1 m, unten 25 cm weit sein soll, während seine Seitenlinie 1 m 40 cm zu messen hat. Was für ein Blechstück muss verwendet werden? Wieviel Mehl würde dieser Trichter halten, wenn man ihn unten abschliessen würde? Wende die genaue Regel an. Die andere würde hier ein schlechtes Resultat liefern.

3) Berechne folgende Baumstämme annähernd:

1) $D = 64$ cm, $d = 55$ cm, $h = 6,2$ m;

2) $D = 47$ cm, $d = 41$ cm, $h = 5,3$ m.

D bedeutet den Durchmesser der Grundfläche, d denjenigen der Deckfläche.

4) Ein Weinzuber mit elliptischer Grund- und Deckfläche ist unten 1 m 60 cm, oben 1 m 20 cm lang; unten 90 cm, oben 70 cm breit und 1,1 m hoch. Wieviel Liter Wein hält er? Berechne den mittleren Durchschnitt (halbe mittlere Länge mal halbe mittlere Breite mal π), und multipliziere seinen Inhalt mit der Höhe.

L. Die Kugel.

I. Der Erdglobus.

1) *Beschreibung.* Weise den Erdglobus vor. Welche Eigenschaften haben die Punkte der Oberfläche dieses Globus? Wie nennt man diese Körperform? Was sind Meridiane, Parallelkreise, Länge und Breite? Wie wird die Erde in Zonen eingeteilt?

2) *Grund- und Aufriss.* Wir wollen diesen Globus durch Grund- und Aufriss darstellen. Stelle die Erdachse senkrecht zur Grund- und Aufriss.

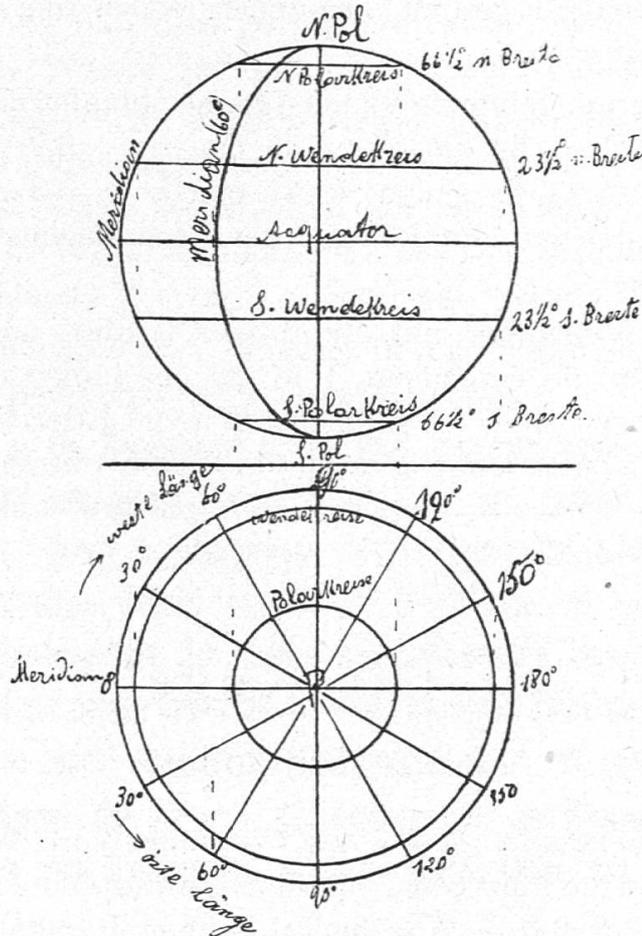
Grund- und
Aufriss der
Meridiane
und der
Parallel-
kreise.

Grundrissebene; dann kommt der Äquator in parallele Lage zur Grundrissebene. Drehe den Globus so, dass der Nullmeridian (von Greenwich) parallel zur Aufrissebene läuft. Wie projizieren sich dann die Meridiane und die Parallelkreise?

Der Äquator erscheint im Grundriss in wahrer Grösse, im Aufriss als gerade Linie parallel zur Achse; der Nullmeridian erscheint im Grundriss als gerade Linie parallel zur Achse und im Aufriss in wahrer Grösse.

Die Parallelkreise erscheinen im Grundriss in wahrer Grösse und im Aufriss als Linien parallel zur Achse; die Grundrisse der Meridiane sind Radien des Äquatorkreises; ihre Aufrisse sind Ellipsen, die gegen den 90. Meridian hin immer schmaler werden; letzterer erscheint im Aufriss als eine zur Achse senkrecht stehende Linie.

Fig. 65.



Zeichne die beiden Wendekreise und die beiden Polarkreise ein. Wir zeichnen zuerst ihre Aufrisse. Der nördliche Wendekreis liegt $23\frac{1}{2}^{\circ}$ nördlich vom Äquator, der nördliche Polarkreis

$23\frac{1}{2}^{\circ}$ südlich vom Nordpol. Mit Hilfe des Transporteurs markieren wir auf dem Anfangsmeridian den $23\frac{1}{2}$. und den $66\frac{1}{2}$. Grad vom Äquator aus nördlich und südlich.

Aus dem Aufrisse entnehmen wir die Radien dieser Kreise und können sie dann auch im Grundriss zeichnen.

Hebe die einzelnen Zonen durch verschiedene Farben hervor.

Zeichne im Grundriss die Meridiane von 30 zu 30 Grad ein. Man teilt den Äquator mit Hilfe des Transporteurs in zwölf Teile ein und verbindet die Teilpunkte mit dem Mittelpunkt.

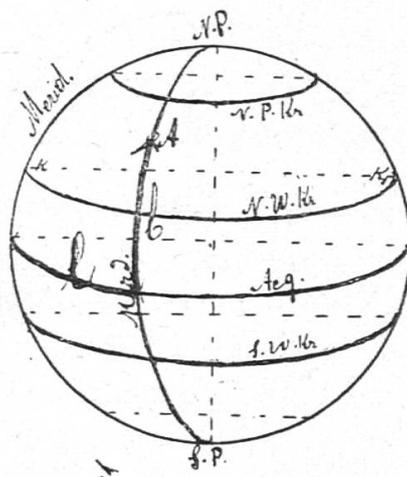
Wie zeichnen wir den Aufriss eines solchen Meridians? Sein Aufriss ist eine halbe Ellipse, deren grosse Achse die Erdachse ist; ihre halbe kleine Achse fällt in die Äquatorlinie hinein; ihren Endpunkt erhalten wir z. B. für den 60. Meridian, indem wir den Teilpunkt 60° des Äquators hinaufloten. Aus den beiden Achsen haben wir früher gelernt die Ellipse zu zeichnen.

3) *Parallelprojektion des Globus.* Ein anschaulicheres Bild vom Globus gibt uns seine Parallelprojektion. Parallelprojektion.

Wir denken uns die Blattebene in die Ebene des Nullmeridians hineingelegt und lassen die Strahlen von vorn einfallen (wie beim Cylinder) und zwar so, dass die zur Aufrissenebene senkrecht stehenden Sehnen im Schattenbilde auf den 4. Teil verkürzt erscheinen.

Der Äquator und die Parallelkreise erscheinen im Bilde als Ellipsen, deren kleine Achsen $\frac{1}{4}$ von den Hauptachsen sind.

Fig. 66.



Um die Parallelprojektion zu zeichnen, gehen wir von der Aufrisszeichnung aus, die zugleich einen Schnitt durch den Null-

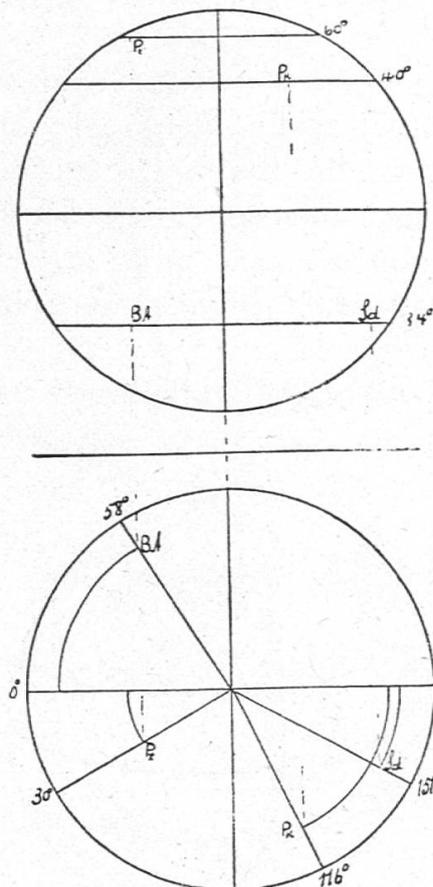
meridian darstellt. Im Aufriss haben wir die grossen Achsen jener Ellipsen. So stellt z. B. K K die grosse Achse des Schattenbildes des nördlichen Wendekreises dar. Die kleine Achse ist der 4. Teil hievon und kann abgemessen werden.

Zeichne auch einen beliebigen Meridian ein; sein Schattenbild ist eine Ellipse. Nimm auf diesem Meridian einen Ort an, und hebe die Bogen hervor, die seine Breite und seine Länge angeben. Der Bogen vom Ort A bis zum Äquator gibt seine Breite, der Bogen des Äquators zwischen dem Anfangsmeridian und demjenigen des Ortes A gibt die Länge des Ortes an. Was für Breiten und Längen unterscheidet man?

Darstellung
gegebener
Orte.

4) *Darstellung von Orten auf der Erde.* Um uns die Begriffe Länge und Breite genau einzuprägen, wollen wir den Grund- und den Aufriss einer Anzahl wichtiger Städte und Berge einzeichnen, deren Länge und Breite wir vom Globus ablesen.

Fig. 67.



St. Petersburg:	Länge = 30° östl.;	Breite = 60° nördl.
Peking:	„ = 116° östl.;	„ = 40° nördl.
Buenos-Ayres:	„ = 58° westl.;	„ = 34° süd.
Sydney (Australien):	„ = 151° östl.;	„ = 34° süd.

Petersburg z. B. liegt auf dem 60. Parallelkreis nördlich vom Äquator; wir zeichnen zuerst den Aufriss und dann den Grundriss dieses Kreises. Petersburg liegt ferner auf dem 30. Meridian östlich von Greenwich. Wir zeichnen zuerst den Grundriss des Meridians ein; es ist der Radius, der mit dem 1. einen Winkel von 30° bildet und bei der Drehung links herum auf letztern folgt. Der Schnittpunkt dieses Radius mit dem Parallelkreis ist der Grundriss von St. Petersburg; der Aufriss liegt senkrecht darüber.

So können wir jeden Ort einzeichnen, dessen Länge und Breite wir kennen.

Die westlichen Längen tragen wir vom Nullmeridian aus im Sinne rechtsum ein.

Nimm umgekehrt einen Punkt in der Zeichnung an; miss seine Länge und Breite, und suche ihn auf dem Globus auf.

5) Berechnung der Erdoberfläche.

Wie gross ist die Oberfläche der Erde?

Berechnung der Erdoberfläche.

a) Weise eine Halbkugel vor. Wir wollen zunächst nach der Oberfläche dieser Halbkugel fragen. Wir vergleichen die Wölbung mit der Kreisfläche. Es lässt sich beweisen, dass die Wölbung genau doppelt so gross ist als die Kreisfläche, deren Inhalt $r^2 \cdot \pi$ ist, wenn r den Kugelradius bezeichnet.

Wir bezeichnen die ganze Kugeloberfläche mit O ; dann ist: $O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$. Ist der Radius dieser Halbkugel $= 5$ cm, so ist $O = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \pi \text{ cm}^2 = 314 \text{ cm}^2 = 3,14 \text{ dm}^2$.

b) Welche Oberfläche hat der Erdglobus, wenn $r = 20$ cm misst? $O = 4 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 5024 \text{ cm}^2 = 50,24 \text{ dm}^2$.

c) Der Erdradius selbst misst ungefähr 6370 km. Berechne O .

6) Berechnung des Volumens.

Berechnung des Inhalts.

Welchen Raum nimmt die Erde ein? Wir berechnen zunächst den Globus. Durch die Parallelkreise und die Meridiane wird die Oberfläche des Globus in unzählig viele kleine Flächen eingeteilt, die wir als Rechtecke ansehen können. Ihre Ecken denken wir uns mit dem Centrum verbunden; dadurch wird die Kugel in ebenso viele Pyramiden zerlegt, die alle als Höhe den Radius haben, und deren Grundflächen zusammen die Kugeloberfläche bilden. Alle diese Pyramiden werden zusammen gleichen Inhalt haben

wie eine Pyramide, deren Grundfläche gleich der Oberfläche der Kugel, deren Höhe gleich dem Kugelradius ist; ihr Inhalt ist

$$= O \cdot \frac{r}{3} = \frac{50,24 \cdot 2}{3} \text{ dm}^3 = 33,5 \text{ dm}^3, \text{ oder}$$

$$\text{Inhalt des Globus} = O \cdot \frac{r}{3} = 4r^2\pi \cdot \frac{r}{3} = \frac{4}{3} r^3 \pi = \frac{4}{3} \cdot 2^3 \pi \text{ dm}^3 = 33,5 \text{ dm}^3.$$

Entsprechend ist der Inhalt des Kugelmodells

$$(r = 5 \text{ cm}) = O \cdot \frac{r}{3} = 3,14 \cdot \frac{0,5}{3} \text{ dm}^3 = 5,233 \text{ dm}^3.$$

$$\text{oder} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \pi = \frac{4}{3} \cdot 0,5^3 \pi \text{ dm}^3 = 5,233 \text{ dm}^3.$$

$$\text{Inhalt des Erdkörpers} = O \cdot \frac{r}{3} = \dots$$

$$= \frac{4 r^3 \pi}{3} = \dots$$

Verallgemeinerung. Wie haben wir die Oberfläche und den Inhalt der betrachteten Kugeln berechnet?

Satz 29. Für die Berechnung der Kugel gelten folgende Regeln:

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi; J = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{O \cdot r}{3}$$

Übungen.

1) Wie gross ist das Gewicht des Erdkörpers, wenn sein spezifisches Gewicht im Mittel 5,5 beträgt?

2) Die Erde ist an den Polen abgeplattet. Um ihren Aufriss genau zu zeichnen, müssten wir den Kreis oben und unten um $\frac{1}{300}$ zusammendrücken. Stelle den Erd-Meridian in grösserm Massstab dar.

3) Miss in der Aufrisszeichnung des Globus den Radius des Äquators und des Parallelkreises von Chur.

Gib ihr Verhältnis ungefähr an, und berechne den Radius und den Umfang des Parallelkreises von Chur aus der Länge des Äquatorradius, der ungefähr 859 geographische Meilen à 7420 m beträgt. Welchen Weg legt ein Ort des Äquators, welchen Chur beim Umschwung der Erde in einem Tag zurück?

4) Zeichne den Meridian von Chur, sowie die Lotrichtung und die wagerechte Richtung (Tangente) von Chur, vom Äquatorpunkte und vom Pol.

5) Was wiegt eine Gewehrku­gel aus Blei, die einen Durch­messer von 9 mm hat, wenn das spezifische Gewicht des Bleis 11,3 beträgt? Welches Gewicht hätte eine Kugel von doppeltem, eine solche von zehnfachem Durchmesser?

6) Ein Kessel von der Form einer Halbkugel hat einen Durchmesser von 1,10 m. Wieviel Liter hält er? Wie gross ist sein Deckel, wie gross seine Wandung?

7) Ein Kalkofen hat einen äussern Umfang von 20 m; die Wanddicke beträgt 40 cm; er wird halbkugelförmig über­füllt. Welches Volumen hat diese Halbkugel?

M. Das Ausziehen der Quadratwurzel.

I. Die Quadratwurzel aus drei- und vierstelligen Quadratzahlen.

1) Der Kanton Baselstadt hat ein Gesamtareal von ungefähr 36 km².

Welches Quadrat hat denselben Flächeninhalt?

Bezeichnen wir die Seite mit x , so muss: Seite \times Seite = x km² = 36 km² sein. $x = 6$; denn $6^2 = 36$.

Ein Quadrat von 6 km Seite ist so gross wie der Kanton Baselstadt.

Man nennt 6 die Quadratwurzel aus 36 und schreibt $\sqrt{36} = 6$.

2) Der Kanton Graubünden hat einen Flächeninhalt von 7185 km².

Wie lang ist die Seite des Quadrates, das denselben Flächeninhalt hat?

Wir wollen diese Seite mit x bezeichnen. Dann muss sein: Seite \times Seite = $x^2 = 7185$ km².

Wir haben demnach die Zahl zu suchen, die mit sich selbst multipliziert 7185 gibt, oder deren Quadrat = 7185 ist. Man nennt diese Zahl die Quadratwurzel aus 7185. Wie gross ist sie ungefähr? Sie liegt zwischen 80 und 90, denn $80^2 = 6400$; $90^2 = 8100$. Durch Probieren finden wir genauer, dass sie zwischen 84 und 85 liegt.

$$84^2 = 7056; 85^2 = 7225.$$

$$\sqrt{7056} = 84; \sqrt{7225} = 85; \sqrt{7185} = 84, \dots$$