

Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Autor(en): **Arquint, Domenic**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bündner Schulblatt = Bollettino scolastico grigione = Fegl
scolastic grischun**

Band (Jahr): **38 (1978)**

Heft 6

PDF erstellt am: **21.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-356593>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Domenic Arquint, Davos



Einige Anregungen zum Zürcher Lehrmittel «Algebra I»

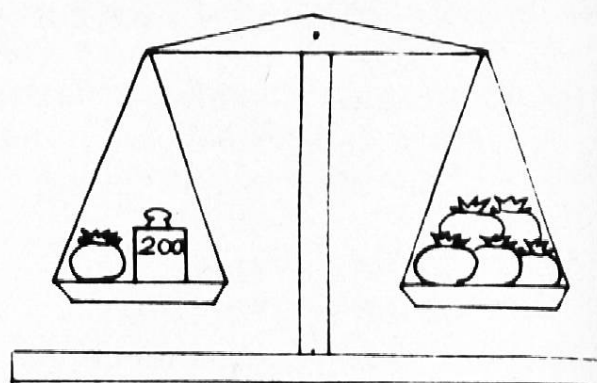
Didaktische Hinweise

Seit den ersten Jahren der Primarschule gehen die Schüler in vielfältiger Weise mit Zahlen um. Begriffe wie Platzhalter (Leerstelle, Variable), Aussageform und Lösungsmenge sind ihnen nicht unbekannt. Diese Begriffe sollen in einen größeren Zusammenhang eingeordnet werden, um den Schülern einen Einblick in die mathematische Formelsprache zu geben und ihnen den Weg zu öffnen, Sachaufgaben durch Überlegungen zu lösen, die über weite Strecken im formalen Umformen und Verändern mathematischer Zeichenreihen verbleiben.

Anhand eines Beispiels kann diese Absicht verdeutlicht werden:

Aufgabe:

Von sechs gleich schweren Beuteln voll Silber ist jeder Beutel zusammen mit 200 g genauso schwer wie die übrigen fünf Beutel zusammen. Wie schwer ist ein Beutel?



Lösung 1 (unter ständigem Bezug zur Sachsituation):

Man nimmt auf beiden Seiten einen Beutel weg und erhält: Gewicht von 4 Beuteln = 200 g, folglich Gewicht von 1 Beutel = $200 \text{ g} : 4 = 50 \text{ g}$. Hier wird das Ergebnis durch Abändern der Sachsituation gefunden, wobei die abgeänderten Situationen mit mathematischen Mitteln beschrieben werden.

Lösung 2 (mit Hilfe einer Gleichung)

Für das Gewicht x eines Beutels gilt:

$$5 \cdot x = 200 + x$$

Also findet man x durch Lösen der Gleichung

$$5 \cdot x = 200 + x$$

$$4 \cdot x = 200$$

$$x = 50, \text{ Gewicht eines Beutels} = 50 \text{ g}$$

Hier wird die Sachsituation durch eine Gleichung beschrieben, die nach formalen Regeln umgeformt wird und schliesslich die Lösung liefert.

1. Terme

Lernziele:

1. Die Schüler sollen wissen, dass man Variable (Platzhalter) mit Buchstaben bezeichnet, die man durch Zahlen ersetzen kann.
2. Sie sollen lernen, den Begriff Term zu verwenden.

Didaktische Hinweise

1. Will man über Ausdrücke sprechen, die mathematische Zeichen enthalten, so ist es zweckmässig, den Begriff Term einzuführen. In der Logik versteht man unter einem Term einen Ausdruck, der einen Gegenstand der Anschauung oder des Denkens benennt oder in einen solchen übergeht, wenn man etwaige Variablen durch Eigennamen ersetzt. Will man nur über die Formelsprache der Mathematik sprechen, soweit sie in der Schule vorkommt, so genügt ein verkürzter Termbegriff:

Zahlen und Variablen sind Terme, ebenso Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten, die aus Zahlen und Variablen aufgebaut sind.

Beispiele:

Zahlzeichen:

12; 0; 6,8;

Zahl und Rechenzeichen:

$6 + 9$; $5 : 2$; $18 \cdot 8$;

Term mit Klammern:

$36 : (9 - 3)$; $7 \cdot (5 + 3)$;

Term mit Variablen:

$3x - 3$; $5 \cdot 4x$;

Variable:

x ; y ; a ; b ;

2. Die meisten Zeichenreihen erhalten erst eine Bedeutung durch Klammern: $4 - 3 + 1$ bezeichnet z.B. keine Zahl und ist somit kein Term, da die Reihenfolge der auszuführenden Operationen noch offen ist. Dagegen sind $(4 - 3) + 1$ und $4 - (3 + 1)$ Terme, die verschiedene Zahlen bezeichnen.

1.1. Terme ohne Klammern

Didaktische Hinweise:

1. Term ist der Oberbegriff zu Zahl, Variable, Summe, Differenz, Produkt und Quotient, gebildet aus Zahlen oder Variablen.

2. Der Begriff der Variablen ist dem Schüler als Leerstelle oder Platzhalter bekannt. Häufig wurde dafür dieses Zeichen \square verwendet. Dieses Zeichen legt die Sprechweise nahe «Eine Zahl wird in eine Variable eingesetzt», die man nun vermeiden sollte, da sie das Verständnis für Termumformungen erschweren kann. Richtige Sprechweise: Eine Variable wird durch eine Zahl ersetzt.

3. Bei der Beschreibung von Sachsituationen treten Terme mit Variablen immer dann auf, wenn die gleiche Situation für verschiedene Zahlenangaben bearbeitet werden soll. Zur Veranschaulichung des Rechenweges sollte (oder ist) dem Schüler der Rechenbaum bekannt sein. Von nun an soll er im zunehmendem Masse Terme zur Beschreibung verwenden. Rechenpläne sollten aber immer wieder zur Erläuterung von Termen herangezogen werden.

Mögliche Aufgabenstellungen

a) Summe, Differenz, Produkt und Quotient sind Terme. Ordne die Ausdrücke nach Summe, Differenz, Produkt und Quotient!

$$x + 3,25 \quad 7 - 5 \quad 48 : 12 \quad 14,6 - 0,8$$

$$22,4 \cdot 4 \quad x - 8 \quad 14 \cdot 4 \quad 24,8 : 3$$

$$12 + 26 \quad y : 6 \quad x \cdot 25 \quad 13,5 + x$$

b) Drei Beispiele sind keine Terme. Finde sie!

$$5 + 17 \quad 14 + x \quad \frac{3}{4} = 0,75 \quad 15 \neq 25$$

$$2 < 5 \quad 1025 \quad (14 - 5) \cdot 3 \quad x : 12$$

c) Schreibe mit Rechenzeichen:

Produkt aus 12 und 19,8

das fünffache von 0,75

den siebten Teil von 217 vermindert um 6

x um 5 vergrößert

d) Ein Term ist zu finden, der bei Ersetzen der Variablen durch die Zahlen 1, 2, 3, 4 die Zahlen 3, 5, 7, 9 ergibt.

1.2. Terme mit Klammern

Didaktische Hinweise:

1. Bei bestimmten Aufgabenstellungen genügt es nicht, die Zahl- und Operationszeichen anzugeben, auch die Abfolge der Operation muss durch Klammern gekennzeichnet werden. Zur Hinführung und Begründung der Klammerschreibweise eignen sich Rechenpläne.

2. Damit Terme nicht durch Klammern allzu unübersichtlich werden, hat man Klammereinsparungsregeln vereinbart:

– Treten in einem Term nur Operationen der gleichen Art auf, so darf man die Klammern weglassen. Wenn die Operation dem Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz) genügt, so kann man z.B. in $5 + (6 + 7)$ und $5 \cdot (6 \cdot 7)$

die Klammern weglassen, da $5 + (6 + 7) = (5 + 6) + 7$ und $(5 \cdot 6) \cdot 7 = 5 \cdot (6 \cdot 7)$ ist.

– Durch die Vereinbarung, dass \cdot und $:$ stärker bindet als $+$ und $-$ (kurz: Punktrechnung geht vor Strichrechnung), sind in Termen der Art

$3 + (4 \cdot 9)$ und $(5 \cdot 3) - (16 \cdot 4)$ die Klammern überflüssig.

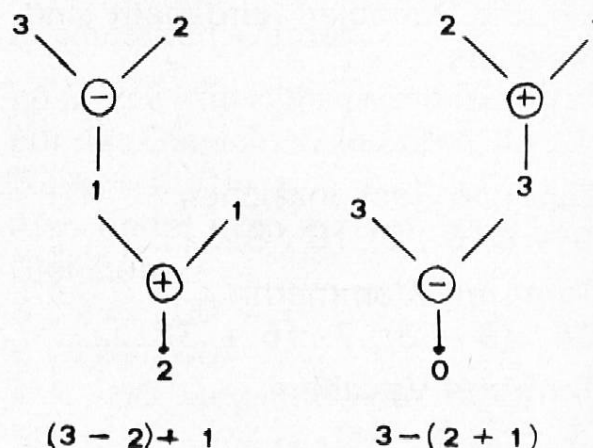
– Manchmal wird auch folgende Regel verwendet: Stehen in einem Term keine Klammern, so sind die Operationen in der Reihenfolge von links nach rechts auszuführen.

In den Ausdrücken $552 - 318 - 83$ und $366 : 6 : 122$ sind demnach keine Klammern erforderlich.

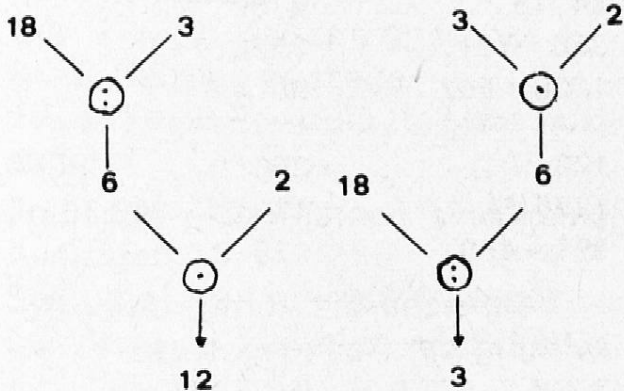
Bei Termumformungen kann diese Regel zu erheblichen Schwierigkeiten führen; von einer Verwendung in der Gleichungslehre ist daher abzusehen.

Verwirklichung in der Schule

1. Die Terme $(3 - 2) + 1$ und $3 - (2 + 1)$ bestehen aus den gleichen Zahlen und Rechenzeichen, haben aber verschiedene Werte. Anhand dieser Aufgabenstellung kann die Bedeutung und Wirkung von Klammern verdeutlicht werden.



2. Die Terme $(18 : 3) \cdot 2$ und $18 : (3 \cdot 2)$ haben nicht den gleichen Wert. Am Rechenplan kann diese Feststellung überprüft werden.

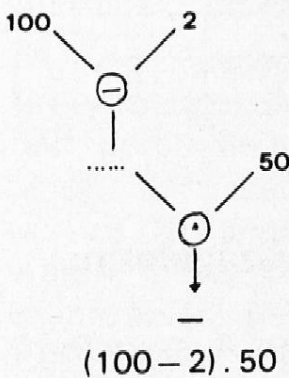


$$(18 : 3) \cdot 2$$

$$18 : (3 \cdot 2)$$

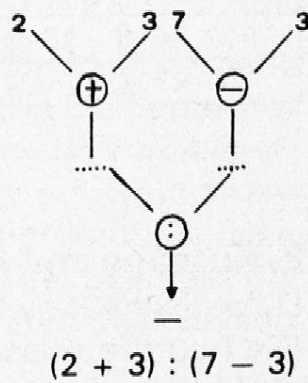
3. Zu vorgegebenen Rechenplänen sind die Terme anzugeben. Durch das Setzen von Klammern ist festzulegen, was zuerst gerechnet werden muss.

a.)



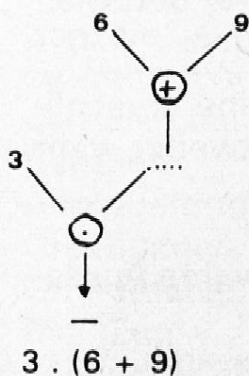
$$(100 - 2) \cdot 50$$

c.)



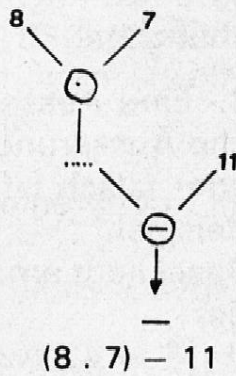
$$(2 + 3) : (7 - 3)$$

b.)



$$3 \cdot (6 + 9)$$

d.)



$$(8 : 7) - 11$$

4. Zu einem vorgegebenen Term sind Rechenpläne zu erstellen, anschließend ist der Term auszurechnen.

$$(12:6) - 4 \quad (8-4) - 3 \quad (4 \cdot 6) - (2 \cdot 7)$$

$$(8 \cdot 9) - 44 \quad (24:3) + 11 \quad (36:3) + (8:2)$$

Erkenntnis:

Was in Klammern steht, wird zuerst gerechnet. Punktrechnung (· und :) geht vor Strichrechnung (+ und -).

Termbestimmung

Ein Term erhält seinen Namen durch die zuletzt ausgeführte Operation. Der Term $(3 + 5) \cdot (6 - 3)$ ist ein Produkt, da zuletzt multipliziert wird.

Die folgenden Terme sind nach Summe, Differenz, Produkt und Quotient zu ordnen.

$$4 + 15 + 4,6 \quad (8 - 2) : (5 - 1) \quad (24 - 1) - 9$$

$$6 \cdot 2 + 17 \quad 7 \cdot 2,25 - 4 : 0,5 \quad 2,5 \cdot 4 \cdot 10,5$$

$$24 : 6 - 4 \quad (8 - 3) \cdot (7 + 3) \quad (0,4 - 0,2) \cdot 8$$

1.2. Wertgleiche Terme

Didaktische Hinweise:

1. Terme ohne Variablen (Zahlterme) nennt man wertgleich, wenn sie die gleiche Zahl bezeichnen. Wertgleichheit ist hier nur ein anderer Ausdruck für Gleichheit.

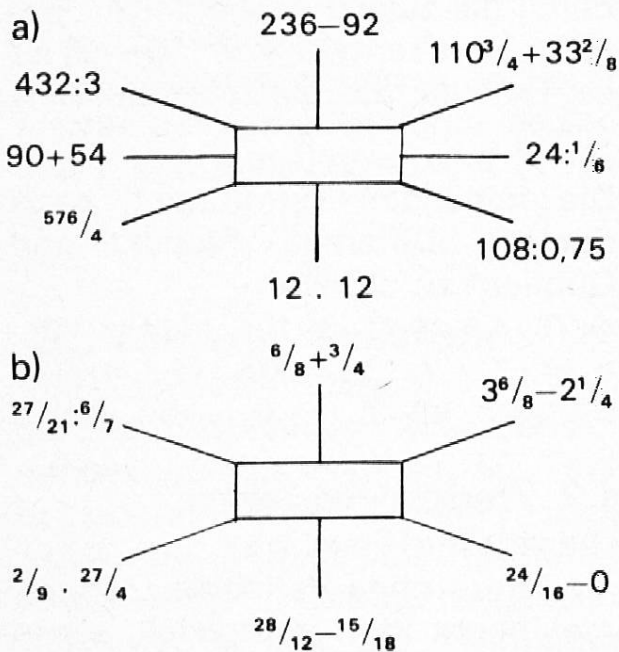
2. Zwei Terme mit der gleichen Variablen nennt man wertgleich oder äquivalent, wenn sie bei jeder Ersetzung der Variablen die gleiche Zahl bezeichnen, z.B. $3 \cdot x$ ist wertgleich mit $x + x + x$

Mit Hilfe des Gleichheitszeichens kann man dies auch so ausdrücken: Es gilt: $3 \cdot x = x + x + x$ für alle Ersetzungen von x durch Zahlen. Der Ausdruck «für alle Ersetzungen von x

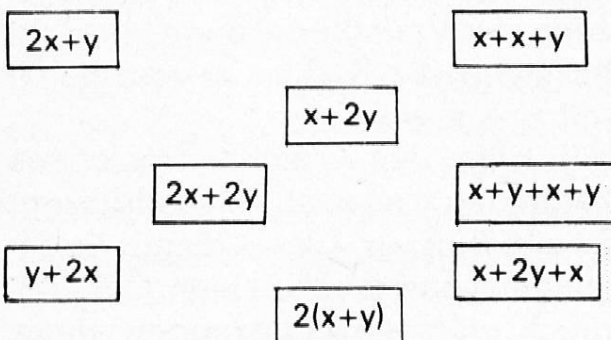
durch Zahlen» wird meist fortgelassen und muss aus dem Zusammenhang, in dem die Gleichung $3 \cdot x = x + x + x$ auftritt, ergänzt werden. Die Wertgleichheit von $3 + x$ und $x + 3$ ergibt sich z.B. aus dem Vertauschungsgesetz der Addition, das besagt: Für alle Ersetzungen von a und b durch Zahlen gilt: $a + b = b + a$. Setzt man hier $a = 5$ und $b = x$, so ergibt sich: Für alle Ersetzungen von x durch Zahlen gilt: $5 + x = x + 5$

Verwirklichung in der Schule

– Verschiedene Terme können die gleiche Zahl bezeichnen.



– Verbinde gleiche Terme durch Pfeile



– Zwei Zahlen werden durch 12 verschiedene Terme dargestellt. Die Terme sind zu berechnen und wie bei den ersten Beispielen (a und b) zu einem «Stern» zusammenstellen.

24 · 18	8 · 56
356 + 76	3136 : 7
1000 – 552	96 · 4,5
128 · ⁷ / ₂	256 · ⁴ / ₇
1296 : ⁶ / ₂	128,64 + 303,36
891 – 459	128 · 3,5

– Vergleiche die Terme unter Beachtung der Rechengesetze.

$$3,7 \cdot 4,2 + 3,7 \cdot 5,3 \quad (\frac{3}{8} - 2) \cdot \frac{7}{4}$$

$$82,2 + \frac{3}{7} \quad \frac{3}{14} \cdot 5$$

$$3,7 \cdot (4,2 + 5,3) \quad \frac{3}{8} \cdot (2 \cdot \frac{7}{4})$$

– Die Terme $6x + 4x$ und $5 \cdot 2x$ und $10x$ sind wertgleich. Welche Zahl man auch für x einsetzt, es kommt immer das gleiche Ergebnis heraus.

x	1	15	0,6	11,7
$6 \cdot x + 4 \cdot x$	6 + 4	90 + 60		
$5 \cdot 2 \cdot x$	10			
$10 \cdot x$				

2. Aussage und Aussageform

Didaktische Hinweise:

Die Begriffe Aussage, Aussageform und Lösungsmenge sind den Schülern schon bekannt. Sie werden hier wiederholt und vertieft, um eine Verständnisgrundlage für den Gleichungsbegriff zu schaffen.

1. Eine Aussage ist eine sprachliche Äußerung, die entweder wahr oder falsch ist.

Beispiel:

Basel liegt am Rhein (wahre Aussage)

$6 \cdot 7 = 42$ (wahre Aussage)

17 ist eine Primzahl (wahre Aussage)

$5 < 8$ (wahre Aussage)

Paris ist die Hauptstadt der Schweiz (falsche Aussage)

$5 + 7 = 35$ (falsche Aussage)

$5 > 8$ (falsche Aussage)

17 ist keine Primzahl (falsche Aussage)

Folgende Äusserungen sind keine Aussagen:

Sei ruhig! Lauf schnell! Wie spät ist es? Anna ist hübscher als Brigitte.

2. Eine Aussageform erhält man, wenn in einer Aussage Variablen zu ersetzen sind.

Beispiel:

Aussage: Genf ist eine Stadt in der Schweiz

Aussageform: x ist eine Stadt in der Schweiz.

Aussage: $4 \cdot 5 > 12$

Aussageform: $x \cdot 5 > 12$

Zu einer Aussageform gehört eine Grundmenge, die alle Elemente enthält, durch die man die Variable ersetzen darf. Geeignete Grundmengen zu den angeführten Beispielen wären: Alle Städte der Schweiz, die Bruchzahlen, die natürlichen Zahlen

3. Ist eine Aussageform zusammen mit einer Grundmenge gegeben, so kann man nach allen Elementen fragen, die bei Ersetzung der Variablen zu wahren Aussagen führen; sie bilden die Lösungsmenge.

Beispiele:

Aussageform: x ist eine Stadt in Graubünden.

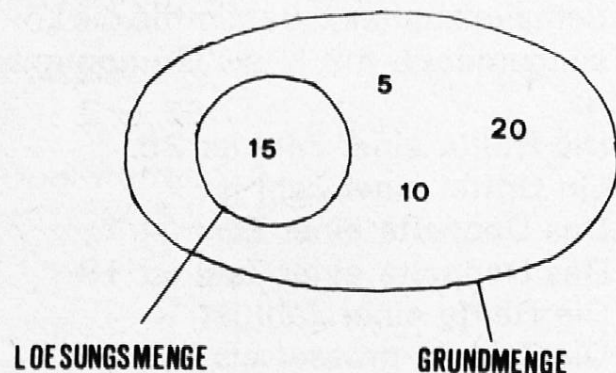
Grundmenge: Chur, Ilanz, Davos, Biel, Zug

Lösungsmenge: Chur, Ilanz, Davos

Aussageform: $x - 5 = 10$

Grundmenge: (5, 10, 15, 20)

Lösungsmenge: (15)



2.1. Mögliche Aufgabenstellungen

a) Aussageform	x	Aussage	
$2x = 3$	1	$2 = 3$	falsch
$3x + 4 = 10$	2	$6 + 4 = 10$	wahr
$x + 1 = 1$	0		
$x + 2 = 5$	3		
$3 = x + 4$	5		

b) Aussageform	x	Aussage	
$2x + 3 = 5$	1		
$3x \cdot x = 12$	4		
$2x + 1 < 10$	2		
$5x < x + 8$	1		
$3x - 7 \leq 10$	5		
$x^2 \neq x$	2		
$2x \leq x \cdot x$	3		

c) Welche Ausdrücke sind Aussageformen?

$5 + x \leq 60$ Grundmenge: (10, 20,)

$3 \cdot x$ Grundmenge: (1, 2, 3,)

$2 \cdot x$ ist gerade Grundmenge: (1, 2, 3,)

$5 + x$ Grundmenge: (1, 2, 3, 4, 5)

Addiere x Grundmenge: (2, 3, 4, 5, 6)

2. $x = 4$ Grundmenge: (1, 2, 3, 4, 5)

d) Schreibe als Aussageform mit dem Platzhalter x . Bestimme die Lösungsmenge mit \mathbb{N} als Grundmenge.

Die Hälfte einer Zahl ist 25.

Ein Drittel einer Zahl ist 7.

Das Doppelte einer Zahl ist 1.

Das Doppelte einer Zahl ist 18.

Die Hälfte einer Zahl ist 1.

Die Zahl ist grösser als 17.

Verzehrt man eine Zahl um 7, so erhält man 23. Vermindert man das Doppelte einer Zahl um 1, so erhält man drei.

Gleichungen und Ungleichungen mit Variablen sind Aussageformen. Belege die Platzhalter so, dass wahre Aussage entstehen. Beachte, dass es zu manchen dieser Aussageformen mehrere richtige Möglichkeiten gibt. Probiere nur mit ganzen Zahlen.

$$35 + 24 = x$$

$$25 + y = 39$$

$$z + 14 = 103$$

$$36 + x \leq 40$$

$$y + 10 < 15$$

$$27 \cdot 6 = x$$

$$27 \cdot y = 162$$

$$z \cdot 6 = 162$$

$$24 \cdot z \leq 120$$

$$y \cdot 16 < 120$$

$$126 - 49 = x$$

$$126 - y = 68,5$$

$$z - 49 = 63$$

$$36 - x \leq 30$$

$$y - 10 \leq 5$$

$$144 : 1,2 = x$$

$$144 : y = 12$$

$$Z : 12 = 12$$

$$148 : x < 20$$

$$y : 125 \leq 8$$

3. Gleichungen und Ungleichungen

Didaktische Hinweise:

1. Setzt man zwischen zwei Terme ein Gleichheitszeichen, so entsteht eine Gleichung. Gleichungen treten

in sehr unterschiedlichen Bedeutungen auf.

Beispiel: $4 \cdot 2 = 8$,

Vertauschungsgesetz $a + b = b + a$,
 $x + 2 = 6$ Lösungsmenge?

Die erste Gleichung sagt aus: 4 · 2 und 8 sind die Namen für die gleiche Zahl. Das zweite Beispiel besagt, dass $a + b$ und $b + a$ bei jeder Ersetzung von a und b durch Zahlen die gleiche Zahl bezeichnen. Im dritten Beispiel wird nach der Lösungsmenge der Aussageform $x + 2 = 6$ gefragt. In diesem Fall spricht man von einer Bestimmungsgleichung. Die verschiedenen Bedeutungen werden im Unterricht nicht durch eine besondere Symbolik kenntlich gemacht. Sie ergeben sich zwanglos aus dem Zusammenhang. Bei den Aufgabenstellungen für die Schüler wird der Begriff Gleichung fast nur im Sinne der Bestimmungsgleichung verwendet.

2. Setzt man zwischen zwei Terme eines der Zeichen $<$, $>$, \leq , \geq , \neq , so entsteht eine Ungleichung. Auch Ungleichungen treten in verschiedenen Bedeutungen auf.

Beispiel:

$$7 < 8$$

Wenn $a < b$ gilt, dann folgt $a + c < b + c$

$x + 2 < 6$ Lösungen?

3. Das Lösen von Sachaufgaben mit Hilfe von Gleichungen geschieht nach folgendem Schema:

– Man fragt nach den Beziehungen, die zwischen der unbekanntem und der bekannten Grösse bestehen. Diese Beziehungen können oft graphisch dargestellt werden, z.B. durch eine Skizze oder einen Rechenplan.

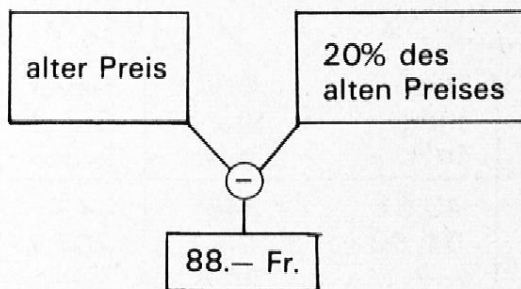
- Für die unbekannte Grösse wird ein Name eingeführt. die Beziehungen werden in einer Gleichung (ohne Variable) formuliert.
- Man ersetzt den Namen der unbekanntes Grösse durch eine Variable und lässt mögliche Grössenbezeichnungen weg. Man erhält eine Bestimmungsgleichung.
- Die Gleichung wird gelöst.
- In der Antwort werden die Grössenbezeichnungen wieder berücksichtigt.

Beispiel: Die Preisreduktion beträgt 20%. Die Rechnung beläuft sich auf Fr. 88.—. Alter Preis?

a)

88.— Fr.	20% des alten Preises
----------	-----------------------

b)



c) a steht für alten Preis

$$88 \text{ Fr.} = a - \frac{20}{100} \cdot a$$

$$d) 88 = x - \frac{20}{100} \cdot x$$

$$e) 88 = (1 - \frac{20}{100}) \cdot x$$

$$\frac{88 \cdot 100}{100} = \frac{80}{100} \cdot x$$

$$x = \frac{88 \cdot 100}{80} = 110$$

f) Der alte Preis beträgt 110.— Fr.

3.2. Mögliche Aufgabenstellungen

- Lösung von Gleichungen mit Hilfe von Gegenoperatoren (= Umkehroperatoren)

Beispiel:

$$x + 5 = 12$$

Operatormodell

$$x \xrightarrow{+5} 12$$

$$\xleftarrow{-5}$$

Beispiel:

aus der Geometrie: Ein Spielplatz hat einen Umfang von 286 m und eine Breite von 63 m. Wie lang ist der Spielplatz?

Formel: $(l + b) \cdot 2 = u$

$$\text{Gleichung: } (x + 63) \cdot 2 = 286$$

$$\text{Operator: } x \xrightarrow{+63} \cdot 2 \rightarrow 286$$

Gegenoperator:

$$x \xrightarrow{+63} \cdot 2 \rightarrow 286$$

$$\xleftarrow{-63} \div 2 \rightarrow x = 80 \text{ m}$$

Löse die Gleichungen mit Hilfe von Gegenoperatoren!

$$x: 2,8 - 6,25 = 2,5 \quad x \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{11}{10}$$

$$x: \frac{14}{5} + \frac{5}{6} = 1 \quad x \cdot 0,05 + 700 = 1500$$

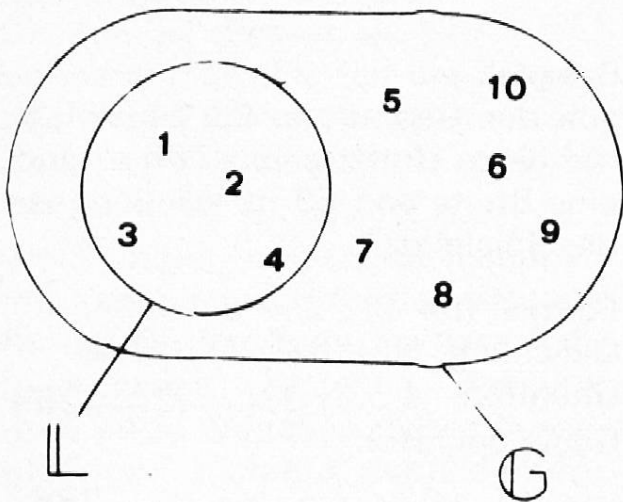
$$(x + \frac{3}{4}) \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{8} \quad (y - 143,8) : = 1000$$

$$0,6y + 45 = 47,1 \quad (5 + x) : \frac{3}{4} = 12$$

- Lösen von Ungleichungen durch sukzessives Einsetzen

Alle Elemente der Grundmenge werden nacheinander in die Aussageform eingesetzt. Man erhält wahre oder falsche Aussagen. Alle Elemente der Grundmenge, für die sich eine Aussage ergibt, werden zur Lösungsmenge zusammengefasst.

Grundmenge: $G = (1, 2, 3, 4, \dots, 10)$		
Aussageform: $x + 5 < 10$		
x	$x + 5 < 10$	wahr/falsch
1	$1 + 5 < 10$	w
2	$2 + 5 < 10$	w
3	$3 + 5 < 10$	w
4	$4 + 5 < 10$	w
5	$5 + 5 < 10$	f
6	$6 + 5 < 10$	f
7	$7 + 5 < 10$	f



$$L = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$L \subset G$$

– Lösen von Gleichungen durch Termvergleich

$x + 5 = 12$ $x + \textcircled{5} = 7 + \textcircled{5}$ $x = 7$	$x - 7 = 13$ $x - \textcircled{7} = 20 - \textcircled{7}$ $x = 20$
$x \cdot 3 = 15$ $x \cdot \textcircled{3} = 5 \cdot \textcircled{3}$ $x = 5$	$x / 5 = 7$ $x / \textcircled{5} = \frac{7 \cdot \textcircled{5}}{\textcircled{5}}$ $x = 35$

3.3. Übungen

- Addiert man zu einer Zahl 38, so erhält man 83. Zeichne eine Skizze und stelle eine Gleichung auf.
- Subtrahiert man von einer Zahl 216, so erhält man 35. Auch hier ist eine Skizze anzufertigen.
- Das 8fache einer Zahl beträgt 4,8. Wie heisst sie?
- Der 12. Teil einer Zahl beträgt 14. Stelle eine Gleichung auf und löse sie.
- Zu folgenden Operatormodellen sind Sachaufgaben zu formulieren, Gleichungen zu erstellen und die Lösung zu finden:

$+ 3,75$		$- x$	
Grundpreis in Fr.	Gesamtpreis in Fr.	Grundwert in Fr.	Barzahlung in Fr.
34,20	-----	16,85	14,90
-----	24,50	12,70	-----

$+ x$		$- 7,5$	
Verbrauch in Fr.	Rechnung in Fr.	Alter Stand in cm	Neuer Stand in cm
32,16	40,61	346	-----
-----	34,60	-----	207,2
27,90	-----	36,8	-----

z.B.
 $34,20 + 3,75 = x$
 $x + 3,75 = 24,50$

$\cdot x$		$\cdot x$	
Gewicht in Kg	Preis in Fr.	Fahrzeit in Std.	Weg in km
8	196.-	2	130
5	-----	-----	455
-----	269,50	5	-----

. 17,50	
Gewicht in kg	Preis in Fr.
3	-----
-----	131,25

: 0,7	
Vorrat in l	Anzahl Flaschen
11,2	-----
-----	24

z.B.

$$8 \cdot x = 196, x = \text{-----}$$

$$5 \cdot x = \text{-----} x$$

Ausblick

Als Fortgang dieser Arbeit folgt das Lösen von Gleichungen durch wertgleiches Umformen (Äquivalenz-

umformungen). Dabei wird die Regel benutzt, dass sich die Lösung einer Gleichung nicht ändert, wenn man auf beiden Seiten der Gleichung die gleichen Rechenoperationen ausführt (siehe 8. Klasse). Die auszuführenden Rechenoperationen muss der Schüler dann so wählen, dass die Variable auf einer Seite isoliert wird. Beim Lösen durch Termvergleich werden die Terme unter dem gleichen Gesichtspunkt zerlegt. Insofern wird hier bereits das systematische Lösen von Gleichungen vorbereitet.