

Zeitschrift: Jahrbuch der Historisch-Antiquarischen Gesellschaft von Graubünden
Herausgeber: Historisch-Antiquarische Gesellschaft von Graubünden
Band: 121 (1991)

Artikel: Das Rechenbuch des Wertema : eine Handschrift aus Plurs/Piuro vin 1593
Autor: Kahl, Günther
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-595754>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 05.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Das Rechenbuch des Wertema Eine Handschrift aus Plurs/Piuro von 1593

Günther Kahl

Das Rätische Museum in Chur konnte 1981 ein handgeschriebenes Rechenbuch erwerben, das in mehrfacher Hinsicht historisches Interesse verdient (Inv. H 1981, 248).

Dieses Rechenbuch stammt aus Plurs, jenem Flecken unweit von Chiavenna im unteren Bergell, der 1618 durch einen Bergsturz zerstört wurde. Bei dieser Katastrophe verloren damals fast alle Einwohner ihr Hab, Gut und Leben. Die früher von Plurs ausgehenden lebhaften Handelsbeziehungen zu den nördlichen Ländern Europas fanden damit ein jähes Ende und konnten auch in der Folgezeit nicht wieder neu belebt werden.

In der Erinnerung an das schicksalhafte Ereignis des Untergangs von Plurs vermischten sich über Jahrhunderte hinweg historische Fakten der Chronisten mit fabulierenden Deutungen einer volkstümlichen Überlieferung. Erst in den letzten Jahrzehnten hat sich die historische Forschung des Themas 'Plurs' angenommen.

In den 60er Jahren versuchte eine von schweizerischer und italienischer Seite getragene 'Associazione italo-svizzera per gli scavi di Piuro' durch Ausgrabungen und Erschliessung der historischen Quellen 'Licht über Plurs' zu bringen. Als letztes Ergebnis dieser Bemühungen liegt seit 1988 eine umfangreiche Publikation¹ vor, die Zugänge für weitere Forschungsarbeiten eröffnet. In diesen Zusammenhang gehört auch eine Würdigung des Rechenbuches von 1593, das hiermit der Öffentlichkeit vorgestellt werden soll.

Dieses Buch hat sich in dem einzigen unzerstört gebliebenen Palazzo der Familie Wertema² unbeschädigt erhalten. Es ist nicht nur ein Relikt aus den glücklichen Zeiten von Plurs, sondern auch ein besonders schönes Beispiel der deutschen Schreibkunst des 16. Jahrhunderts und schliesslich ein sehr seltenes Exemplar handgeschriebener deutscher Lehrbücher der Rechenkunde.

Die nachfolgende Studie versucht die historische Bedeutung der Handschrift wenigstens andeutungsweise aufzuzeigen sowie deren kalligraphische Schönheiten hervorzuheben, die auch heute noch nach nunmehr fast 400 Jahren beeindrucken.

Die Geschichte des Rechenbuchs

Im Zusammenhang mit den neueren Untersuchungen über Plurs konnte die Vergangenheit des Buches von seiner Entstehung bis heute fast lückenlos geklärt werden. Das Titelblatt enthält nicht nur die Jahresangabe 1593, sondern auch den Namen des ursprünglichen Besitzers Johann Baptista Wertema von Plurs, Sohn des Johann Franziscus Wertema (Abb. 2). Eine Miniaturdarstellung des Nürnberger Illuministen Georg Mack von 1597 nennt die Lebensdaten aller Familienmitglieder der Familie Wertema³. Danach war Johann Baptista am 17.9.1581 geboren und somit 12 Jahre alt, als das Buch für seine Ausbildung zum Kaufmann geschrieben wurde. Im Alter von 37 Jahren wurde er, wie die Quellen berichten, wie viele seiner Familie Opfer jenes Bergsturzes (Abb. 1).

Nach dem Tode des letzten Namensträgers der Stammfamilie Wertema im Jahre 1879 lebte im Palazzo Wertema, der durch jenen Bergsturz von 1618 nicht zerstört wurde, nur noch dessen Schwester Angelica mit ihrer kinderreichen Familie. Nachdem 1892 auch sie verstorben war, müssen sich die wirtschaftlichen Verhältnisse zunehmend verschlechtert haben. Es scheint damals schon zu gelegentlichen Verkäufen von Inventar gekommen zu sein; 1897 schliesslich wurde das gesamte Anwesen zum Verkauf angeboten⁴. Glücklicherweise fand sich einige Jahre später ein Mailänder Antiquar, der sich um die Erhaltung des historischen Objektes bemühte.

Unter den Verkäufen vor der Jahrhundertwende muss sich auch unser Rechenbuch befunden haben. Es wird 1898 in zwei bayerischen Zeitschriften als Dokument früheren Rechenunterrichtes erwähnt. Autor ist ein Pädagoge Josef Heigenmooser⁵, der in einem seiner Aufsätze das Buch sogar recht ausführlich beschreibt. In den folgenden Jahren erweckt das Rechenbuch auf Ausstellungen des Lehrerverbandes zwar das Interesse der Kollegen Heigenmoosers, aber dessen Versuche, es auch in Kreisen der Altertumsforschung bekannt zu machen, bleiben ohne Erfolg. Weder auf dem Gebiete der Paläographie der deutschen Schreibmeister des 16. Jahrhunderts noch auf jenem der Geschichte der Mathematik war die Zeit anscheinend reif für eine angemessene Bewertung dieses ungewöhnlichen Dokuments der Vergangenheit.

Hierzu mag allerdings auch beigetragen haben, dass Heigenmooser über den Verbleib des Buches allzu lange geschwiegen hatte. Erst 1908 enthüllte Paul Hennig⁶ in einem Ausstellungsbericht das bisher sorgsam gehütete Geheimnis Heigenmoosers, dass dieser selbst der Besitzer des Buches war. Er hatte es offensichtlich im Kunsthandel erworben.

Nach dem Tode Heigenmoosers (1921) kam das Buch mit anderen von ihm gesammelten Anschauungsmitteln zur Geschichte des Rechenunterrichtes in den Lehrmittelfundus seiner Lehrerbildungsanstalt. Von hier an verliert sich seine Spur, vor allem infolge der Kriegseignisse nach 1939. Erst 1969 taucht es dann

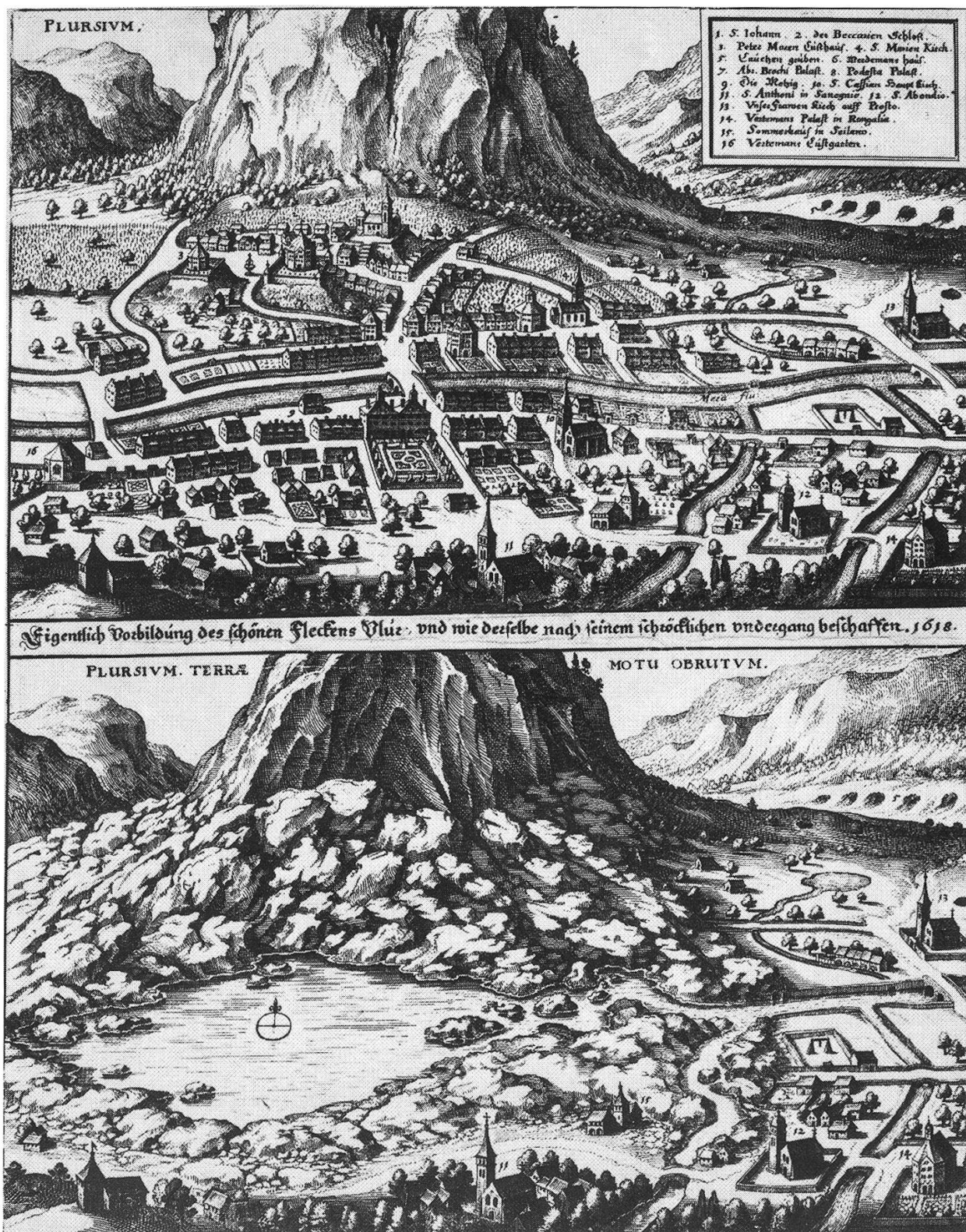


Abb. 1



Abb. 2

in den Nachrichten der Sektion Uto des Schweizer Alpen-Clubs mit einem Hinweis auf den Luzerner Kunsthandel wieder auf⁷.

Um diese Zeit muss es der amerikanische Privatsammler Robert Honeyman aus Kalifornien erworben haben, dessen Sammlung zusammen mit dem Plurser Rechenbuch im Jahre 1979 in London bei Sotheby Parke Bernet versteigert wurde⁸.

Der Aufmerksamkeit eines Schweizer Antiquars und der damaligen Leitung des Rätischen Museums in Chur ist es schliesslich zu verdanken, dass die schöne Handschrift wieder in den bündnerischen Kulturraum zurückkehrte, dem sie seit ihrer Entstehung von nunmehr fast vier Jahrhunderten angehörte⁹.

Das Buch und sein Inhalt

Handschrift, 8°, Masse: 195x155 mm, 193 Blatt ([1,2], 1–4, 4–190); Papier mit Wasserzeichen Ravensburg, Piccard, Türme Nr. 195 (1593). Bindung in Leinen nach 1979, früherer Einband braunes Leder; ursprüngliche Art der Bindung nicht mehr feststellbar. Der Schriftspiegel wird durch rote Linien festgelegt und markiert eine Fläche von ca. 160x113 mm, die jedoch von den kalligraphisch betonten Kopfzeilen und den Grossversalien oft überschritten wird.

Das Titelblatt stellt eine Portalarchitektur mit seitlichen Hermenfiguren, einer von Eroten begleiteten ovalen Mittelkartusche und Rollwerkornamenten dar (Abb. 2).

Im Hauptfeld in Goldschrift: Johan Baptista Wertema Von Plurs.

*Diss Rechen Buch Etwan Burgermaister gnant
Macht jedem all Exempel unnd Rechnung Gemein b.kan
Wie die zu machen und zu rechnen sein geschwind
Auff Regula Detri, Practica, Und andere Regel man hierin find,
Wie volgendes Register kürztlich thut Zeigen an,
Nach demselben man mag Vleissig nachsuchung than.*

In der unteren Sockelzone auf rotem Grund in Gold:

*Der ist recht Edel Den Adeln thut,
Kunst, Weißheit, Tugent, Mannesmut.
Dann zeitlich Ehr, Gelt, Gut, Pracht vergeht,
Aber Weißheit in Gott Ewig besteht.*

In oberer ovaler Kartusche auf blauem Grund in Gold:

Anno Domini 1593

Darunter in schwarzer Schrift ein Vierzeiler:

*Welcher vergangen ding betracht
Und Gegenwertiges hat in acht.
Auch zukünfftiges ermessen kan
Der ist Fürwar ein Kluger Man*

Ähnlich lehrhafte Sentenzen, die mit dem eigentlichen Inhalt eines Rechenbuches nichts zu tun haben, finden sich wiederholt. Hier deutet sich ein besonderes persönliches Verhältnis des Schreibers zum künftigen Besitzer seines Werkes an. Diese Texte sind für ein Rechenbuch jedoch so aussergewöhnlich, dass sie hier nicht übergangen werden können. Am Schluss des Vorwortes (Abb. 3) heisst es:

*Durch Sorg, Vleis, und Arbeit ein Jederman
das Schwerst auff Erden Lernen, und außrichten kan,
Unnd so du hast Lieb unnd Lust zwo Ding,
Das macht dir alle Arbeit Leicht und Ring.
Studier mit Vleis Solchs thut Bestehn,
Da sonst das Zeitlich wird Vergehn.
Darumb soll Kunst für alles Gelt
Den Preiß haben hie in dieser Welt.*

oder fol 28^v (Abb. 4):

*Wils also hiebei beruhen lassen. Dann wann du obgethane Lehr vleissig
studirst und verstehn lernest, So werden dir alle Kauffmans Rechnung
auff die Regel Detri, sonnder fürnemlich auch dieselben auff die Practica
zu rechnen, leichtlich ankommen.*

Am persönlichsten aber sind die Worte auf der letzten Seite, fol 190^v, mit denen unser Schreiber sein Werk beendet und es dem künftigen Besitzer überlässt (Abb. 5):

*Sey also hiemit Beschlossen. Und wiewol nit allein noch man-
cherlei Exempel, sonndern auch noch etliche Regeln, zu setzen weren
Dann die Arithmetica ist unaußgründlich. So ist doch hie nit mehr
Platz noch raum. Seind gleichwol die gebrauchlichsten, und nothwendigsten, auch lustig-
sten oben unnd hierinnen gesetzt, und gehandelt, Daraus ein vleissiger Schüler woll et-
was lernen, und begreifen mag, zusonderheit was täglich Handtierung belangt.
Damit dem gehörer dis Buchs in Gottes des Almechtigen Gnedigen Schutz Befehlende.*

Anstelle seines Namens, der an sich den Abschluss bilden sollte, setzt der Schreiber unter diesen Text ein aus Bändern und Flechtmustern symmetrisch feinausgewogenes Ornament und bewahrt damit die Anonymität des dienstbaren Geistes, der sein Werk mit innerer Anteilnahme bis zum Ende führte.

Der Name des Schreibers findet sich an keiner Stelle des ganzen Buches und ist somit wohl nie festzustellen. Fachkundige werden bei künftigen Untersuchungen angewiesen sein, Eigenheiten orthographischer und kalligraphischer Art, wie etwa *nhun*, *nhur*, *thun*, *-ai*, sowie die Verwendung fremdsprachlicher Begriffe, wie 'Resolvierung' und der später noch zu erwähnenden lateinischen Rechenoperationen, zu berücksichtigen.

Das Buch ist seinem inneren Aufbau nach als ein reines Lehrbuch mit Ausrichtung auf den kaufmännischen Bereich angelegt. So fehlen fast völlig Beispiele

empfel, vnd auffgaben, zu mancherley Handierung,
vnd Kauffmanschaften, vnd andern, wie sich das
Zutragen mag, gerechurt, vnd auffgeloest werden ze.

Da man nû in der Detri auch woel berichte, **S**o
nemb man zur Hand die Practica, darinnen alle ge-
schwindigheit, vnd Vortril, so in Rechnen zu brauchen
sind, gelehret werden. **D**aruff das selbig voe-
gen darnach an andere nützliche Künste vnd Liebliche
Rechnungen mehr. **S**ie dann solches volgeuts
in diesem Bürgermeister, oder Rechenbüch, ordentlich
nacheinander fürzulesen gehandelt wird, vnd zu sehen ist,

Durch Sorg, Fleis vnd Arbeit ein Jederman

Das Schwerste auß Erden Lernen vnd außrichten kan.

Vnd so du hast Lieb vnd Lust zu dem Ding,

Das macht dir alle Arbeit Leicht vnd Ding.

Studier mit Fleis, Solchs thut Bestehn.

Da sonst das Zeitlich wird, Vergehn.

Darumb soll Krün i für alles Welt

Den Preis haben hie in dieser Welt.

Stem 2 4 6 0 1 5 $\frac{7}{8}$ R 1. Dage 3. tre zu Divi,
denn durch 1 6 8.

Der 1 6 0. werden von 4. mal 6. 7. mal zusammen ge-
setzt, erstlich dividir durch 4. künm 61703. R. 3. p. 168.
vorn 3. R. dir habm mit sambt dem $\frac{7}{8}$ R 1. ka: 3. R 59.
daz 3. $\frac{1}{2}$. tre 4. in 59. hab ich 14. daz p. 168. vorn 3. daz
dir habm 12. tre daz 3. $\frac{1}{2}$. ist 15. $\frac{1}{2}$ durch 4. dividirt
bringt 3. tre p. 168. 3. $\frac{1}{2}$. übrig. Das ist $\frac{7}{8}$. nür tre, auß
diesm wird abg. $\frac{1}{2}$ daz ist dividirt mit 6. und das
volgert durch 7. so kumt den recht quotum, od es furt

Durch 4. 6. 7.	R	Dage tre
	2 4 6 0 1 5 $\frac{7}{8}$	1. 3.
4.	6 1 7 0 3	14. 3. $\frac{7}{8}$
6	1 0 2 8 3	14. 3. $\frac{77}{8}$
7	1 4 6 9	2. ka: 0. R $\frac{121}{330}$

Dies also hiebei beruhen lassen. Dann wann du obgethan legst vñ
studirst und versteh lernest, so werden dir alle dazumal
auff der Regel Detti. Von der fürnemblich auch dieselben auff die Practica
zu rechnen leichtlich antommen. Dann hierin der recht grund
und fundamēt der selben gelegt ist. Wie dann volgert in Copu-
peln wird zursich und zuegreiffen sein

der sogenannten Unterhaltungsmathematik. Es vermeidet auch theoretische Erörterungen, gibt aber genügend Erklärungen und Rechenbeispiele für den Selbstunterricht.

Die Bedeutung dieses Rechenbuches als Dokument der deutschen Schönschreibkunst des 16. Jahrhunderts und der gleichzeitigen Verbreitung fortschrittlicher Allgemeinkenntnisse in angewandter Mathematik zeigen die folgenden Abschnitte.

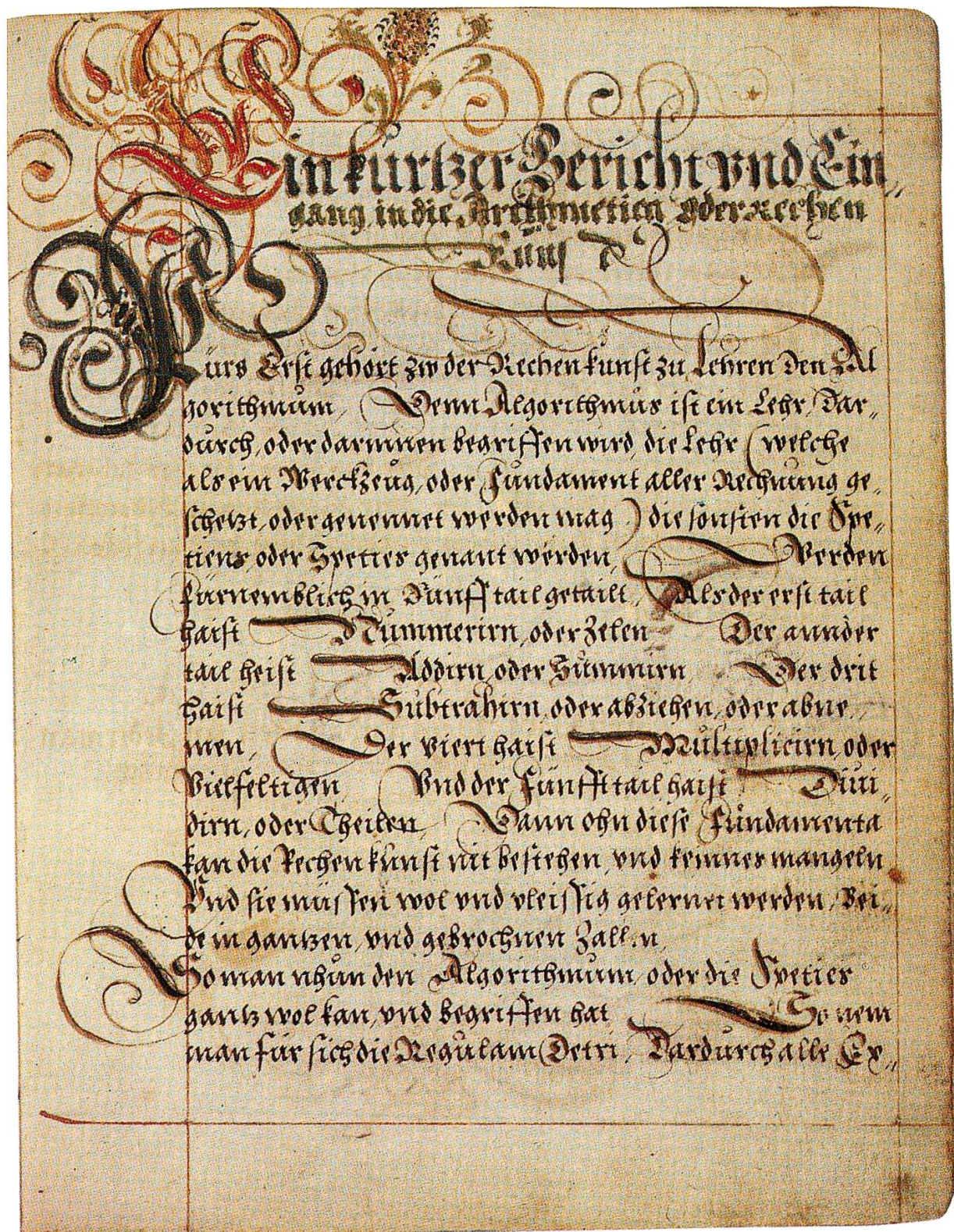
Zur Schönschreibekunst

Stilistische Vergleiche auf dem Gebiet der Kalligraphie des 16. Jahrhunderts vorzunehmen, stösst auf einige Schwierigkeiten, da von den bedeutendsten Meistern dieser Kunst so gut wie keine signierten und damit gesicherten Werke vorliegen. Urkunden, Briefe aus städtischen Kanzleien an hochgestellte Persönlichkeiten, die man den besten Schreibern anvertraut hatte, weisen ebenfalls keine Signatur des Schreibers auf. Lehrbücher der Schreibkunst grosser Meister, wie etwa von Johann Neudörffer d.Ä., entstanden meist in Kupferstichtechnik. In dieser Technik können der einzigartige Schwung einer mit leichter Feder gezogenen Linie sowie die Übergänge vom haarfeinen Strich über eine zuweilen noch gekrümmte Schwellung und das Decrescendo zurück zum dünnen Verlöschen aber nur unvollkommen wiedergegeben werden.

Man vergleiche aus einer Mustervorlage für das Schreiben z.B. verschiedene Buchstaben aus dem Schreibkunstbuch des Anton Neudörffer¹⁰ von 1601 mit gleichem Versal D mit der geschriebenen Form des gleichen Buchstabens auf Blatt [2^r] unseres Rechenbuches (Abb. 6). Auf diesem wird die geschwungene Linie durch ein begleitendes Rot noch verstärkt und gewinnt sozusagen einen 'Doppelklang'.

Diese und die folgende Seite (Abb. 3), auf der sich das Motiv der farbigen Untermalung einzelner Buchstaben ständig wiederholt, sind kalligraphisch wohl die schönsten des ganzen Buches. Darin wird die Tradition der Neudörffer-Schule deutlich. Einen weiteren Hinweis in diese Richtung enthalten die im Abschnitt der sogenannten 'Resolvierung' auftretenden überlangen Versalien des grossen 'J', die in Verbindung mit der häufigen Verwendung in dem Wort 'Item' im gesamten Rechenbuch zum kalligraphischen Leitmotiv werden.

Die zusätzliche drucktechnische Funktion eines Versals ist eine Erfindung des älteren Johann Neudörffer. Sein Musterblatt¹¹ trägt sein Monogramm und die Jahreszahl 1543. Die auf dem gleichen Blatt stehende Erklärung lautet: *'Diese fünfferley arthen J werden genomen/und braucht nachdem ein Schrift von buchstaben/starck, brait, mager, kurtz oder lang ist/dann die Versal müssen mit den kleinen/buchstaben gericht und proportioniert werden'* (Abb. 7).



56

Diese Proportionierung ist in der 'Resolvierung' auf fol 29^r bis 32^r im Wertema-Rechenbuch exemplarisch ausgeführt.

Die ständige Wiederholung von 'Item' gab dem Schreiber des Rechenbuchs die Gelegenheit, den Versal 'J' über 400mal in unterschiedlichsten Grössen und Abwandlungen zu gestalten. An den Kapitelanfängen der einzelnen Rechnungsbeispiele konnte er seine ganze Kunstfertigkeit in den übergrossen J-Versalien zeigen, die mit ihren besonders reich ausgeführten Schwüngen bis auf die gegenüberliegende Buchseite reichen (Abb. 8). Mit all diesen phantasievollen Varianten vermied es der Schreiber, mit einem allzu eintönigen Schriftbild den Leser zu ermüden.

Ob anhand dieser Beobachtungen der Schreiber Anton Neudörffer sein könnte, soll den hierfür zuständigen Kennern der Materie überlassen bleiben. Die wenigen uns überlieferten Daten aus seinem Leben¹² nennen nach Lehr- und Wanderjahren einen Aufenthalt in Italien, nach seiner Rückkehr in die Stadt seiner Vorfahren Nürnberg dann die Herausgabe eines Rechenbuchs im Jahre 1599¹³. Dieses Werk enthält jenes System mit dem Proportionieren durch langgezogene J-Versalien und ebenso das Wort 'Resolvierung'. Es unterscheidet sich aber vom Inhalt her, wie wir später sehen werden, doch sehr vom Rechenbuch des Wertema.

Der Algorithmus

Der mathematisch-didaktische Inhalt der Handschrift steht unter dem Motto auf Blatt [2^r] (Abb.6): *'Fürs Erst gehört zu der Rechenkunst zu Lehren den Algorithmum'*. Unter diesem, vom Namen des persischen Mathematikers al Chwarismi abgeleiteten Begriff wurden im 15. und 16. Jahrhundert in den europäischen Ländern die allgemein bekannten und angewandten Rechenregeln zusammengefasst. Daher beginnt unser Lehrbuch zunächst auch mit der Abhandlung der Grundrechnungsarten für ganze Zahlen und Brüche. Einige schematische Zeichnungen und Zahlenbeispiele begleiten den erklärenden Text. Der Autor führt dabei verschiedene in der Praxis gebräuchliche Rechenmethoden vor. In einigen Fällen gibt er - offensichtlich als Empfehlungen fortschrittlicher Neuerungen - Hinweise besonderer Art, wie z.B. auf Blatt 5^r: *'Hernach volgen etliche Besondere und zum tail künstliche Multiplicirn, Da man nichts im Sinn behalten darff'*.

Es folgt ein Abschnitt über die Bedeutung der Regel Detri, weil der Dreisatz gewissermassen das Kernstück kaufmännischen Rechnens ist und daher in den verschiedensten Anwendungen beherrscht werden muss. Unter dem Begriff der 'Resolvierung' wird schliesslich mit einer Erklärung der unterschiedlichen Mass-, Gewichts-, Münz- und Mengeneinheiten die Grundlehre abgeschlossen¹⁴.

Den Hauptteil des Buches bilden dann von Blatt 33 an bis zum Schluss praktische Übungen aus den Anwendungsbereichen der Kaufmannspraxis. In den

Untertiteln der einzelnen Kapitel mischen sich die zu jener Zeit bereits allgemein bekannten Ausdrücke einer deutschen Fachsprache mit fremdsprachlichen Bezeichnungen, deren Herkunft aus dem lateinisch-italienischen Raum ersichtlich ist, wie z.B. Regula cecis oder virginum, Regula alligationis, Regula quadrata und cubice, Regula conversa und Regula falsi¹⁵.

Für die historische Einordnung eines Rechenbuches dieser Zeit wird die Wandlung der Fachsprache ein Indiz sein und daher besondere Beachtung verdienen. Im deutschen Sprachgebiet war im 16. Jahrhundert der meist gebrauchte Begriff für eine fortschrittliche Rechenweise und ihre Anwendung die 'welsche Praktik'. Sie hat sich über fast ein Jahrhundert als Werbeträger für zahlreiche Autoren von Rechenbüchern erwiesen, obgleich deren Erzeugnisse zuweilen von einem wirklichen Fortschritt weit entfernt waren.

Das Rechenbuch des Wertema steht einerseits in der Linie der von den Rechenmeistern traditionell geführten Unterrichtseinrichtungen, bemüht sich aber andererseits ausschliesslich um die Bindung an die Praxis des Kaufmanns. Zudem war dieses Buch für einen einzigen Schüler bestimmt, dem der tägliche Umgang mit dem Lehrer und den Mitschülern versagt war. Es musste daher vor allem für das Selbststudium geeignet sein. Der Verfasser der Handschrift hat gerade diesem Umstand in besonderer Weise Rechnung getragen. Dazu gehören nicht nur die erklärenden Texte, sondern vor allem die unzähligen Rechenbeispiele, die alle mit dem vollständigen Verlauf der Rechenoperationen dargestellt werden. Gerade darin unterscheidet sich dieses Lehrbuch von zahlreichen anderen seiner Zeit, die meist nur die Aufgabe nennen und das Ergebnis unmittelbar folgen lassen.

Als ein Beispiel dieser Art muss das von Anton Neudörffer 1599 herausgebrachte Rechenbuch genannt werden. So sehr Neudörffer für die kalligraphische Ausführung unseres Rechenbuches in Frage zu kommen scheint, so wenig wird man ihn für den mathematischen Inhalt in Anspruch nehmen können, es sei denn, er hätte unter der Mitwirkung eines mathematisch und pädagogisch versierten Rechenmeisters gearbeitet oder ein gedrucktes Vorbild benutzt. Ein solches müsste sich aber von den bisher bekannten deutschen Rechenmeisterbüchern in wesentlichen Dingen sehr unterscheiden. Dieser Frage kann, da uns ein Buch dieser Art nicht bekannt ist, hier nicht nachgegangen werden. Statt dessen muss jedoch noch auf einige Besonderheiten der Wertema-Handschrift hingewiesen werden, denen dieses Buch seine ungewöhnliche historische Bedeutung verdankt. Es sind dies die darin vorgeführten verschiedenen Divisionsmethoden, die ältere sogenannte 'Überwärtsdivision' und ihre bildliche Darstellung in Form einer Galeere sowie die modernere 'lange Division'.

Die Überwärtsdivision

Dieser in der deutschen Sprache etwas unbeholfene Ausdruck bezeichnet eine bereits bei den Indern bekannte und seitdem in allen europäischen Kulturen angewandte Divisionsmethode.

Ursprünglich wurde sie auf einem Staubbrett oder einer Sandtafel ausgeführt. Hierbei konnten die im Verlaufe einer längeren Operation nicht mehr benötigten Ziffern durch Wegwischen entfernt werden, so dass am Ende nur noch das Ergebnis, der Quotient, sichtbar blieb. Dieses eindrucksvolle Verfahren war nicht mehr möglich, wenn man es mit Tinte auf Papier schreiben oder gar drucken wollte. Auf Papier konnten die Zeichen nur durch Durchstreichen gelöscht werden. Die im weiteren Verlauf der Operationen auftretenden Teilprodukte mit der darauffolgenden Subtraktion mussten im Kopf gerechnet, das Zwischenergebnis teilweise sogar in verschiedenen Ebenen niedergeschrieben und die nun nicht mehr benötigten Zahlen durchgestrichen werden. So ergab sich ein verwirrendes Zahlengemisch, in dem sich nur der besonders Geübte zurecht fand.

Die deutsche Fachliteratur ist sich darin bis heute unwidersprochen einig, dass diese Rechenmethode unübersichtlich und schwülstig, das Aufsuchen eines Rechenfehlers ohne Wiederholung des ganzen Rechengangs unmöglich war und dass man sich wundern müsse, dass sich eine solch umständliche Divisionsausführung über anderthalb Jahrtausende gehalten hat¹⁶.

Diese Kritik ist sicher zutreffend, aber nur für unser heutiges, durch eine grundsätzlich andere mathematische Praxis bedingtes Denken. Das zähe Festhalten an dieser in den verschiedensten Kulturen geübten Divisionsart lässt sich leicht erklären, wenn man erkennt, dass das 'Auslöschen' im ursprünglichen Sinne weiterhin praktiziert wurde, auch wenn kein Staubbrett mehr benutzt wurde. Leonardo von Pisa (um 1200) z.B. empfiehlt das Arbeiten auf einer Tafel, auf der die Zeichen leicht gelöscht werden können, 'in tabula dealbata in qua litterae leviter deleantur'. Auch Jacob Köbel schreibt noch 1564 'mit der Kreiden oder Schreibfedern zu rechnen'¹⁷. Man sieht, dass die Methode des Auslöschens sich über Jahrhunderte hielt und dass beide Methoden, das Auslöschen und das Durchstreichen, nebeneinander benutzt wurden, was natürlich auch zu einer sicheren Beherrschung des 'Durchstreichverfahrens' geführt haben mag. In unseren Tagen ist das Auslöschen auf einer Schiefertafel, für welches die Engländer die treffende Bezeichnung 'scratch method' haben, noch immer möglich¹⁸.

Ein Vertreter der Überwärtsdivision ist der Autor unseres Rechenbuches von 1593, in dem alle Divisionen im praktischen Teil in dieser Form ausgeführt sind¹⁹.

Die Galeere

In engem historischem Zusammenhang mit der Überwärtsdivision stehen in italienischen Rechenbüchern des späten 15. Jahrhunderts und der Folgezeit die Galeerenabbildungen, von denen unser Rechenbuch auf Blatt 9^r ebenfalls ein Beispiel enthält (Abb. 9). Zur bildhaften Darstellung dieser Divisionsmethode werden die nach oben spitz zulaufenden Zahlenreihen in die Flächen der aufgespannten Segel eines Schiffes eingetragen und nach dem Verlauf der einzelnen Operationen mittels Durchstreichen gelöscht.

Das Motiv entstand vermutlich in der Seefahrerstadt Venedig und wurde mit der Bezeichnung 'partir per batello' oder 'partire a galera' schliesslich zur italienischen Bezeichnung der Überwärtsdivision schlechthin. Mit der Verbreitung der 'welschen Praktik' kam der Begriff der Galeere auch in die deutschen Rechenbücher. So finden wir im Bamberger Rechenbuch von 1483 'Teylen in galein' oder bei Widmann 1508 'teilen in galeen'.

Der Zusammenhang unserer Galeere mit dem oberitalienischen Kulturraum wird deutlich im Vergleich mit der ähnlichen Abbildung des gleichen Motivs in der Handschrift eines arithmetischen Buches von 1587, das sich in der Biblioteca Comunale von Udine befindet (Abb. 10)²⁰. Es ist denkbar und sogar wahrscheinlich, dass der Schreiber unseres Rechenbuchs diese Abbildung gekannt hat.

Der Hinweis auf die Galeeren findet sich in der italienischen Literatur so häufig, dass man sich wundern muss, wie wenige solcher Darstellungen selbst in Italien bisher bekannt geworden sind. Eine Zeichnung dieser Art gibt es in einer um 1570 datierten Handschrift der Plimpton-Collection der Columbia University²¹. Eine besonders schöne Galeere in der Biblioteca Civica von Genua verdient in diesem Zusammenhang hier veröffentlicht zu werden²². Diese 1513 datierte Darstellung nimmt, was die künstlerische Ausführung anbelangt, eine Ausnahmestellung ein (Abb. 11). Mit dem Hinweis, dass wir noch kein deutsches Rechenbuch mit einer Galeerenabbildung nachweisen können, bestätigt sich die besondere historische Bedeutung der Wertema-Handschrift.

Die 'lange Division'

Das Rechenbuch enthält auf Blatt 8^v (Abb. 12) die Beschreibung einer Divisionsart, die mit dem folgenden Text eingeleitet wird:

*Volgt ein andere art zu Dividirn da man
nicht darff außthun, sonder nhur die neu gefundene
Figur im Quotient mit dem gantzen Tailer multipli-
cirt, und alweg dis gantz Product, vom obern, oder Rest subtrahirt.*

Darunter das Zahlenbeispiel:

	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	0	9	(8864213
	7	6	5	8	9								
	8	6	7	8	9	0	1						
		6	1	2	7	1	2						
	8		6	6	1	8	9	2					
		6	1	2	7	1	2						
	6		4	9	1	8	0	3					
		4	5	9	5	3	4						
	4		3	2	2	6	9	4					
		3	0	6	3	5	6						
	2		1	6	3	3	8	5					
		1	5	3	1	7	8						
	1		1	0	2	0	7	0					
			7	6	5	8	9						
	3		2	5	4	8	1	9					
			2	2	9	7	6	7					
Rest			2	5	0	5	2						

Dieses Zahlenbild unterscheidet sich grundlegend von jenem der Überwärtsdivision. Es lässt den schrittweisen Verlauf der einzelnen Operationen deutlich erkennen, so dass Fehler in der Ausführung sofort gefunden und daher leicht korrigiert werden können. Zu den Neuerungen dieser Methode gehört auch, dass die durch den Teilquotienten gewonnenen Produkte in einer Zeile sogleich geschrieben und im nächsten Schritt vom darüberstehenden Teildividenden subtrahiert werden können. Für den weiteren Schritt wird die nächste Ziffer aus dem Dividenden 'heruntergeholt' und das Verfahren mit der Multiplikation eines neuen Quotientenwertes wiederholt, bis alle Dividendenziffern verbraucht sind. Diese Abwicklung entspricht unserer heutigen Division.

Das Auftreten dieser Rechenmethode in einem deutschen Rechenbuch von 1593, als man in Deutschland meist noch überwärts dividierte, muss als grosse Überraschung bezeichnet werden. Eine kurze Darstellung der Vorgeschichte soll daher für den Leser aufgezeichnet werden. Im deutschen und auch im angelsächsischen Sprachgebrauch ist für diese Rechenart vermutlich seit Apian (1527)²³ der Begriff 'lange Division' bekannt. In Italien tritt sie zum erstenmal in der seit 1494 in zahlreichen Ausgaben verbreiteten 'Summa de Arithmetica' des Luca Pacioli²⁴ auf, wo sie 'per dandam' bezeichnet wird. 'Danda' ist der lateinische Begriff für Gängelband, an dem kleine Kinder das Gehen erlernen. Das schräg nach unten verlaufende Schriftbild dieser Divisionsart ist wohl ursächlich gewesen für die lateinische Benennung sowie für die deutsche Bezeichnung 'lange Division'.

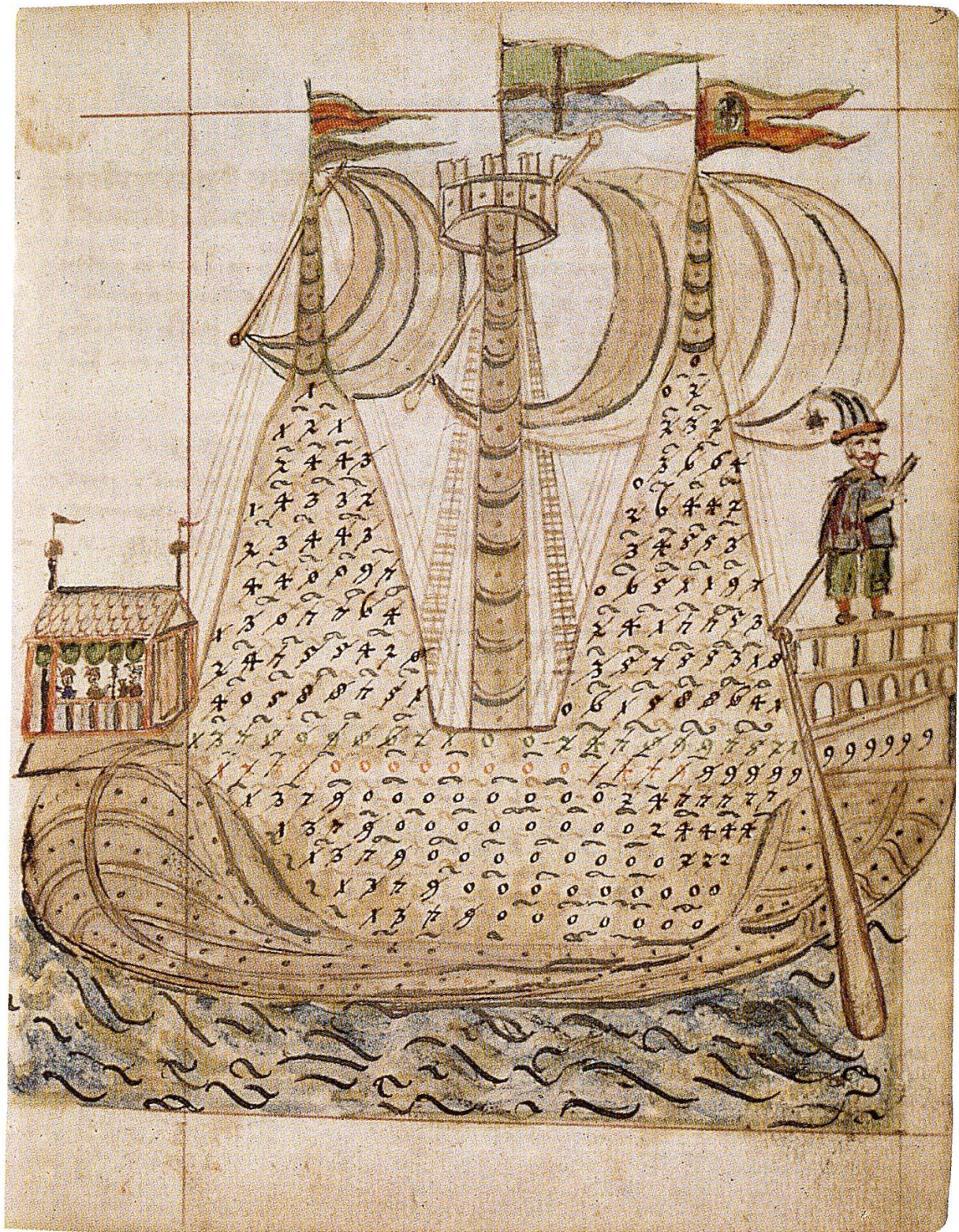


Abb. 9

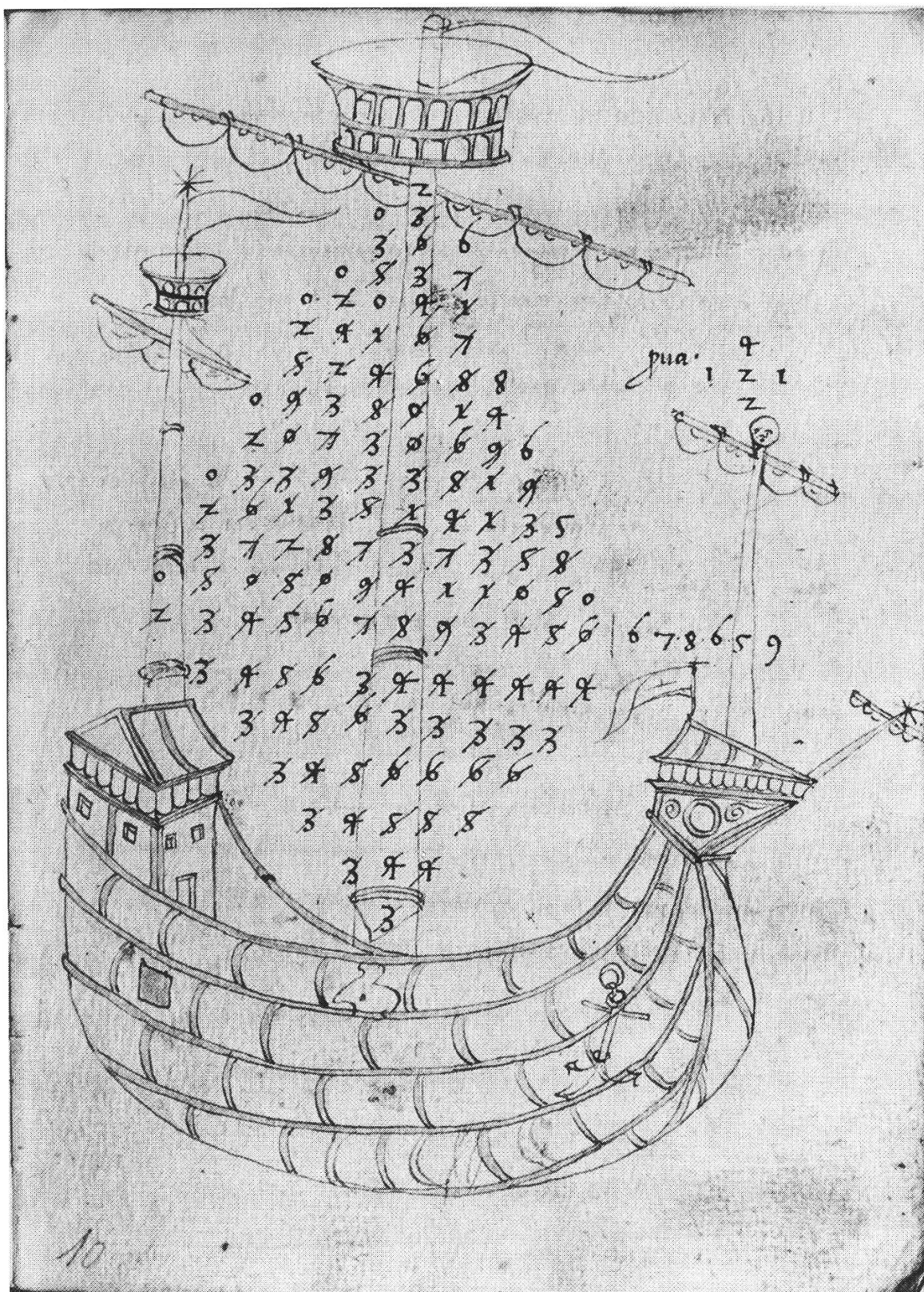


Abb. 11

Folgt ein anderr art zu Dividiren da man
 nicht darff abschnehen, sondern uß für die unß gefündene
 Figur im Quotient mit dem ganzen Tailer multipli-
 cirt, vnd alß das ganz Product vom öberß, oder Rest subtrahirt.

6 7 0 9 0 1 2 3 4 5 0 9 0 0 6 4 2 1 3

0. 6 7 0 9 0 1
 6 1 2 7 1 2

6 6 1 0 9 2
 6 1 2 7 1 2

6 4 9 1 0 0 3
 4 5 9 5 3 4

4 3 2 2 6 9 4
 3 0 6 3 5 6

2 1 6 3 3 0 5
 1 5 3 1 7 0

1 0 2 0 7 0
 7 6 5 0 9

3 2 5 4 0 1 9
 2 2 9 7 6 7

Rest 2 5 0 5 2

Folgt noch ein andere art, da man von der rech-
 ten zur linken hand zu abzücht, gibt kleine Dividiren

1 1
 3 0 9 3
 2 7 6 0 1 3 7 7 0
 3 6 7 0 0 0 0 0
 3 6 7 7 7 7 0
 3 3 6 6 7 7
 6 7 1 0 5

Für die Entwicklung einer neuen Divisionsmethode nach dem Vorbild des Pacioli konnte im 16. Jahrhundert bisher noch kein deutscher Rechenmeister namhaft gemacht werden. Der von Tropfke genannte Apian²⁵ darf nur bedingt als Vermittler gelten, da er den Gedanken Pacioli's zwar aufgegriffen und wahrscheinlich auch den Begriff der 'langen Division' eingeführt hatte. Entscheidend für Apian war, dass er für diese Rechnungsart noch keine praktikable Form fand und deshalb weiterhin die Überwärtsmethode empfehlen musste. Es wäre eine reizvolle Aufgabe, den Weg der Idee von Pacioli (1494) bis zu unserem Wertema-Buch (1593) zu erforschen und darüber hinaus den Anschluss zu der Erkenntnis von Clavius zu finden, der erst in der von ihm 1611 redigierten Gesamtausgabe ein deutliches Bekenntnis zur 'Dandam-Methode' mit den folgenden Worten ablegte: 'Maxime tamen mihi probatur modus ille dividendi, quem Itali per dandam vocant, qui securissimus est'²⁶. Vielleicht kann diese Veröffentlichung entsprechende Untersuchungen anregen. Mit unserer jetzigen Veröffentlichung durfte ein seltenes und schönes Dokument der Bündner Geschichte vor der Vergessenheit bewahrt werden.

Anmerkungen

- ¹ Guido Scaramellini, Günther Kahl, Gianprimo Falappi, La Frana di Piuro del 1618 (1988).
- ² Die Schreibweise dieses Namens ist unterschiedlich. Deutschsprachig, wie im Rechenbuch vorkommend, ist 'Wertema'. Italienisch gilt 'Vertema' oder 'Vertemate-Franchi', wobei der Beiname Franchi sich wahrscheinlich auf die Hauptlinie bezieht; ein genealogisch noch nicht geklärter Zweig hatte den Beinamen 'Baia'. Die heute noch in der Schweiz lebenden Nachkommen nennen sich 'Werthemann'. Sie gehen zurück auf einen schon 1552 in Basel nachgewiesenen Achilles Wertema. Wertvolle Beiträge für die Genealogie dieser für Plurs bedeutenden Familie bei: Antonio Colombo, La nobile famiglia de Vertemate-Franchi di Piuro (1969).
- ³ Diese Miniatur gehört zu einer sich heute in Schweizer Besitz befindenden Sammlung verschiedener Urkunden, die sich einst in der Bibliothek des Palazzo von Prosto befanden. Zweck dieser von zwei Nürnberger Notaren 1594 beurkundeten Dokumente war es, den Nachweis für die adelige Herkunft der Familie zu führen. Eine kurze Beschreibung dieses sogenannten Adelsbuches bisher nur in: Katalog 40 von Hartung & Karl, München, Mai 1983.
- ⁴ Rinaldo Vigano, Le Palais de Vertemate-Franchi à Prosto près Chiavenna, Extrait de la Revue Emporium (1897).
- ⁵ Josef Heigenmooser, Rechenbuch des Wertema von Plurs, in: Zeitschrift des Münchener Alterthums-Vereins NF IX, 1898, 26.
- ⁶ Paul Hennig, Die Handschrift von Wertema von Plurs, in: Zeitschrift für Bücherfreunde XII, 1908/09, 452.
- ⁷ Hans Kaufmann, Das Buch von Plurs, in: Nachrichten der Sektion Uto des Schweizer Alpen-Clubs 47, 1969.
- ⁸ Auktionskatalog von Sotheby Parke Bernet, London, The Honeyman Collection, May 1979 Nr. 1253.
- ⁹ Unter den Hinweisen, die schliesslich zum Erwerb der Handschrift für das Rätische Museum in Chur geführt haben, sind noch zu nennen: Katalog 'Calculus', Commerz-Cabinet Hamburg-Zürich und das 'Bilanz-Magazin' vom November 1979. Beide enthalten z.T. farbige Abbildungen des Buches mit dem alten Einband.
- ¹⁰ Anton Neudörffer, Schreibkunst, Nürnberg 1601. W. Doede, Deutsche Schreibmeisterbücher von Neudörffer bis 1800 (1958). Neudörffer hat in seinem Buche nicht nur eigene Schriftentwürfe gebracht, sondern auch solche von Joh.d.Ä., seinem Grossvater.
- ¹¹ Siehe G.K. Nagler, Monogrammisten III Nr. 1283. Das Blatt findet sich im Germanischen Nationalmuseum Nürnberg in einem Exemplar der 'Guten Ordnung' Johann Neudörffers d.Ä. von 1538 als fol 102, nachträglich eingebunden (W 954 post inc). Vgl. unsere Abb. 7.
- ¹² Joh. Gabriel Doppelmayr, Historische Nachricht von den nürnberg Mathematis und Künstlern ... Nürnberg 1730. Christian Jöcher, Allgemeines Gelehrten-Lexicon (1751; Erg. Bd 1816) 539.

- ¹³ Anton Neudörffer, Künstliche und Ordentliche Anweyssung der gantzen Practic ... durch Antonium Newdörffer, Rechenmaister und Modist der Statt Nürnberg Anno MDIC (1599).
- ¹⁴ Der Schreiber verwendet mit dem Begriff 'Resolvierung' ein zu jener Zeit nicht sehr geläufiges Wort. Dieses Wort findet sich jedoch auch im Rechenbuch von A. Neudörffer von 1599. Gemeint ist damit die Benennung einer Zahl durch ihre kleinere Einheit, z.B.: 1 Pfund hat 32 Lot.
- ¹⁵ Diese Bezeichnungen verschiedener Operationen im allgemeinen Rahmen der *Regula detri* (Dreisatz) stammen aus lateinisch geschriebenen Werken der Arithmetik. Sie wurden von deutschen Autoren unterschiedlich adaptiert, z.B. im Algorithmus Ratisburgensis (A.R.) von 1450 über Widmann (1489) und Apianus (1527).
- Regula cecis* oder *virginum* bezieht sich inhaltlich auf Personengruppen, die den unterschiedlichen Verzehr in einem Wirtshaus aufzuteilen haben.
- Regula quadrata* und *cubice* betrifft Quadrat- und Kubikwurzeln.
- Regula conversa* findet sich sowohl im A.R. wie auch bei Widmann (1489) und Apian (1527). Christoff Rudolff (1525) nennt sie die 'verkehrte Regula detri'. Beispiel: 5 Arbeiter heben einen Graben in 3 Tagen aus; wieviel Zeit würden nur 2 Arbeiter brauchen?
- Regula alligationis* betrifft die Berechnung von Mischungen (z.B. Metallegierung). Dieser Ausdruck ist seit dem 15. Jahrhundert bis zu Neudörffer (1599) allgemein verbreitet gewesen in Italien und in Deutschland.
- Regula falsi* bezeichnet die Methode des falschen Ansatzes. Bei Tropicke (unten Anm. 21, 367) ist die nachstehende algebraische Definition gegeben: Eine weitere Methode, algebraische Aufgaben ohne die Symbolik der Algebra zu lösen, ist die Methode der Versuchszahl oder des falschen Ansatzes. Ist f eine gegebene Funktion und wird der Wert x gesucht, für den $f(x) = b$ ist, so setzt man einen – mehr oder weniger – willkürlich gewählten Wert x_1 ein, berechnet $f(x_1) = b_1$, und schliesst aus dem Verhältnis oder dem Unterschied zwischen b und b_1 auf x .
- ¹⁶ Johannes Tropicke, Geschichte der Elementar-Mathematik (1921) 81/83. Friedrich Unger, Die Methodik der praktischen Arithmetik (1889) 79.
- ¹⁷ Jacob Köbel, Rechenbuch auff Linien und Ziffern ... (1564) 118.
- ¹⁸ Howard Eves, An Introduction to the History of Mathematics (1976) 237f.
- ¹⁹ Blatt 7^v des Wertema-Buches: Beispiel einer Überwärtsdivision: 400551:59

Schreibe: 400551
 59

Denke:	59 in 400=6x 6x5=30 40-30=10 6x9=54 100-54=46	Schreibe 6 als erste Ziffer des Quotienten. Schreibe 1 über 4 und lösche 4. Schreibe 4 über 0 und 6 über 0; lösche 1, 0 und 0; rücke den Divisor um eine Stelle nach rechts.
--------	---	--

Neuer Dividend: 46551

Denke: 59 in 465=7x

$$7 \times 5 = 35 \quad 46 - 35 = 11$$

$$7 \times 9 = 63 \quad 115 - 63 = 52$$

Schreibe 7 als zweite Ziffer des Quotienten.

Schreibe 1 über 4 und 1 über 6; lösche 4 und 6.

Schreibe 5 über 1 und 2 über 5; lösche 1, 1 und 5; rücke den Divisor um eine Stelle nach rechts.

Neuer Dividend: 5251

Denke: 59 in 525=8x

$$8 \times 5 = 40 \quad 52 - 40 = 12$$

$$8 \times 9 = 72 \quad 125 - 72 = 53$$

Schreibe 8 als dritte Ziffer des Quotienten.

Schreibe 1 über 5; lösche 5.

Schreibe 5 über 2 und 3 über 5; lösche 1, 2 und 5; rücke den Divisor um eine Stelle nach rechts.

Neuer Dividend: 531

Denke: 59 in 531=9x

$$9 \times 5 = 45 \quad 53 - 45 = 8$$

$$9 \times 9 = 81 \quad 81 - 81 = 0$$

Schreibe 9 als letzte Ziffer des Quotienten.

Schreibe 8 über 3; lösche 5 und 3.

Lösche 8 und 1.

Nach der Durchführung der Rechnung ergibt sich folgendes Bild mit den gelöschten bzw. durchgestrichenen Ziffern des Dividenden und des Divisors sowie mit dem Ergebnis (Quotienten) 6789:

$\begin{array}{r} \cancel{4} \\ \cancel{6} \\ \cancel{4} \cancel{6} \cancel{5} \cancel{8} \\ \cancel{4} \cancel{6} \cancel{5} \cancel{2} \cancel{3} \\ \cancel{4} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{5} \cancel{5} \cancel{1} \quad (6789 \\ \cancel{5} \cancel{9} \cancel{9} \cancel{9} \cancel{9} \\ \cancel{5} \cancel{5} \cancel{5} \end{array}$

²⁰ Zu dieser Handschrift (Udine, Biblioteca Comunale, Fondo principale 1177, fol 175) siehe Warren van Egmond, *Practical Mathematics in the Italian Renaissance*, Suppl. agli *Annali del Istituto e Museo di Storia delle Scienze* (1980) 201.

²¹ Abgebildet bei David E. Smith, *Rara Arithmetica* (1908) 487, und bei Tropfke (oben Anm. 16; Neubearbeitung von K. Vogel [1980]) 240.

²² Zu dieser Handschrift (Genua, Biblioteca Civica Berio, C.f. Arm. 20, fol. 10^r) siehe van Egmond (oben Anm. 20) 162.

²³ Petrus Apianus, *Eyn Newe und wolgegründete Underweysung aller Kauffmannßrechnung*, Ingolstadt 1527; hierzu auch Tropfke (oben Anm. 16) 81f.

²⁴ Für Pacioli nennt Tropfke (oben Anm. 16) 83 das folgende Beispiel einer 'langen Division':

$$7985941:3762=2122$$

$$\begin{array}{r}
 7524 \\
 \hline
 4619 \\
 3762 \\
 \hline
 8574 \\
 7524 \\
 \hline
 10501 \\
 7524 \\
 \hline
 2977 \text{ Rest}
 \end{array}$$

²⁵ Tropfke (oben Anm. 21) 239.

²⁶ Christophorus Clavii, Opera Mathematica Tomus primus (Moguntiae MDCXI [1611]) 20, und in der handlichen 8°-Ausgabe von 1614 (ebenfalls in Mainz) 79. Für die übrigen Ausgaben von Clavius siehe van Egmond (oben Anm. 20) 306ff.

Die Übersetzung lautet: 'Am meisten billige ich jene Art der Division, die die Italiener per dandam nennen und die am sichersten ist' .

