Nr. 419 und 420.

(NB. Auf pag. 57 lese man Nr. 415 und 416, statt blos Nr. 415).

Hermann Kinkelin.
Ueber einige unendliche Reihen.

(Vorgetragen den 6. November 1858.)

I.

Bekanntlich convergirt die Reihe

$$1)\qquad \frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots \text{in inf.},$$

wo s eine positive Zahl bedeutet, nur dann, wenn $s>1$ ist; sonst aber ist sie divergent. Man kann sich nun die Aufgabe stellen, ihren Grenzwerth anzugeben für $s\overline{\overline{<}}1$, wenn sie blos bis zu einem gewissen Glied $\frac{1}{k^s}$, wobei k in's Unendliche wachsend gedacht ist, fortgeführt wird. Um zu diesem Ziele zu gelangen, diene die Formel für die angenäherte Berechnung bestimmter Integrale (Raabe Integralrechnung Bd. I. Nr. 233).

$$\int_a^b \varphi(x)dx = v\left\{\frac{1}{2}\varphi(a)+\varphi(a+v)+\ldots..\varphi(a+(n-1)v)+\frac{1}{2}\varphi(b)\right\}$$

$$-Y_2\,\{\varphi_1(b)-\varphi_1(a)\}\,v^2+Y_4\,\{\varphi_3(b)-\varphi_3(a)\}\,v^4$$

$$-\ldots.$$

$$+(-1)^m Y_{2m}\,\{\varphi_{2m-1}(b)-\varphi_{2m-1}(a)\}\,v^{2m},$$

welche gilt, wenn der 2mte Differenzialquotient $\varphi_{2m}(x)$ der Funktion φ (x) von $x = a$ bis $x = b$ beständig mit dem gleichen Vorzeichen behaftet ist; v ist ein beliebiges positives Increment. Der Fehler, der hiebei auf der rechten Seite begangen wird, ist kleiner, als das letzte Glied der Entwicklung. $Y_2, Y_3, \cdots Y_{2m}$ sind bestimmte konstante Grössen.