Zeitschrift: Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern
Band: - (1874)
Heft: 828-878

Artikel: Ueber Beleuchtungsconstructionen
Autor: Benteli, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-318887

lege die Karten neben einander und betrachte die Formen der Felsen an der Kühlauenen, der Giessen, der Lamm und dann diejenigen unter den Stauden, im Stock am Lauibach und Spissbach.

Man erinnere sich an die Balmen des Lauterbrunnen- und des Trümmeletenthals und erlaube mir beizufügen, dass sich solche überhängende Felsen, welche im Profil als Sicheln erscheinen, finden an der Laucherfluh, am Rothstock und hoch oben am Riff, welches die westliche Grenze des Kühlauenengletschers bildet, wie selbst auf der Photographie beobachtet werden kann. Der Gletscher ist zurückgegangen, mit ihm die durch das Eiswasser ausgelaugte, erweichte, durch den Wechsel von Frieren und Thauen zerbröckelnde Felswand. Die Sichel aber an weit vorspringender Kante bleibt stehen, ein Wegweiser mehr für den alten Gletscherstand.

Alb. Benteli.

Ueber Beleuchtungsconstructionen.

(Vorgetragen den 20. Mai 1874 in der physik.-math. Sektion.)

Betrachten wir darzustellende Objecte nicht nur als geometrische Gebilde, an welchen uns nur die Form derselben, die Art der Begrenzung von Raumtheilen interessirt, sondern als physikalische Körper, bei denen wir die den begrenzten Raum erfüllende Materie mit ins Auge fassen, so drängt sich uns die Aufgabe auf, die Erscheinungen nachzuahmen, welche wir am Körper bemerken, wenn derselbe einer Lichtquelle ausgesetzt ist. Durch die Lösung dieser Aufgabe wird natürlich die Vorstellung der darzustellenden Gegenstände bedeutend erleichtert.

Wird ein Körper beleuchtet, so bemerken wir zweierlei:

1) Die Farbe der Oberflächen und

2) verschiedene Helligkeit der Oberflächentheile.

Die Nachahmung der ersteren Erscheinung kann nicht Construktionssache sein, sie gehört vielmehr ins Gebiet der Kunstmalerei. Beim Techniker ist diess meistens Convenienzsache, indem er beinahe durchweg mit den verschiedenen Farben den Körperstoff bezeichnet, z. B. Gusseisen mit Neutraltinte, Schmiedeisen mit preussisch Blau, Messing mit Gummigut, etc.

Die Bestimmung der verschiedenen Helligkeitsgrade von einer Körperoberfläche dagegen ist, gestützt auf ziemlich berechtigte Annahmen, durch Construction zu erzielen. Zu den Annahmen zählen wir vorerst folgende:

1) die Lichtquelle erscheine uns als ein leuchtender Punkt im Endlichen oder Unendlichen.

2) Die Körperoberflächen seien entweder matt, d. h. sie reflektiren das Licht nach allen Richtungen zurück, so dass von verschiedenen Seiten im Raume auf gesehen ein Flächentheil im gleichen Helligkeitsgrade erscheinen muss, die nachzuahmende Helligkeit also nur abhängig ist von der auf den Flächentheil fallenden Lichtmenge, — oder die Oberflächen seien glänzend, vollkommen spiegelnd, so dass an den darzustellenden Körpern nur helle Linien und Punkte bemerk-

bar werden, die mit Hülfe des bekannten Reflexionsgesetzes zu finden sind.

Die erstere Annahme ist wohl ziemlich berechtigt, da die grosse Entfernung der Lichtquelle uns in der Regel die Letztere sehr klein erscheinen lässt.

Die zweite Annahme müssen wir aufstellen, weil sonst die Constructionen zu complicirt würden. Allerdings wird man in Wirklichkeit selten ganz matte oder vollkommen spiegelnde Oberflächen treffen, es mag jedoch ziemlich gerechtfertigt sein, nicht polirte Oberflächen zu den matten und polirte Oberflächen zu den spiegelnden zu zählen. Mit der Darstellung polirter Oberflächen hat man es im Maschinenzeichnen häufig zu thun.

Für eine bestimmte relative Lage von Leuchtpunkt und darzustellendem Körper besteht an Letzterem eine geschlossene Linie, welche den beleuchteten vom unbeleuchteten Theile der Oberfläche trennt, diese Linie heisst Lichtcontour. Ein Flächenelement, dessen Richtung durch den Leuchtpunkt geht, befindet sich im Streiflicht und alle dem direkten Lichte abgewendeten Flächentheile befinden sich im Selbstschatten. Der Raum, dem durch einen undurchsichtigen Körper das Licht entzogen wird, heisst Schattenraum des Körpers. Taucht eine Fläche B in den Schattenraum eines Körpers A ein, so nennt man den eintauchenden Theil der Fläche B Schlagschatten von A auf B.

Nach obiger erster Annahme müssen die Schlagschatten scharf begrenzt sein; da aber stets der Ausdehnung der Lichtquelle wegen nur ein allmäliger Uebergang von Schlagschatten in Licht gedacht werden kann, so sind jedenfalls in den Zeichnungen die Schlagschattengrenzen nur ganz schwach zu ziehen.

Die Nachahmung der verschiedenen Helligkeiten an abzubildenden Oberflächen zerfällt nun in drei verschiedene Aufgaben.

1. Bestimmung der Lichtcontour.
2. Construction der Schlagschatten.
3. Herstellung der Töne für die verschiedenen Oberflächentheile.

Es ist leicht einzusehen, dass die zwei ersteren Aufgaben Sache der Construction sind, die dazu nothwendigen Kenntnisse gibt die darstellende Geometrie. Die erstere Aufgabe führt meist auf Tangentialebenenprobleme und die zweite stets auf Durchdringungsprobleme von Schattenräumen, also Strahlenflächen, mit denjenigen Flächen, auf welche die Schlagschatten fallen. Weniger leicht wird man aber sich überzeugen können, dass auch die Bestimmung der Flächentöne durch Construction geschehen kann. Man hat allerdings dabei weitere, mehr oder weniger berechtigte Annahmen nöthig, auf Grund welcher aber dann jeder Flächenton sich genau construiren lässt. Ob die Annahmen berechtigt sind, ist leicht zu beurtheilen, man braucht nur nach den Annahmen ausgeführte Zeichnungen mit den wirklichen Erscheinungen genau zu vergleichen. Die Lösung dieser dritten Aufgabe mag in Folgendem eingehender behandelt werden, jedoch mit der Beschränkung, dass der Leuchtpunkt sich im Unendlichen befinde.

Eine Ebene erscheint am hellsten, wenn die Lichtstrahlen senkrecht auffallen, da sie dann die grösste Anzahl von Strahlen erhält. Wir nehmen an, eine solche Ebene habe die Dunkelheit O. Fällt das Licht schief auf eine ebene Fläche (der Einfachheit halber wählen wir die Flächeneinheit), so dass die Lichtrichtung mit der Normalen zur Fläche den Winkel α bildet (Fig. 1), so verhält sich die Lichtmenge, welche die Flächeneinheit jetzt erhält, zur Lichtmenge bei senkrechter Beleuchtung wie Cos α : 1. Die Fläche wird nämlich jetzt so beleuchtet, als ob der Theil Cos α senkrecht beleuchtet und der übrige Theil $d = 1 - \cos \alpha$ ganz dunkel wäre. In Wirklichkeit natürlich erscheint die Dunkelkeit nicht concentrirt, sondern gleichmässig über die ganze Fläche vertheilt. Eine gleichmässige Vertheilung lässt sich aber leicht erzielen, indem man zunächst den breiten dunklen Streifen d auf I in eine Anzahl gleich breiter Streifen zerlegt und gleichmässig über die ganze Fläche II vertheilt und dann gleich darunter auf einer Fläche III durch Tuschen denselben Dunkelheitsgrad hervorzubringen sucht, wie auf Fläche II. Bei aufmerksamer Betrachtung von der Seite her lässt sich die Gleichheit der Dunkelheitsgrade auf II und III ziemlich leicht beurtheilen.

Hätte man es nur mit direktem Lichte zu thun, so liesse sich in angegebener Weise für jede Fläche, die dem direkten Lichte ausgesetzt ist, der Ton bestimmen, alle Flächen im Selbstschatten und alle Schlagschatten würden dabei vollkommen dunkel; da aber die erleuchteten Lufttheilchen und umliegende Gegenstände nach allen Richtungen hin reflektirtes Licht aussenden, so wird nie eine Fläche absolut dunkel zu halten sein. Allerdings ist es nun schon schwieriger, für die Konstruktion der verschiedenen Töne von Flächen im Selbstschatten oder Schlagschatten Anhaltspunkte zu finden. Nehmen wir vorerst an, alle Gegenstände um den darzustellenden Körper herum zerstreuen das Licht gleichmässig nach allen Richtungen, so müssten alle Flächentheile im Selbstschatten so ziemlich gleich viel Licht erhalten, also gleich dunkel zu halten sein. Die in einem Schlagschatten befindlichen Flächentheile aber erhielten natürlich weniger von dem allgemein diffundirten Lichte, weil der den Schlagschatten werfende Körper im Wege steht. Daraus geht hervor, dass stets Schlagschatten dunkler zu halten sind als Flächen im Selbstschatten oder im Streiflichte und dass die Schlagschattentheile um so dunkler erscheinen müssen, je mehr denselben der schlagschattenwerfende Körper den Zutritt des diffundirten Lichtes verwehrt. Somit müssen die Schlagschatten mit ihrer Entfernung vom betreffenden Körper allmälig etwas heller werden, und fällt der Schlagschatten auf einen zweiten Körper, so müssen auf demselben die Schlagschattentheile um so heller werden, je mehr sich diese Theile von der Richtung des Schattenraums abwenden, gleichsam als ob nun in der Richtung des Lichtes dunkle Strahlen einfielen. Als dunkelsten Ton, der vorkommen kann, können wir demnach den Ton eines Schlagschattens auf einer Ebene annehmen, die im direkten Lichte senkrecht beleuchtet wird. Dafür nehmen wir ebenfalls nicht absolute Dunkelheit an, sondern den Ton, der sich herausstellt, wenn $^{12}/_{13}$ einer Fläche vollkommene Dunkelheit in oben angegebener Weise auf die ganze Fläche gleichmässig verbreitet wird. In annähernd gleicher Weise wie im direkten Lichte die Dunkelheit auf einer Ebene zunimmt, wenn sie sich von der Stellung senkrechter Beleuchtung abwendet nach der Streiflicht-Stellung, wird die Dunkelheit des Schlagschattens auf einer solchen Ebene, allerdings in geringerem Maasse, abnehmen, bis die Ebene im Streiflichte natürlich den Schlagschatten verliert.

Für eine Ebene im Streiflicht, auf welche nur allgemein diffundirtes Licht einfällt, wählen wir die Dunkelheit $^{10}/_{13}$. Jede Fläche im direkten Lichte oder im Selbstschatten erhält das allgemein diffundirte Licht ungestört, so dass für jede solche Fläche von vorne herein $^{3}/_{13}$ als ganz hell zu reserviren sind.

Wie sind nun wohl schliesslich noch die Verhältnisse bei denjenigen Flächen, welche im Selbstschatten liegen? — Bekanntlich erscheinen solche Flächen nicht alle gleich dunkel — wie es beinahe sein müsste, würde man nur allgemein diffundirtes Licht ausser dem direkten annehmen — sondern der Dunkelheitsgrad einer Fläche im Selbstschatten ist wieder abhängig von der Stellung der Fläche zur Lichtrichtung, wie aus folgender Ueberlegung hervorgehen mag:

Betrachten wir den in Fig. 2 (Grundriss) angedeuteten einfachen Fall, wo eine Kugel in einiger Entfernung von einer halbkreisförmigen Wand umgeben ist, welche gleichsam die Gesammtheit der der Kugel zugewendeten Oberflächen der umgebenden Gegenstände repräsentiren soll. Da die meisten Oberflächen nicht vollkommen matt sind, sondern das Licht doch in einer bekannten Richtung vorzugsweise reflektiren, so nehmen wir die halbcylinderförmige Wand auch nicht als vollkommen matt an. Es werden dann Lichtstrahlen, die nahe an der Kugel vorbeigehen, vorzüglich beinahe in entgegengesetzter Richtung auf die Kugel zurückgeworfen. Die im Selbstschatten befindliche Hälfte der Kugel erscheint demnach gewissermassen einer neuen Lichtquelle ausgesetzt, die wir das Gegenlicht nennen, von welchem die nun natürlich schwächern Lichtstrahlen in der dem direkten Lichte entgegengesetzten Richtung einfallen. Im Selbstschatten wird also eine Fläche am hellsten, wenn das Gegenlicht senkrecht einfällt. Wir nehmen dafür die Dunkelheit $^5/_{13}$ an. Wendet sich die Fläche allmälig der Streiflicht-Stellung zu, so nimmt die Dunkelheit nach demselben Gesetze zu von $^5/_{13}$ bis $^{10}/_{13}$, wie im direkten Lichte die Dunkelheit zunimmt von 0 bis $^{10}/_{13}$. Für alle vorkommenden Fälle haben wir nun Anhaltspunkte zur Construction der Flächentöne aufgestellt, die dabei getroffenen Annahmen sind zusammengestellt folgende:

1) Die Dunkelheit einer Ebene, auf welche das direkte Licht senkrecht einfällt, sei 0.

2) Die Dunkelheit einer Ebene, auf welche das Gegenlicht senkrecht einfällt, sei $^5/_{13}$.

3) Die Dunkelheit einer Ebene im Streiflicht sei $^{10}/_{13}$.

4) Die Dunkelheit des Schlagschattens auf einer Ebene, auf welche das direkte Licht senkrecht einfällt, sei $^{12}/_{13}$.

Diese Annahmen allein sind willkürlich und müssen sich durch die Uebereinstimmung des Eindrucks einer auf Grund der Annahme ausgeführten Zeichnung mit dem Eindruck der wirklich beobachteten Beleuchtungsverhältnisse rechtfertigen lassen, alles Uebrige aber ist Folge der oben angeführten Gesetze über die Ab- und Zunahme der Dunkelheiten, welche nicht wohl angezweifelt werden können.

Der Werth $^5/_{13}$ für senkrecht einfallendes Gegenlicht bezeichnet natürlich eine mittlere Intensität, es wird nämlich diese Intensität kleiner oder grösser ausfallen, je entfernter oder näher die Gegenlichtquelle sich beim darzustellenden Körper befindet.

Eine Ebene, die im direkten Lichte die Dunkelheit d erhält, würde im Gegenlichte die Dunkelheit $5 + \frac{d}{2}$ annehmen, und wenn ein Schlagschatten auf diese Ebene fiele, so müsste derselbe die Dunkelheit $12 - \frac{d}{5}$ erhalten. Diess erhellt sofort aus Vorhergehendem, die Richtigkeit bestätigt sich übrigens leicht, wenn man die Ebene sich der Streiflicht-Stellung nähern lässt. Es muss dann immer dieselbe Dunkelheit, nämlich 10 (oder eigentlich $^{10}/_{13}$) herauskommen, ob man die Ebene im direkten Lichte oder im Gegenlichte oder auf der Ebene einen Schlagschatten annähme (wenn derselbe überhaupt möglich wäre), diess ist so, denn bei

$$\alpha = 90^0 \text{ wird } d = {}^{10}/_{13}, \text{ also}$$

$$5 + \frac{d}{2} = 5 + \frac{10}{2} = 10 \text{ und auch } 12 - \frac{d}{5} = 12 - \frac{10}{5} = 10.$$

Es ist also nur, wie früher gezeigt wurde, das d zu construiren, welches abhängig ist vom Winkel des Lichtstrahls mit der Normalen zur fraglichen Ebene; dabei ist aber nicht zu vergessen, dass $^3/_{13}$ der Fläche wegen des allgemein zerstreuten Lichtes von vorne herein hell anzunehmen sind.

Wollen wir einen ebenflächigen Körper darstellen, so werden wir vorerst Lichtcontour und Schlagschatten bestimmen und dann auf folgende verschiedene Arten vorgehen können:

1) Man construire für jede Begrenzungsebene den Winkel α des Lichtstrahls mit der Normalen zur Ebene und construire nach Fig. 3 die Dunkelheit d. Wird die Ebene vom direkten Lichte getroffen, so erhalten wir den Ton A; befindet sich die Ebene im Gegenlichte, so ist der Ton B zu nehmen, und fällt auf die Ebene ein Schlag-

schatten, so kömmt demselben der Ton C zu. (Die gleichmässige Vertheilung der Dunkelheit geschieht natürlich wie oben.)

2) Man lege einen Helligkeitsmaassstab an, in welchem etwa für die Winkel $\alpha = 15^0$, 30^0, 45^0, 60^0, 75^0 das d und stets der zugehörige Flächenton construirt werden. Soll der Maassstab vollkommen sein, so ist natürlich auch die Gegenlicht- und Schlagschattenscale für die verschiedenen α beizufügen. Bestimmt man alsdann für jede Begränzungsfläche den Winkel α, wozu offenbar keine grosse Genauigkeit erforderlich ist, so kann man den entsprechenden Flächenton oder doch wenigstens einen annähernd richtigen Ton dem Helligkeitsmaassstabe entnehmen.

3) Hübscher ist jedenfalls folgendes Verfahren, welches ganz ähnlich ist der von Professor Schlesinger in Wien empfohlenen Methode:

Man lege einen Maassstab an mit den Tönen d $= {}^1/_{13}, {}^2/_{13}, {}^3/_{13} \dots\dots\dots {}^{12}/_{13}$ und construire für jede Begrenzungsebene sogleich d $= 1 - \text{Cos}\,\alpha$ oder nun eigentlich $= 10 - 10\,\text{Cos}\,\alpha$, da wir für Streiflicht die Dunkelheit ${}^{10}/_{13}$ angenommen haben. Letztere Construktion geschieht nach der darstellenden Geometrie in folgender Weise:

Von einem Punkte A (Fig. 4) des Lichtstrahls AO fällen wir eine Senkrechte auf die Begrenzungsebene, welche Senkrechte die Horizontalebene in S schneidet, es ist dann die Grösse des Winkels OAS $= \alpha$ zu suchen. Hiezu denkt man sich den Winkel um OS herum in die Horizontalebene gelegt, der Scheitel muss also in eine Senkrechte auf OS zu liegen kommen; die wirkliche Länge OA′ von OA, construirt im rechtwinkligen Dreieck OA^hA', gibt an, wo in jener Senkrechten der Scheitel $\underline{A}$ des heruntergeklappten Winkels α hinkommt. Winkel $O\underline{A}S$ ist gleich α, wir verbinden nun $\underline{A}$ mit O und ziehen den ganzen Durchmesser $\underline{A}B$, ebenso verlängern wir $\underline{A}S$ bis zum Schnitt P mit dem grossen Kreis, so ist $\underline{A}P = \underline{A}B \operatorname{Cos} \alpha$. Trägt man auf $\underline{A}B$ zehn gleiche Theile auf und beziffert dieselbe in Richtung von B nach $\underline{A}$, klappt ferner die Sehne $\underline{A}P$ auf $\underline{A}B$, so wird $BP' = 10 - 10 \operatorname{Cos} \alpha$ und gibt uns somit den Ton an, den wir der angefertigten Scale entnehmen können.

Es ist nun leicht einzusehen, dass für eine zweite Begrenzungsebene die Construktion bedeutend einfacher ausfallen kann. Man sucht wieder S (nennen wir es S_1), verbinden S_1 mit O und verlängern bis zum Schnitt R_1 mit dem Kreis über den Durchmesser OA^h, ziehen die Gerade R_1A^h bis zum Schnitt $\underline{A}$ mit dem grossen Kreis, verbinden $\underline{A}$ mit S_1 und ziehen diese Gerade bis zum Schnitt P_1 (in gewissen Lagen von S_1 wäre nämlich $\underline{A}S_1$ zu verlängern) mit dem grossen Kreis, so ist die Sehne $\underline{A}P_1 = 10 \operatorname{Cos} \alpha$. Wir tragen diese Sehne von A aus auf AB, so wird die restirende Strecke bis B den Ton angeben, denn $\angle\, ORA^h$ ist immer gleich 90^0, R demnach stets auf dem Kreise über dem Durchmesser OA^h und $\underline{A}$ immer auf dem grossen Kreise, da OA konstant ist.

Die Bestimmung der Helligkeit einer Ebene ergibt sich auch leicht aus folgender räumlicher Betrachtung: Wir denken uns den hellsten Punkt einer Kugel A vom Durchmesser 10 als Centrum einer zweiten Kugelfläche B vom Radius 10; stellt man sich nun die Senkrechte vor von jenem hellsten Punkte auf die betreffende Ebene, so wird das zwischen den beiden

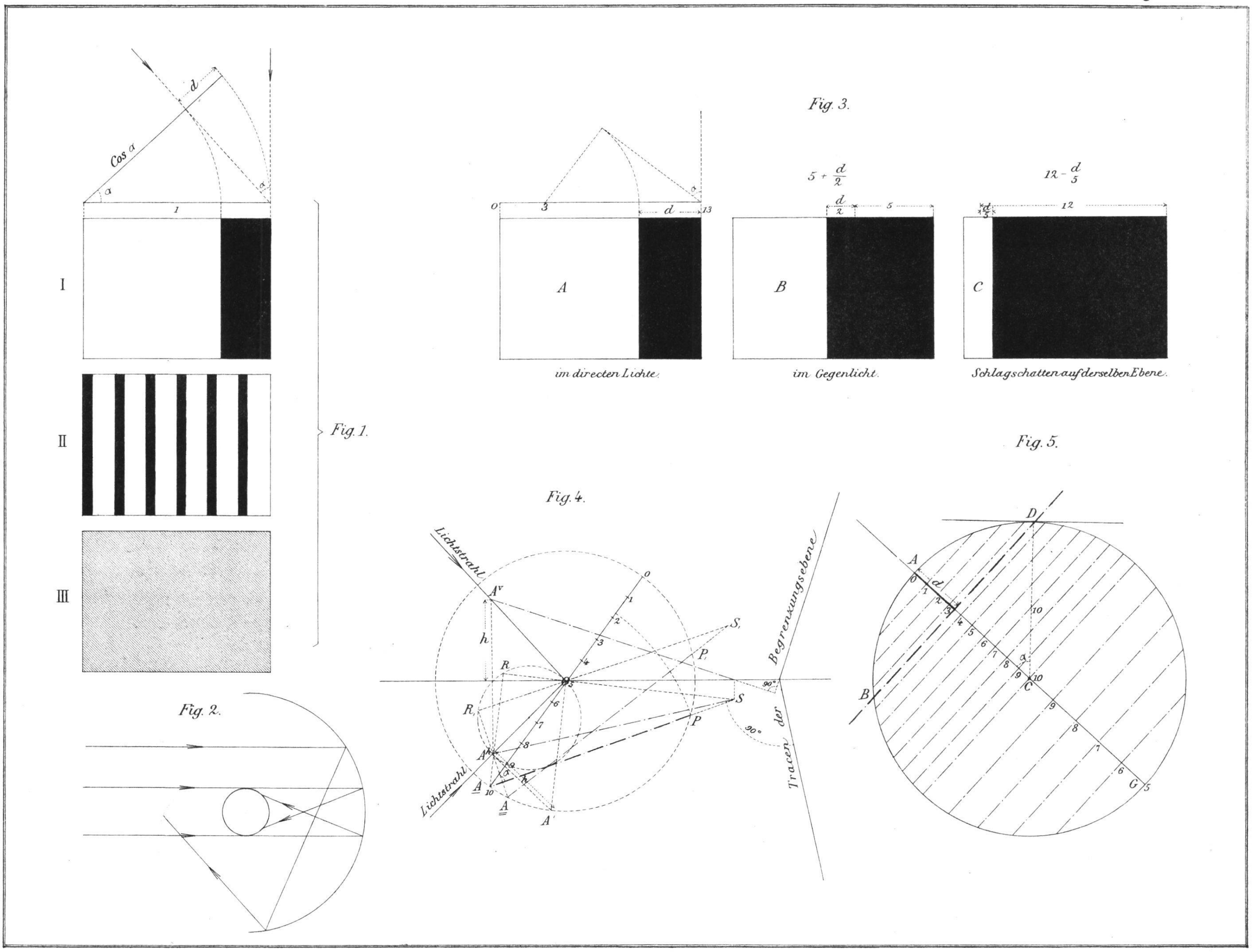
Kugelflächen liegende Stück der Senkrechten das Maass der Dunkelheit für die Ebene angeben, denn die grössere Kugelsehne ist 10, die kleinere 10 Cos α, ihre Differenz also oder das zwischen den Kugelflächen liegende Stück der Senkrechten $= d = 10 - 10 \operatorname{Cos} \alpha$.

Nun noch eine Bemerkung. Es ist ganz gerechtfertigt, in Zeichnungen die dem Beschauer näher liegenden, beleuchteten Flächen heller als die entfernter liegenden und umgekehrt die nähern im Schatten liegenden Flächen dunkler zu halten, als die entferntern, da mit zunehmender Entfernung der betreffenden Gegenstände Licht und Schatten sich immer mehr einem unbestimmten Grau nähern. Oft sieht man aber in Zeichnungen eine beleuchtete Fläche da heller gehalten, wo sie dem Auge näher tritt, und eine beschattete Fläche in der Nähe des Auges dunkler, gestützt auf die Begründung, die Fläche im Schatten müsse des Contrastes wegen dunkler erscheinen, wo sie an eine beleuchtete Fläche grenze. — Will man ganz schwache Nüancirungen anbringen, so können diese aus oben angegebenem Grunde gerechtfertigt erscheinen, nimmermehr aber ist der soeben angeführte Grund stichhaltig, denn die Contrastwirkung wird sich auf der Zeichnung eben so gut von selbst einstellen, wie in Wirklichkeit am Körper.

Können die Flächentöne für ebenflächige Körper construirt werden, so ist damit auch der Grund gelegt zu der Bestimmung der Flächentöne an krummflächigen Körpern, indem der Ton eines Flächenelements derselbe sein muss, wie der Ton der zugehörigen Tangentialebene. Durch Verbindung der Flächenelemente von gleicher Tonstärke entstehen an dem krummflächigen Körper die Tonlinien, die für die gewöhnlichst vorkommenden Körper (gerader Kegel und Cylinder und Rotationskörper) mittelst Berührungskugeln leicht zu finden sind. Die Tonlinien an der Kugel sind aber Kreise, welche erhalten werden, indem man den Radius vom hellsten Punkte zum Centrum in zehn Theile theilt und durch die Theilpunkte Schnittebenen normal zur Lichtrichtung legt, denn für einen Schnittkreis BD (Fig. 5), der offenbar überall gleiche Dunkelheit erhalten muss, wird letztere $= 10 - 10 \operatorname{Cos} \alpha$, also $=$ AF. Wäre AF z. B. $= 3$, so wäre der Kreis AD die Tonlinie 3. (Fig. 5 stellt den Grundriss einer Kugel dar, wobei der Einfachheit halber die Lichtrichtung parallel der Projectionsebene angenommen ist.)

Wir erhalten so auf der beleuchteten Kugelhälfte die Tonlinien 1, 2, 3, ... 10, welche immer näher an einander zu liegen kommen. Tonlinie 10 ist natürlich die Lichtcontour. Theilt man schliesslich noch die Verlängerung des Radius AC bis zum Gegenpunkte G in fünf gleiche Theile und legt wieder durch diese Theilpunkte Schnittebenen normal zur Lichtrichtnng, so geben dieselben auf der Kugeloberfläche die Tonlinien 9, 8, 7 und 6 im Gegenlicht.

Trägt nun diese kurze Abhandlung mehr den Charakter eines Referates, so wird man doch bei aufmerksamem Vergleich mit viel weiter gehenden Behandlungen dieses Themas von Professor Schlesinger in Wien etc. bemerken, dass hier die zu Grunde gelegten Annahmen vielleicht ausführlicher begründet sind und überhaupt einigermassen abweichen. Es war überdiess dem Verfasser hauptsächlich daran gelegen, auf die praktische Anwendung der durch die Theorie gewonnenen Resultate hinzuweisen. (Hiezu eine Tafel.)



Lith von G. Kümmerly Bern.