werden und es versprechen die Beobachtungen ein sehr brauchbares Resultat. [1])

Zu einer Parallaxenbestimmung der Sonne vermittelst Rectascensionsbeobachtungen wurde Mars 1877 auch von Maxwell Hall in Jamaica beobachtet (vergleiche Monthly notices, vol. 38, Seite 85) und die Reduction der Beobachtungen, die am 4. August begonnen und bis zum 7. September fortgesetzt wurden, ergeben eine mittlere Horizontaläquator-Sonnenparallaxe

$$\pi = 8''.80.$$

Zu einer ähnlichen Beobachtung von Mars, wie Winnecke 1862 vorgeschlagen, ersuchte Prof. Eastman für die günstige Opositionsperiode 1877 alle Astronomen der Nord- und Südhalbkugel, die einen Meridiankreis zur Verfügung haben; er entwarf einen für alle Theilnehmer verbindlichen Beobachtungsplan, der im Wesentlichen mit dem Winnecke'schen Plane übereinstimmt und veröffentlichte eine Reihe passender Vergleichssterne.

Die Theilnahme an den Beobachtungen war eine erfreuliche, eine Vereinigung fast aller grössern Observatorien beider Halbkugeln wurde erreicht, so dass auch aus dieser Oppositionsbeobachtung eine genaue Bestimmung des Sonnenparallaxenwerthes zu erwarten ist.

II. Theil.

Die Constante der Sonnenparallaxe, d. h. die mittlere Aequatorial-Horizontalparallaxe der Sonne, liefert das Grundmaass, auf das die Entfernungen der verschiedenen Gestirne von einander bezogen sind und

---

[1]) Vergleiche die ersten Nummern des 38. Bandes der Monthly notices.

das ebenso den Bestimmungen der Dimensionen der Sonne und eines jeden Planeten und Satelliten zu Grunde liegt. Die Bestimmung dieser Constanten, oder vielmehr unserer Maasseinheit, der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, ist eine Aufgabe, an deren Lösung sich schon die Astronomen der frühesten Zeit versuchten, deren Ermittelung innerhalb wünschenswerther Fehlergrenzen aber immer noch ein Werk der Zukunft ist. „Die Ermittelung der Entfernung der Sonne von der Erde," bemerkt Airy,[1]) „ist allezeit für das fürnehmste Problem der Astronomie gehalten worden. Es ist leicht, eine einige Meilen lange Basislinie auf der Erde zu messen, darauf fussend, einige geodätische Aufnahmen zu machen und aus denselben auf die Dimensionen der Erde mit grosser Genauigkeit zu schliessen, und es ist leicht, von diesen Dimensionen als einer gemeinsamen Basis für alle folgenden Messungen die Distanz des Mondes von der Erde mit geringer Unsicherheit zu messen. Aber die Entfernung des Mondes dient in keiner Weise zur Bestimmung der Entfernung der Sonne von der Erde, die als eine vollständig unabhängige Operation ausgeführt werden muss. In welcher Weise wir das Problem angreifen mögen, immer erheischt es unsere ganze Sorgfalt und unsern ganzen Scharfsinn und ebenso die Benutzung fast all unserer Kenntniss der bereits bekannten astronomischen Errungenschaften, um die kleinste Aussicht auf ein genaues Resultat zu haben."

An und für sich ist das Problem eine einfache trigonometrische Operation, aber da wir nicht im Stande sind, eine hinlänglich grosse Basis zu messen, so wird

---

[1]) Monthly notices of the Royal Astr. Soc. XVII.

wegen der grossen Entfernung der Sonne von der Erde die praktische direkte Ausführung dieser Aufgabe ausserordentlich erschwert. Wir haben Seite 4 gesehen, dass Aristarch von Samos auf den glücklichen Gedanken kam, als Basis die Entfernung des Mondes von der Erde zu benützen und dass er durch seine Beobachtungen für den Winkel an der Erde 87°, somit für denjenigen an der Sonne 3° fand. Da ihm die Kenntniss der gegenwärtigen Trigonometrie abging, vermochte er aus diesen Winkelgrössen nur mit grosser Mühe das Verhältniss der Dreieckseiten ♁☾ und ♁☉ abzuleiten und zwar fand er für dies Verhältniss die Grenzwerthe 18 und 20, so dass also

$$20 > \frac{♁☉}{♁☾} > 18$$

woraus er alsdann die Sonnenentfernung gleich der 19fachen Mondentfernung setzte.[1]

Mit Hülfe dieses Resultates gelang es Hipparch (vergleiche Seite 88) durch Beobachtung von totalen Mondfinsternissen auf eine sehr einfache Weise einen Werth der Sonnenparallaxe abzuleiten, indem er es verstand, aus den Zeiten des Ein- und Austrittes des Mondes im Schattenkegel der Erde unter Berücksichtigung der Mondgeschwindigkeit den Radius dieses Kegels in der Mondentfernung zu bestimmen.

Ist nämlich:

π die Parallaxe der Sonne
p diejenige des Mondes
φ der scheinbare Halbmesser der Sonne
ψ derjenige des Schattenkegels in der Distanz des Mondes;

---

[1]) Die Aristarch'sche Ableitung dieser Grenzwerthe findet sich in: Wolf, Geschichte der Astronomie, pag. 172.

so fand Hipparch für diesen scheinbaren Radius des Schattenkegels die Relation:

$$\psi = \pi + p - \varphi$$

Aus der Figur 1 unserer Tafel folgt ohne weiteres die Richtigkeit dieser Gleichung. [1])

Hipparch war bekannt, dass die stündliche Bewegung des Mondes annähernd $\frac{765'}{24}$ beträgt, somit hatte er, um ψ zu finden, nur die erhaltene Durchgangszeit des Mondes durch den Schatten mit dieser stündlichen Bewegung zu multipliciren und das Resultat durch 2 zu dividiren. Er fand so für ψ den Werth 40′.

Nach Aristarch ist $\psi = 15'$

$$p = 19\,\pi$$

und so kommt aus der aufgestellten Relation:

$$\pi = \frac{55'}{20} \text{ oder nahe } = 3'$$

$$p = 57'$$

Dass der so erhaltene Werth der Sonnenparallaxe vom richtigen Werthe noch sehr weit abliegt, erklärt sich aus der überaus dürftigen Beobachtungsmethode, deren sich Aristarch bedienen musste, denn der Hauptpunkt seiner Methode liegt darin, möglichst genau den Moment zu erfassen, in dem die Quadratur stattfindet, d. h. in dem die Grenzlinie zwischen dem erleuchteten und dunklen Theil der Mondoberfläche ganz genau als gerade erscheint, und das wird durch den Umstand, dass diese Grenzlinie sich langsam ändert und dass die Mondfläche sehr viele Unebenheiten enthält, bedeutend erschwert.

---

[1]) Vergleiche Wolf, Geschichte d. Astronomie, pag. 174.
Ebenso La Lande, Astronomie II., pag. 319.
Vergleiche auch: Schmidt, Mathem. Geographie. I. Seite 488 und 489.

Wenn auch Wendelinus (vergleiche Seite 90) durch seine Beobachtungen für den Aristarch'schen Winkelwerth 87^0 den viel genauern $89^0\ 45'$ und unter Beibehaltung der übrigen Werthe für die Sonnenparallaxe $14''$ erhielt, so können die Methoden von Aristarch und Hipparch doch nur zur Ueberzeugung verhelfen, dass die Sonnenparallaxe $30''$ nicht übersteigen kann. [1])

So war man denn gezwungen, nach andern Methoden zu suchen, die zur Ermittelung des Werthes der Sonnenparallaxe dienen konnten. Von der Bestimmung eines Dreieckes, in dem die Sonne den einen Endpunkt bildet, musste abgesehen werden, da die Basis desselben nicht gross, und auch nicht genau genug erhalten werden konnte und so drängte sich denn von selbst die Frage auf, ob nicht die Bestimmung der Parallaxe von Planeten, die der Erde nahe kommen, die Bestimmung der Sonnenparallaxe in sich schliesse. Erst durch die Keppler'schen Regeln wurde diese Frage in bejahendem Sinne gelöst, denn die dritte derselben besagt, dass die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten sich verhalten wie die Cuben der mittlern Entfernungen derselben von der Sonne, d. h. wie die Cuben der halben grossen Axen ihrer Bahnen, und aus diesem Gesetze folgt unmittelbar, dass die Dimensionen aller Planetenbahnen gefunden werden können, sobald die Entfernung irgend eines Planeten von der Erde bekannt ist; denn mittelst jener Regel sind die *Verhältnisse* zwischen der Entfernung des Planeten von der Erde und der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde für irgend eine gegebene Zeit bestimmt.

---

[1]) Vergleiche La Lande II, Seite 319, und M. C. Monnier, Instit., Seite 452.

Nur zwei Planeten kommen der Erde nahe genug, um eine Parallaxenbestimmung mit annähernder Genauigkeit ausführen zu können, es sind dies Venus und Mars. Setzen wir als Maasseinheit die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde voraus, so erreicht Mars in den günstigsten Fällen seiner Opposition eine Entfernung von 0. 365; Venus ist in ihrer untern Conjunction im Mittel 0. 28 und zur Zeit ihrer Stillstände im Mittel 0. 34 Sonnenweiten von der Erde entfernt; von den kleinen Planeten sind nur wenige, die in einzelnen Oppositionen eine Erdnähe von unter 0. 8 annehmen, so dass dieselben nur in ganz günstigen Fällen und unter besondern Verumständungen zum Zwecke einer Parallaxenbestimmung benutzt werden können.

Denken wir uns den Planeten in P; A und B seien zwei möglichst weit von einander abliegende Punkte desselben Erdmeridians, von denen aus P beobachtet werden möge und zwar in dem Momente seines Durchganges durch den Meridian (Figur 2). Ist die Lage der Stationen durch die Angabe der geographischen Constanten bestimmt, so ist das Dreieck A B C, in dem der Winkel an C gleich ist der Differenz der geographischen Breite φ und φ' der Punkte A und B (südliche Punkte haben eine negative Breite), vollkommen bestimmt. Die Beobachter in A und B messen die Zenithdistanz z und z′ des Planeten und ermitteln so unter Benützung der bekannten Winkel C A B und C B A die Winkel an der Basis A B des Dreiecks A P B. Diese Basiswinkel bestimmen endlich den gesuchten Winkel p, unter dem man vom Planeten aus die Chorde A B sieht, d. h. die zur Chorde A B gehörige Parallaxe des Gestirns P. Zur Bestimmung dieses parallactischen

Winkels p bedürfen wir also, unter Voraussetzung der bekannten Lage der in einem und demselben Meridiane liegenden Beobachtungsstationen A und B, einzig die Kenntniss der Zenithdistanzen des Planeten für die beiden Stationen bei seinem Durchgange durch den Meridian.

Sei d (Figur 3) die Länge der vom Erdcentrum aus auf die Chorde A B = k gefällten Perpendikels, γ die Neigung desselben gegen den Aequator, δ die Declination des Planeten und $\varDelta$ die Entfernung des Planeten vom Erdmittelpunkt; dann ist, wenn wir B f senkrecht zu C P ziehen, $\angle$ A B f = $\angle$ h c P = $\angle$ $\delta - \gamma$.

Und es ist sehr nahe:

$$\begin{aligned} B\ f &= B\ A \cos. (\gamma - \delta) \\ &= k \cos (\gamma - \delta \end{aligned}$$

Ebenso ist sehr nahe:

$$\begin{aligned} B\ f &= (\varDelta - d) \sin p \\ &= (\varDelta - d)\ p. \end{aligned}$$

Und somit:

$$k \cos (\gamma - \delta) = (\varDelta - d)\ p.$$

$\varDelta$ ist ausgedrückt in mittlern Sonnenweiten; ebenso soll d in diesen Einheiten gegeben sein; k ist ausgedrückt in Erdradien. Ist nun π der Winkel, unter dem von der Sonne aus der Radius a des Aequators zur Zeit der mittlern Entfernung E gesehen wird, d. h. ist π die sogenannte mittlere Aequator-Horizontalparallaxe der Sonne, so ist offenbar:

$$a = E \sin \pi$$

oder der Kleinheit des Winkels π wegen:

$$a = E\ \pi$$

und wenn a als Einheit gewählt wird, so folgt für die Länge k: $k = k\ \pi \cdot E$

oder endlich in Einheiten der mittlern Sonnenentfernung; also $E = 1$:

$$k \text{ (in Erdradien)} = k \, . \, \pi$$

und wir erhalten so aus obiger Formel:

$$k \, \pi \cos(\gamma - \delta) = (\Delta - d) \, p.$$

Und daher:

$$\pi = \frac{(\Delta - d) \cdot p}{k \cos(\gamma - \delta)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1$$ [1]

Bezeichnen wir die Horizontal-Aequatorealparallaxe des Planeten mit ω, so ist offenbar:

$$\omega = \frac{a}{\Delta}$$

wo wiederum der sin mit dem Bogen vertauscht ist, was, mit Ausnahme des Mondes, immer geschehen darf.

Nun war auch: $\pi = \frac{a}{E}$

und somit:

$$\frac{\omega}{\pi} = \frac{E}{\Delta}$$

Und durch Substitution des oben erhaltenen Werthes für π:

$$\omega = \frac{(\Delta - d) \cdot p}{k \cdot \Delta \cdot \cos(\gamma - \delta)}$$

Und wenn wir der Kleinheit von d wegen setzen:

$$\frac{\Delta - d}{\Delta} = 1$$

was um so eher erlaubt ist, je mehr sich die Chorde A B dem Durchmesser nähert, d. h. je weiter die beiden Punkte, von denen aus die Beobachtung angestellt wird, von einander entfernt sind,

---

[1]) Formel 1 und 2 wurden benutzt zu den Reductionen der Marsbeobachtungen im Meridian zur Zeit der Opposition von Mars im Jahr 1862, angestellt zu Washington, Santiago de Chile und Albany. (Vergleiche: Washington Observations 1863.)

so kommt: $\omega = \dfrac{p}{k \cos (\gamma - \delta)}$ . . . . . . 2.

Seien wieder A und B (Figur 4) die beiden auf einem und demselben Meridian A C B gelegenen Beobachtungspunkte und zwar liege A nördlich, B dagegen südlich vom Aequator.

Ist ω die Horizontalparallaxe des Planeten P,
φ und $\varphi_{,}$ die Polhöhen der Stationen A und B,
φ' und $\varphi_{,}'$ die geocentrischen Breiten von A und B,
z und $z_{,}$ die in A und B beobachteten Zenithdistanzen des Planeten, befreit von der Refraction,
z' und $z_{,}'$ die geocentrischen Zenithdistanzen,
ϱ und $\varrho_{,}$ die Radien des Erdsphäroids für die Breiten φ und $\varphi_{,}$
δ die Declination des Planeten,

so erhalten wir für die Höhenparallaxe des Planeten entsprechend den beiden Stationen:

$$p = z - z' \qquad p_{,} = z_{,} - z_{,}'$$

$$1 \left\{ \begin{array}{l} \sin p = \varrho \sin \omega \sin [z - (\varphi - \varphi')] \\ \sin p_{,} = \varrho_{,} \sin \omega \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')] \end{array} \right.$$

Nun ist im Dreieck O A E der Winkel an A gleich:

$$\varphi' - \varphi$$

$$\text{somit ist } \angle \text{ O A P} = 180 - z + \varphi - \varphi'$$

$$\text{ferner ist } \angle \text{ A O P} = \varphi' - \delta$$

$$\angle \text{ A P O} = p$$

$$\text{und folglich } p = z - \varphi + \delta$$

Eine analoge Folgerung ziehen wir aus dem Dreieck O P B, in dem nun

$$\angle \text{ B O P} = \varphi_{,}' + \delta$$

$$p_{,} = z_{,} - \varphi_{,} - \delta$$

und somit: $p + p_{,} = z + z_{,} - \varphi - \varphi_{,} = q$

q ist also völlig bestimmt.

Aus 1. folgt auch:

$$\frac{1}{\sin \omega} = \frac{\varrho \sin [z - (\varphi - \varphi')]}{\sin p}$$

$$\frac{1}{\sin \omega} = \frac{\varrho_{,} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')]}{\sin p_{,}}$$

Und mit Rücksicht auf den gefundenen Werth von q erhalten wir die neue Gleichung:

$$\frac{\varrho \sin [z - (\varphi - \varphi')]}{\sin p} = \frac{\varrho_{,} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')]}{\sin (q - p)}$$

und daraus folgt:

$$\operatorname{tg} p = \frac{\varrho \sin q \sin [z - (\varphi - \varphi')]}{\varrho_{,} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')] + \varrho \cos q \sin [z - (\varphi - \varphi')]}$$

Auf gleiche Weise bestimmt sich $p_{,}$ und mit Hülfe dieser Werthe bestimmt sich die Horizontalparallaxe des Planeten, unser ω vermittelst der Formeln 1. der vorigen Seite.

Wollen wir nicht ω, sondern die Horizontalparallaxe der Sonne berechnen, so haben wir nur zu erinnern, dass, wenn π diese Sonnenparallaxe und $\varDelta$ den Abstand des Planeten vom Erdmittelpunkt zur Zeit der Beobachtung darstellen, wir die Relation haben:

$$\omega = \frac{\pi}{\varDelta}$$

und somit können wir statt der Formeln 1. auf voriger Seite auch schreiben, wenn wir die sin der kleinen Winkel mit dem Bogen vertauschen:

$$p = \frac{\varrho \pi}{\varDelta} \sin [z - (\varphi - \varphi')]$$

$$p_{,} = \frac{\varrho_{,} \pi}{\varDelta} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')]$$

und daraus kommt:

$$p - p_{,} = \frac{\pi}{\varDelta} \left\{ \varrho \sin [z - (\varphi - \varphi')] - \varrho_{,} \sin [z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')] \right\} \quad 2.$$

Nun ist aber auch:

$$p - p_{,} = (z - z') - (z_{,} - z_{,})$$

ferner:

$$z' = \varphi - \delta$$
$$z_{,}' = \varphi_{,} - \delta$$

Somit: $$p - p_{,} = z - z_{,} - (\varphi - \varphi_{,}) \quad . \; . \; . \; 3.$$

Der letzt erhaltene Ausdruck:

$$z - z_{,} - (\varphi - \varphi_{,})$$

besteht aus lauter bekannten Grössen und das nämliche ist der Fall mit dem Ausdruck:

$$\frac{\varrho}{\Delta} \sin\left[z - (\varphi - \varphi')\right] - \frac{\varrho_{,}}{\Delta} \sin\left[z_{,} - (\varphi_{,} - \varphi_{,}')\right]$$

und somit geht Gleichung 2. der vorigen Seite über in

$$a \cdot \pi = b$$

wo a und b gegebene Grössen sind.

Es ist klar, dass die Genauigkeit, mit der π bestimmt wird, von dem Coefficienten a abhängt und zwar in dem Sinne, dass der Grad der Genauigkeit wächst für einen grossen Werth des Coefficienten a und umgekehrt; somit ergibt sich aus unserer Formel, was unmittelbar schon der Figur entspringt, dass die Beobachtungspunkte auf verschiedener Seite vom Aequator gewählt werden müssen, denn alsdann haben z und $z_{,}$ verschiedene Vorzeichen und der Coefficient a erhält einen grossen Werth.

Wie wir aus unsern Formeln ersehen, bedingt die Genauigkeit der gemessenen Zenithdistanzen z und $z_{,}$ sowie diejenige der geographischen Constanten φ und $\varphi_{,}$ der Beobachtungsorte die Genauigkeit des resultirenden Werthes für die Parallaxe. Nun gehen in die Messungen der absoluten Zenithdistanzen eines Planeten die Theilungsfehler des Kreises, sowie die Tafelfehler für Refraction vollständig ein und es erhellt somit, dass mit Hülfe eines Differentialverfahrens unter Benützung eines Fixsterns, der mit dem Planeten nahe in demselben Parallel liegt und mit ihm zugleich im Gesichtsfeld des Fernrohrs erscheint, ein weitaus genaures Resultat erzielt werden kann, denn da alsdann beide Objecte an derselben Stelle des Himmels einzustellen sind, bleibt für beide die Refraction nahe dieselbe und die Refraction für die Differenz der Zenithdistanzen kann mit der grössten Genauigkeit bestimmt werden.

Nun ist, wenn wir mit D die Declination des Fixsterns und mit $\Delta\delta$ und $\Delta\delta'$ die auf beiden Stationen *beobachteten* Declinationsdifferenzen zwischen Planet und Stern bezeichnen:

$$D + \Delta\delta = \varphi - z$$
$$D + \Delta\delta' = \varphi_{,} - z_{,}$$

und somit

$$\Delta\delta - \Delta\delta' = \varphi - \varphi_{,} - (z - z_{,})$$

und wir erhalten so für unsern Ausdruck b (Seite 125)

$$b = -(\Delta\delta - \Delta\delta') \text{ und a wird:}$$

$$a = \frac{\varrho}{\Delta}[\varphi' - (D + \Delta\delta)] - \frac{\varrho_{,}}{\Delta} \sin[\varphi_{,}' - (D + \Delta\delta')]$$

und die Parallaxe π bestimmt sich wieder aus der Gleichung: $a \cdot \pi = b$.

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass die beiden Beobachtungsorte unter demselben Meridian liegen; ist das nicht der Fall, so müssen, da alsdann die Beobachtungen keine gleichzeitigen mehr sind, die der Längendifferenz entsprechenden Declinationsänderungen berücksichtigt werden.

Die angegebene Differentialmethode wird auch Anwendung finden können für Beobachtungen, die ausserhalb des Meridians angestellt werden; man bedarf hierzu bloss eines parallactisch aufgestellten Instrumentes, das mit einem Fadenmicrometer versehen ist. Ist nun die abzuleitende Sonnenparallaxe näherungsweise bekannt, so gelangt man leicht zu Bedingungsgleichungen, welche zu der Bestimmung der Correction dieses angenommenen Werthes führen, indem man die Messungen der Declinationsdifferenzen mit Hülfe des genäherten Parallaxenwerthes für jeden Tag auf ein bestimmtes Zeitmoment reducirt.

Ist alsdann $\Delta\delta$ die so reducirte, wegen Refraction corrigirte Declinationsdifferenz zwischen Planet und Stern, gemessen auf der einen Station A, ist ferner

δ die geocentrische Declination des Planeten,

D die Declination des Fixsterns,

π_0 der Näherungswerth der Sonnenparallaxe,

x die Correction dieses Parallaxenwerthes,

p der zu δ gehörige parallactische Factor,

so ist, wie aus Figur 5 sich ohne weiteres ergibt:

$$1)\qquad \delta = D + \Delta\delta + p\,(\pi_0 + x)$$

Aus der Beobachtung des nämlichen Sternes an diesem Tage an einer andern Station kommt die zweite Gleichung:

$$2)\qquad \delta = D + \Delta\delta' + p'\,(\pi_0 + x)$$

wo der parallactische Factor p mittelst der bekannten Formel bestimmt wird:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{\varrho \sin \varphi' \cdot \sin(\gamma - \delta)}{\Delta \sin \gamma} \\ \operatorname{tang} \gamma &= \frac{\operatorname{tang} \varphi'}{\cos(\Theta - \alpha)} \end{aligned}\right\} [1]$$

wo φ' die geocentrische Breite der Station,

[1]) Siehe Brunnow, Sphärische Astronomie, Seite 151.

ϱ des Erdradius,

Θ die Sternzeit,

$\varDelta$ die Entfernung des Gestirns vom Erdmittelpunkt und α die Rectascension des Gestirns bedeuten.

Aus 1) und 2) folgt:

$$\delta - D = \varDelta\delta + p\,(\pi_0 + x)$$
$$\delta - D = \varDelta\delta' + p'\,(\pi_0 + x)$$

d. h. aus der Vergleichung des Planeten mit einem und demselben Sterne an dem einen Tage wird sowohl die geocentrische Declinationsdifferenz $\delta - D$, wie auch die Grösse x bestimmt, wobei es sich von selbst versteht, dass diese Bestimmung nur dann eine hinreichende Genauigkeit verspricht, wenn die Entfernung der beiden Beobachtungsstationen gross genug ist.

Für jeden Tag erhalten wir so viele derartige Bedingungsgleichungen, als an verschiedenen Stationen derselbe Stern mit dem Planeten verglichen worden ist, und durch die Behandlung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt sich der wahrscheinlichste Werth für x und somit der gesuchte Werth für die Sonnenparallaxe π.

Denken wir uns den Planeten im Aequator des Himmels und nehmen wir an, dass zwei Beobachter in Punkten des Erdäquators, die möglichst weit von einander abliegen mögen, doch so, dass für beide das Gestirn über dem Horizonte bleibt, *gleichzeitig* Zenithdistanzen des Planeten messen, so wird unter Zuziehung der Längendifferenz der beiden Stationen wie früher unter Annahme gleichzeitiger Beobachtungen im Meridiane, die Parallaxe des Gestirns und somit auch diejenige der Sonne berechnet werden können. Nun ist es schwer, in A und B des Aequators gleichzeitige Messungen anzustellen, dagegen bietet die Rotation der Erde um ihre

Axe ein Mittel, die Messungen bloss mittelst einer einzigen Station auszuführen.

Dem Gestirn fehle eine Eigenbewegung, alsdann wird es, vom Mittelpunkt der Erde aus gesehen, zu den umgebenden Fixsternen resp. dieselben Stellungen beibehalten. Bei seinem Aufgange für A (Figur 6) werden die Richtungen, unter denen es in A und im Centrum erscheint, gerade um die Horizontalparallaxe ω des Planeten verschieden sein. Vergleichen wir den Planeten mit einem nahestehenden, ebenfalls im Himmelsäquator sich befindenden Fixstern, der vorausgehen möge, so wird beim Aufgange des Planeten für A seine Entfernung vom Fixstern gesehen von A aus um ω grösser erscheinen als von C aus gesehen; zur Zeit der Culmination des Planeten sind diese Entfernungen gleich; beim Untergang des Planeten erscheint diese Entfernung um ω kleiner, der Fixstern befindet sich nicht mehr über, sondern unter dem Planeten und wir ersehen, dass die Summe der beiden Werthe für die von A aus gesehenen Entfernungen der Planeten und Fixsterne beim Auf- und Untergange des Gestirns, das Doppelte der gesuchten Parallaxe beträgt.[1])

Für die praktische Anwendung dieser Methode ist natürlich Rechnung zu tragen erstens der Eigenbewegung des Planeten, zweitens dem Umstande, dass der Beobachter nicht einen Punkt des Aequators, sondern irgend einen in seiner Nähe wählen und dass das zu beobachtende Gestirn ausserhalb des Himmelsäquators sich befinden wird. Doch sind das alles Dinge, die sich durch

---

[1]) Vergleiche: Cassini, Eléments d'Astronomie, Paris 1740. Seite 23--31. Delambre, Astronomie théor. et prat. I, pag. 402 und folgende.

die Rcchnung vollauf bewältigen lassen. Beobachtet man im Meridian mehrere Tage nach einander, um wie viel der Durchgang des Planeten differirt von demjenigen des benachbarten Fixsternes, dessen Declination nur um wenige Minuten von derjenigen des Planeten abweicht, so wird man durch diese Vergleichung in den Stand gesetzt, für irgend ein Zeitmoment zwischen zwei Meridiandurchgängen die dem Planeten zukommende Rectascension zu bestimmen.

Bezeichnen wir die geocentrischen Coordinaten in Rectasc. und Decl. des Planeten mit α' und δ' und die scheinbaren mit α und δ, so erhalten wir für die Parallaxe in Rectascension mit Ausnahme des Mondes in genügender Strenge die Formel:[1])

$$\alpha' - \alpha = \frac{\varrho}{\Delta} \pi \sin (\Theta - \alpha') \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta'}$$

Für eine zweite Beobachtung wird sich ergeben:

$$\alpha_{,}' - \alpha_{,} = \frac{\varrho}{\Delta_{,}} \pi \sin (\Theta_{,} - \alpha_{,}') \frac{\cos \varphi'}{\cos \delta_{,}'}$$

Die Coefficienten von π in diesen beiden Gleichungen sind bekannt und es folgt, wenn wir dieselben abkürzend setzen:

$$\frac{\varrho \sin (\Theta - \alpha') \cos \varphi'}{\Delta \cos \delta'} = q, \quad \frac{\varrho \sin (\Theta_{,} - \alpha_{,}') \cos \varphi'}{\Delta_{,} \cos \delta'} = q_{,}$$

zur Bestimmung von π die Formel:

$$\pi = \frac{(\alpha_{,} - \alpha) - (\alpha_{,}' - \alpha')}{q - q_{,}} \qquad 1)$$

$\alpha_{,}' - \alpha'$, die Veränderung der geocentr. Rectascension des Planeten für die gegebene Zwischenzeit ist ohne weiteres aus der Planetenephemeride zu entnehmen:

---

[1]) Siehe Brunnow, Sphärische Astronomie, Seite 158.

$\alpha_, - \alpha$, die Veränderung in derselben Zwischenzeit für den Beobachtungsort ergibt sich durch Vergleichung in Rectascension des Planeten mit einem nahestehenden Stern. In den Ausdrücken für q und $q_,$ wird durch verschieden gewählte Beobachtungszeiten $\Theta - \alpha'$, resp. $\Theta_, - \alpha_,'$ sich ändern und es erhellt aus 1, dass π am günstigsten bestimmt wird, wenn q und $q_,$ entgegengesetztes Vorzeichen und möglichst grosse Werthe haben. Nun ist $\alpha' - \Theta$ der Stundenwinkel t des Planeten; also wird es vortheilhaft sein, die eine Beobachtung im östlichen und die andere im westlichen Stundenwinkel anzustellen und umgekehrt.

Damit q und $q_,$ möglichst grosse Werthe annehmen, ist nothwendig, dass die für einen bestimmten Beobachtungsort und einen bestimmten Stern einzig variablen Grössen: $\sin(\Theta - \alpha')$, $\sin(\Theta_, - \alpha_,')$ möglichst grosse Werthe ergeben und das ist der Fall für

$$\Theta - \alpha' = t = 90^0 \quad \text{d. h.} \quad t = 6^h$$
$$\Theta_, - \alpha_,' = t_, = 90^0 \quad \text{d. h.} \quad t_, = 6^h$$

und somit müssen die Beobachtungen in der Nähe des 6^h Stundenwinkels angestellt werden.

Wird für einen gegebenen Planeten nach dem für derartige Rectascensionsbestimmungen günstigsten Ort der Erdoberfläche gefragt, so haben wir in unserm Ausdruck $\sin t \cdot \cos \varphi$, der ein Maximum werden muss, ausser t auch noch φ zu bestimmen und da die Beobachtungen an eine günstige Zenithdistanz gebunden sind, damit die Refraction nicht störend einwirke, so haben wir uns an die Bedingungsgleichung zu halten:

1) $\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t = \cos z$

wo z ein bestimmter Werth beigelegt ist, oder wir können eine weitere Relation benutzen in:

2) $\sin t \cdot \cos \varphi = \sin z \cdot \sin p$

wo p den sogenannten parallactischen Winkel im Dreieck Pol-Zenith-Stern darstellt.

Im erstern Falle würden wir die Bestimmung von t und φ nach der üblichen Methode für das Auffinden eines relativen Maximums durchführen, aus der zweiten Relation geht aber sofort hervor, dass sin t cos φ ein Maximum, wenn sin p ein Maximum, d. h. wenn $p = 90^0$.

In diesem Fall ist das oben erwähnte Dreieck rechtwinklig am Stern, der Verticalkreis berührt den Kreis der täglichen Bewegung und wir erhalten für t die Relation:

$$\cos t = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \delta}$$

welcher Ausdruck der grössten Digression des Sterns entspricht, und für φ erhalten wir so den Werth:

$$\sin \varphi = \sin \delta \cos z.$$

Zu derartigen Beobachtungen ist ein fest aufgestelltes Aequatoreal erforderlich, das mit einem System von in geeigneten Intervallen eingezogenen parallelen Declinationsfäden versehen ist. Um die durch eine unrichtige Aufstellung des Instrumentes bedingten fehlerhaften Messungen möglichst zu eliminiren, ist es nothwendig, die Vergleichssterne so auszuwählen, dass sie nördlich und südlich in ungefähr gleichen Entfernungen vom Planeten stehen. Von diesem Paar Sterne und vom Planeten werden alsdann in rascher Folge Durchgänge so weit im Osten vom Meridian genommen, als die Refractionsverhältnisse es zulassen und in gleicher Weise werden diese Sterne und der Planet im Westen beobachtet. Für Mars ist es selbstverständlich, dass in allen Fällen beide Ränder beobachtet werden und dass, falls mehrere Beobachter an den Messungen theil-nehmen, jeder eben so viele Ost- als Westdurchgänge beobachtet. Einer der Hauptvorzüge dieser Methode besteht ja gerade darin, dass durch die Bestimmung der täglichen Parallaxe für den Beobachter die persönliche Gleichung wegfällt. Durch die Uebertragung dieser Beobachtungsmethode auf das Heliometer möchten noch viel genauere Resultate erzielt werden und Mr. Gill hat, durch seine Resultate bei den Juno-Beobachtungen auf Mauritius im Jahre 1874 in dieser Erwartung gestärkt, nach einem sorgfältig ausgearbeiteten Plane bei Anlass der günstigen Mars-Opposition im Jahre 1877 auf der Insel Ascension derartige Beobachtungen ausgeführt. (Siehe Näheres im geschichtlichen Theil, Seite 113 und 114.)

Wie wir früher bei correspondirenden Meridianbeobachtungen gesehen haben, hängt die Genauigkeit des abzuleitenden Resultates ausser von der Entfernung des Planeten hauptsächlich von der Entfernung der beiden Beobachtungsstationen A und B ab; nun ist die grösste Basis vom Cap der guten Hoffnung bis Pulkowa ungefähr $=$ R. 2 sin 47^0. [1]) Die Basis, welche bei unserer eben besprochenen Methode durch die Rotation der Erde sich ergibt, hängt ab von der Breite der Station und ist für Greenwich R. 2 sin 38^0 $30'$; für den Cap und St. Jago ungefähr R. 2 sin 57; für Madras ungefähr R. 2 sin 77^0, so dass in diesen drei letzten Fällen eine grössere Basis erhalten wird, als für Meridianbeobachtungen möglich wäre.

Wir haben schon bemerkt, dass nur zwei der grossen Planeten, nämlich Mars und Venus, sich zur Parallaxenbestimmung eignen, Merkur ist von der Erde

---

[1]) Wo R den Erdradius bedeutet.

schon zu weit entfernt, als dass seine untern Conjunctionen zu günstigen Resultaten verhelfen könnten. Nun sind auch nicht alle Marsoppositionen zur Beobachtung gleich günstig, denn die Marsbahn hat eine bedeutend grössere Excentricität als diejenige der Venus und der Erde, so dass die Entfernung des Mars von der Erde in der Opposition zwischen 0. 37 und 0. 78 wechselt, wenn als Maasseinheit die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde zu Grunde gelegt ist. Die Zeit von einer Marsopposition zur andern beträgt 780 Tage und so kommt denn immer noch eine erhebliche Zahl von günstigen Marsoppositionen auf die so grossen Zwischenzeiten, in denen die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe auf einander folgen. Die Periode für die günstigsten Oppositionen beträgt 15 Jahre weniger 30 Tage und in diesem Intervalle finden 7 Oppositionen statt.

Im Folgenden mögen die Entfernungen des Mars in einzelnen Oppositionen angegeben werden:

1672	September 9.	0. 37
1751	September 14.	0. 38
1849	December 12.	0. 58
1851	Januar 22.	0. 66
1860	Juli 21.	0. 38
1862	October 1.	0. 39
1869	Februar 13.	0. 68
1871	März 22.	0. 64
1877	September 3.	0. 37
1879	November 12.	0. 48
1881/2		0. 60
1884		0. 67
1886		0. 76
1892		0. 38.

Die erste Marsbeobachtung, die zu einer Kenntniss der Sonnenparallaxe verholfen hat, ist diejenige, welche zur Zeit seiner günstigen Opposition im September 1672, von Richer und Meurisse in Cajenne und in derselben Zeit von Piccard und Rœmer ausgeführt worden ist.[1]) Piccard hatte für diese Expedition im Auftrage der Academie einen Beobachtungsplan entworfen und nach demselben wurde Richer zur Pflicht gemacht, an jedem schönen Tage die Meridianhöhe von Mars zu messen. In beiden Stationen wurde Mars hauptsächlich mit dem zu einem Differentialverfahren sich günstig eignenden Stern ψ' Aquarii verglichen. Aus der kritischen Vergleichung der während dieser Opposition angestellten Beobachtungen hat Dominique Cassini gefunden, dass der Fehler einer Messung bis zu 15 Sekunden betragen kann und mit Berücksichtigung dieser Unsicherheit setzt er die Marsparallaxe auf 25″ und die Sonnenparallaxe zu $9^1/_2$″. Eine grössere Basis als durch diese Expedition ermöglicht wurde, ergab die im Jahre 1751 erfolgte Expedition von La Caille am Cap der guten Hoffnung; wurden doch correspondirende Beobachtungen ausgeführt am Cap und in Stockholm von Wargentin. Aber auch diese Expedition hat für die Sonnenparallaxe keine genügenden Resultate zu liefern vermocht. Dazu sind eben vollkommenere Instrumente nöthig, als damals den Beobachtern zur Verfügung standen.

---

[1]) Vergleiche den geschichtlichen Theil Seite 9; ebenso La Lande, Astronomie, II., Seite 322 ff. Delambre, Histoire du 18 siècle, p. 495, und R. Wolf, Handbuch der Mathematik, Physik etc. II., Seite 159.

Wie im geschichtlichen Theil dieser Arbeit zu ersehen, wurde das Mittel, die Sonnenparallaxe durch die Bestimmung der Marsparallaxe zu erforschen, bei einer grossen Reihe von Marsoppositionen versucht und in neuester Zeit, während der Opposition von 1877, haben sich beinahe alle Observatorien der Nord- und Südhalbkugel, die mit guten Meridiankreisen versehen sind, zu einem gemeinschaftlichen Beobachtungsplane vereinigt. — Man hatte erkannt, dass die Hauptmängel der bisherigen derartigen Beobachtungen wesentlich in den drei Punkten zu suchen sind:

1) Man hatte Marsoppositionen beobachtet, in denen die Entfernung des Planeten von der Erde eine sehr grosse ist. (Vergl. die Tabelle auf Seite 134.)

2) Eine thätige Mitwirkung von mehreren Sternwarten und zwar hauptsächlich derjenigen der südlichen Halbkugel wurde nicht erreicht.

3) Die Beobachtungen der betheiligten Sternwarten wurden nicht nach einem bestimmten, für alle gleichen Plane durchgeführt.

Unter Berücksichtigung dieser Hauptpunkte hat Herr Prof. Winnecke[1]) auf das Sorgfältigste für die Opposition von 1862 einen Beobachtungsplan ausgearbeitet und denselben zur Befolgung den Astronomen empfohlen und dieser Plan hat sich so vortheilhaft erwiesen, dass er mit wenigen Ausnahmen auch für die Beobachtung der Marsopposition im Jahre 1877 beibehalten worden ist.

---

[1]) Vergleiche: Bulletin de l'Académie imp. Tom. V. St. Petersburg. Ebenso Winnecke, Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition von 1862. St. Petersburg. 1863. Vergleiche auch: Astronomische Nachrichten, Nr. 1409, Seite 262.

Wir werden im Folgenden auf die Hauptpunkte dieses Planes einzugehen haben.

Wie aus der Tabelle auf Seite 134 ersichtlich, erreichte 1862 und 1877 die Marsdistanz von der Erde sehr nahe ihr absolutes Minimum, und da für correspondirende Meridianbeobachtungen in nördlichen und südlichen Stationen die günstigste Stellung von Mars offenbar dann eintritt, wenn der Planet für die Mitte der Basislinie möglichst nahe den Zenithpunkt erreicht, weil alsdann für beide Stationen der Planet nahe die gleiche Höhe erreicht und somit die Beobachtungsverhältnisse nahe dieselben bleiben, so wird eine für die Oppositionszeit nördliche Declination des Planeten zu einem genauern Resultat verhelfen, als eine südliche Declination, denn die Sternwarten der Nordhalbkugel, Pulkowa, Berlin, Greenwich, Washington, liegen weiter vom Aequator ab, als diejenigen der südlichen Halbkugel, Cap der guten Hoffnung, St. Jago de Chile, Cordoba. [1]) — So war im Jahre 1877 die Marsdeclination für eine vortheilhafte Beobachtung auf nördlichen Stationen schon etwas zu südlich.

Nach Winnecke's Plan sollten nur Declinationsdifferenzen zwischen Mars und mehreren gewählten Fixsternen gemessen werden, deren Declination im Mittel sehr nahe mit derjenigen des Planeten zusammenfällt.

---

[1])	Breite von Pulkowa	+ 59° 46′ 18″. 7
	„ „ Berlin	+ 52° 30′ 16″. 7
	„ „ Greenwich	+ 51° 28′ 38″. 2
	„ „ Washington	+ 38° 53′ 38″. 6
	„ „ Cap d. g. Hoffn.	— 33° 56′ 3″. 0
	„ „ St. Jago de Chile	— 33° 26′ 25″. 5
	„ „ Cordoba	— 31° 15′ 1″.
	„ „ Melbourne	— 37° 38′ 45″.

Dadurch, dass die Rectascensionsbeobachtungen wegfallen, soll die Hauptaufmerksamkeit des Beobachters auf die Declinationseinstellung des Planeten und der Vergleichsterne gerichtet werden; der Moment, in dem die Pointirung gelungen ist, wird notirt und mit Hülfe des aus anderweitig genügend bekannten Rectascensionen der Vergleichsterne gefundenen, dem Moment der Einstellung entsprechenden Stundenwinkels, wird die beobachtete Declination anf den Meridian reducirt. —

Da es sich herausgestellt hat, dass durch das Einstellen der Sterne zwischen die horizontalen Fäden constante Fehler nicht vermieden werden können [1]), schlägt Winnecke vor, die Sterne an den Fäden zu beobachten, und zwar abwechselnd an dem obern und untern Faden. Wird Mars mit den 4 Sternen, δ Pisc., 20 Ceti, 26 Ceti und 80 Pisc., die ihm vorausgehen, verglichen, so wäre der erste an dem einen Abend am untern Faden, der zweite am obern, der dritte ebenfalls am obern und der letzte am untern Faden einzustellen. Für die 4 nachfolgenden Sterne, die nach dem Planeten den Meridian passiren, wäre dieselbe Ordnung beizubehalten, so dass durch eine derartige Bisection im Mittel der Abstand der Fäden aus dem Resultate eines Abends verschwindet.

Bislang waren grosse Schwierigkeiten bei Einstellung von Planetenscheiben zu überwinden, da das Tangiren des Fadens und Planetenrandes bei nicht sehr scharfen und ruhigen Bildern schr schwer sicher aufgefasst werden kann, und es hat deshalb Winnecke vorgeschlagen, für Mars direct die Declination des Centrums zu beobachten. Zu diesem Behufe ist erforderlich,

[1]) Vergleiche: Annales de l'observatoire de Paris, Tome II Seite 51 und 53.

dass die beiden horizontalen Fäden in einer Entfernung von einander stehen, die einige Secunden weniger als das Durchmesserminimum für Mars während der Oppositionszeit beträgt und der Planet ist alsdann so einzustellen, dass ausserhalb der Fäden gleiche Segmente abgeschnitten werden. Die Resultate von 1862 haben gezeigt, dass durch diese Methode eine viel sicherere Einstellung ermöglicht ist. „Vorzüglich aber erhält der Beobachter die Gewissheit, etwas ihm völlig Bestimmtes beobachtet zu haben, etwas, was nur auf eine Weise eingestellt werden kann.“ [1])

Diese Methode kann auch auf kleinere Instrumente angewendet werden, ohne dass bei denselben eine Umänderung nöthig ist, sofern diese Instrumente neben dem festen noch einen beweglichen Horizontalfaden besitzen; der Beobachter hat alsdann nur nöthig, den beweglichen Faden vor Durchgang der ersten Sterngruppe auf eine geeignete, bekannte Entfernung zu stellen und ihn in dieser Lage unberührt bis nach dem Durchgang der letzten Gruppe zu belassen. —

Es ist selbstverständlich, dass etwaige Neigungen der Declinationsfäden auf's genaueste geprüft werden müssen und zwar während der Beobachtungsdauer selbst. Diese Neigung und der Parallelismus der beiden Fäden werden ermittelt mit Hülfe eines Collimators, der auf's sicherste nivellirt werden kann. —

Die Theilungsfehler des Kreises und die periodischen Fehler der Schraube und des Micrometers sind genau zu untersuchen. Bei jedem Microskop ist sowohl der vorhergehende als auch der nachfolgende

---

[1]) A. Winnecke, Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition 1862, Seite 8.

Theilstrich abzulesen, um die Fehler in der Aufstellung des Microskops zu eliminiren und um die zufälligen Fehler der Theilstriche in ihrem Einflusse zu verringern, und endlich ist der Biegung des Fernrohrs Rücksicht zu tragen, die der Zenithdistanz proportional sein wird und die man am vortheilhaftesten eliminiren kann, wenn das Fernrohr eine Vertauschung von Objectiv und Ocular zulässt.

Am zweckmässigsten würde die Anwendung sehr starker Vergrösserungen sein, doch muss auf eine Vergleichung mit den Beobachtungen kleinerer Instrumente Rücksicht genommen werden und diese Instrumente können nicht höher als auf eine 170—180-fache Vergrösserung gehen; Winnecke schlägt darum eine gemeinsame 170-fache Vergrösserung vor, im Jahr 1877 wurde ein Spielraum in der Vergrösserung von 150 bis 190 gelassen.

Für die Beobachtungen, die 1862 nach diesem Plane ausgeführt worden sind, wurde von Winnecke, Stone und Ferguson als Methode der Parallaxenbestimmung eine paarweise Vergleichung der correspondirenden Beobachtungen beider Halbkugeln durchgeführt [1]) und da nun nicht für jede Station ausreichende correspondirende Beobachtungen vorhanden waren, musste ein beträchtlicher Theil des Materials unbenutzt bleiben. Im Ganzen sind über 300 Beobachtungen vorhanden, von denen sind benutzt worden:

1) von Winnecke 26,
2) von Stone 58,
3) von Ferguson 46.

---

[1]) Vergleiche: Geschichtlicher Theil, Seite 107.

Unter den 26 Winnecke'schen und 58 Stone'schen sind 5 Beobachtungen dieselben, so dass also im Ganzen nur 125 Beobachtungen zur Rechnung benutzt worden sind. — Um das ganze Beobachtungsmaterial zur Berechnung nutzbar zu machen, hat Prof. Newcomb in seiner «Investigation of the distance of the sun, and the elements, which depend upon it»[1]) aus den Beobachtungen Gleichungen aufgestellt, in denen die Tafelfehler der Declination des Planeten mit der Correction der Parallaxe verbunden sind.

Bezeichnet nämlich $\varDelta$ die Entfernung des Planeten von der Erde, δ die Declination des Planeten, $d\delta$ den Tafelfehler derselben, $d\pi$ die Correction der Parallaxe, so wird jede Vergleichung einer beobachteten und berechneten Declination des Planeten eine Gleichung von der Form ergeben:

$$d\delta = f\,d\pi + k + \frac{a}{\varDelta \cos \delta} + \frac{b \cdot t}{\varDelta \cos \delta}$$

wo k ein constantes Glied bedeutet und wo d, π, k und b die zu bestimmenden Grössen sind.

Der Zeit nach hat Newcomb die Beobachtungen in fünf Serien getheilt und in die Bedingungsgleichungen sind für jede Serie zwei Unbekannte α und β eingeführt, nämlich der Fehler der Polardistanz für die Mittelzeit der Reihe und die Correction dieses Fehlers für 10 Tage berechnet. Auf diese Weise erhält Newcomb als allgemeine Form seiner Bedingungsgleichungen:

---

[1]) Washington observations, 1865, Appendix II., und Investigation of the distance of the Sun. Washington, 1867, in 4°.

$$o = P\left(\alpha + \frac{t}{10}\beta + \frac{0.89 \sin z'}{\Delta}\pi' + \Delta p\right)$$

wo α und β die eben angegebenen Bedeutungen haben, wo ferner:

P das Gewicht der Beobachtung,

t die Zeit in Tagen von der Mitte einer jeden Serie gerechnet,

z' die geocentrische Zenithdistanz des Planeten,

π' die Correction der mittlern Horizontal-Aequatorparallaxe der Sonne und

Δp die Differenz aus der berechneten und beobachteten geocentrischen Polardistanz bedeuten.

Der Rechnung ist als angenäherter Parallaxenwerth 8''. 90 zu Grunde gelegt.

Unter Behandlung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate erhält Newcomb für π' abweichende Werthe und erklärt sich das dadurch, dass verschiedene Vergleichsterne in den einzelnen Reihen gewählt worden und unter Bildung anderer Werthe für β ergibt sich für π':

$$\pi' = -0.050$$

und somit: $\pi = 8.855.$

Als wahrscheinlicher Fehler kommt $\pm$ 0. 016, der indessen mit Rücksicht darauf, dass die Fehler der einzelnen Gleichungen nicht unbeträchtlich sind, auf $\pm$ 0. 020 erhöht wird.[1])

---

[1]) Vergleiche: C. Powalky, Ueber die Bestimmung der Sonnenparallaxe, A. N. Nr. 1903, Seite 102.

Correspondirende Aequatoralbeobachtungen von Mars und Sternen wurden während der Oppositionszeit 1862 nur in Upsala und Santjago de Chile erhalten und die Berechnung der Parallaxe ist von Professor Hall [1]) mit Zuziehung der Washingtoner Meridianbeobachtungen derart ausgeführt worden, dass zunächt jede Vergleichung des Planeten mit dem Stern vermittelst der aus dem Washington Almanac entnommenen stündlichen Aenderung des Planeten in Declination auf den Meridian des Beobachtungsortes reducirt wurde. Als Maximalwerth für die differentielle Refraction ergab sich 0″.01 und es wurde darum diese Correction vernachlässigt.

Für die Correction, die von einer Veränderung der Declinationsparallaxe herrührt, wurde für die Beobachtungsdauer eine Tafel berechnet, deren grösster Werth 0″.04 beträgt, so dass mit hinreichender Strenge für diese Aenderungen ein Mittelwerth eingeführt werden konnte.

Die auf den Meridian des Beobachtungsortes reducirten, von der Refraction befreiten Declinationsdifferenzen wurden weiter auf den Meridian von Washington reducirt und die Bestimmung der Horizontalparallaxe aus den correspondirenden Beobachtungen geschah nun nach den Formeln, wie sie auf Seite 122 angegeben wurden. Die Entfernungen von Mars und der Erde wurden aus den Ephemeriden interpolirt, wie sie von Winnecke in seiner Schrift: „Beobachtungen des Mars zur Zeit seiner Opposition 1862“ veröffentlicht sind.

---

[1]) Washington Observations 1863; Appendix A. Vergleiche auch Astron. Nachrichten Nr. 1615, Schreiben des Herrn Dr. A. Schulz an den Herausgeber, und Astron. Nachrichten Nr. 1623, Schreiben des Hrn. Prof. A. Hall an den Herausgeber.

Als wahrscheinlichen Fehler einer einfachen Differentialmessung findet Hall den Werth $\pm$ 0''.4 und zwar
aus 189 Beobachtungen in Upsala $r = \pm\ 0.317$
„ 490 „ „ „ Santiago $r = \pm\ 0.405$
„ 502 „ „ „ Washington $r = \pm\ 0.636$

Zu jedem Resultat, das aus der Combination zweier correspondirender Beobachtungen sich ergibt, gehört ein Gewicht, das von dem wahrscheinlichen Werth einer Micrometervergleichung, der Entfernung des Planeten von der Erde und der geographischen Lage der Observatorien abhängt.

Wird für die Einheit des Gewichtes von 10 Micrometervergleichungen ausgegangen, wenn die Entfernung des Planeten von der Erde = 1 ist und bezeichnet r^0 den wahrscheinlichen Fehler dieses Mittels, so kommt:

$$r_0 = \pm \frac{0''.4}{\sqrt{10}} = \pm\ 0.1265$$

und wenn r den wahrscheinlichen Fehler des mittlern Resultates einer Beobachtungsreihe irgend einer Station bedeutet und ist ω das Gewicht desselben, für eine Marsdistanz

$$= \varDelta$$

$$\text{so ist } \omega = \frac{8.20412}{r^2} \cdot \frac{1}{\varDelta^2}$$

Sind φ und $\varphi_{\prime}$ die Polhöhen der nördlichen und südlichen Station, so ergiebt sich unter Bildung der Faktoren

$$\frac{\varphi - \varphi_{\prime}}{90} \text{ für Upsala-Santiago}$$

$$\frac{\varphi - \varphi_{\prime}}{90} \text{ für Washington-Santiago}$$

das relative Gewicht:

$$\text{Upsala-Santiago} \qquad \omega = \frac{8.21990}{r^2\, \varDelta^2}$$

Washington-Santiago $\omega = \frac{8.10938}{\Delta^2}$

Als schliessliches Resultat erhält Hall:

Aus der Vergleichung der Beobachtungen in

Upsala und Santiago $\pi = 8''.859$ $\omega = 43.81$

Washington und Santiago $\pi = 8''.810$ $\omega = 24.60$

und für sämmtliche Aequatorealbeobachtungen 1862:

$$\pi = 8.8415 \pm 0''.04$$

Es ist bei dieser Berechnung nicht ausser Acht zu lassen, dass die Längendifferenz der beiden Stationen, in denen micrometrische Beobachtungen angestellt wurden, sehr beträchtlich ist, so dass die zur Vergleichung der Beobachtungen nothwendige Reduction auf einen und denselben Meridian den Tafelfehlern zu sehr ausgesetzt ist.

Die Marseinstellungen wurden in beiden Stationen nach dem Winnecke'schen Vorschlage ausgeführt und mit günstigem Erfolg: „Das Auge scheint über die Gleichheit des Planetenregments mit grösserer Bestimmtheit und Gleichförmigkeit bestimmen zu können als über das Tangiren des Fadens an der Scheibe.“ [1])

Wie auf Seite 130 bemerkt, hat Professor Galle in Breslau im Jahre 1875 eine Parallaxenberechnung veröffentlicht; seiner Aufforderung entsprechend hatten sich 3 Sternwarten der Südhalbkugel und 9 der Nordhalbkugel an correspondirenden Beobachtungen des kleinen Planeten Flora zur Zeit ihrer perihelischen Opposition im Oktober und November 1873 betheiligt. Die kleinstmögliche Entfernung dieses Planeten von der

---

[1]) Siehe Washington, Observations 1863: Appendix A.

Erde, die also gerade in dieser Opposition eintraf, beträgt 0. 87, ist also fast dreimal so gross als die günstigste Marsentfernung und es erhellt somit, dass, wenn das zu erwartende Resultat ein brauchbares sein oll, die Beobachtungen selbst in ihrer Auffassung die grösste Genauigkeit gestatten mussten.

Prof. Galle bemerkt in Nr. 1897 des A. N. diesbezüglich folgendes:

„Was die Genauigkeit der Einstellungen und hiernach die muthmassliche Sicherheit der zu ermittelnden Parallaxe betrifft, so dürfte der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung bei einem stark vergrösserndem Fernrohr und bei günstiger Luft sicherlich nicht über 0″.5 anzunehmen sein, bei geübtern Beobachtern und Anwendung grosser Sorgfalt aber ohne Zweifel beträchtlich kleiner, wie z. B. mehrere neuere Bestimmungen von Fixsternparallaxen zeigen. Für jeden einzelnen Abend würde daher aus 20—30 guten Vergleichungen ein mittlerer Fehler des Resultats kleiner 0″.1 erwartet werden können und die Wiederholungen während eines ganzen Monats würden die Feststellung bis auf Hunderttheile der Sekunde nicht als unmöglich erscheinen lassen. Insbesondere aber würden die wahrscheinlichen Fehler aus verschiedenen nicht mit einander zusammenhängenden Beobachtungsreihen verschiedener Orte und Zeiten, von verschiedenen Personen und an verschiedenen Planeten angestellt, aus den ermittelten Werthen für die Sonnenparallaxe eine klare Entscheidung geben, ob die gefundenen wahrscheinlichen Fehler den Differenzen der gefundenen Endresultate entsprechen würden; welches Urtheil über die berechneten wahrscheinlichen Fehler bei den meisten andern Methoden oft mit nicht geringen Schwierigkeiten verknüpft ist.“

Nun wird in der That durch die Kleinheit der mit Fixsternen zu vergleichenden Planeten die Micrometermessung eine sehr günstige, da in der Art der Einstellung der Planet vom Stern sich in nichts unterscheidet; die störenden Rücksichten auf Phase, Irradiation etc. fallen weg und durch die Bestimmung des Beobachtungsplanes, dass der Planet an jedem Abend mit zwei Sternen verglichen werden sollte, von denen der eine nördlich, der andere südlich sich befindet und so, dass der Planet in Declination möglichst nahe die Mitte einnimmt, wurde es ermöglicht, die aus dem Mittel aus dem südlichen und nördlichen Sterne sich ergebenden Declinatlonen des Planeten von Unvollkommenheiten des Instrumentes und störenden Temperatureinflüssen, in grossem Grade frei zu erhalten. Natürlich ist zu diesen genauen Beobachtungen vor allem eine feste Aufstellung des Instrumentes erforderlich, und da zeigte es sich denn, dass einzelne Instrumente der Stationen der Südhalbkugel in diesem Punkte zu wünschen liessen; die Vergleichung der gemessenen Declinationsdifferenzen zeigt für die 3 südlichen Sternwarten bedeutend stärkere Abweichungen als für die nördlichen. Die Einstellungsfehler erweisen sich bei fast allen Beobachtern als sehr klein; der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung für eine nördliche Sternwarte kommt auf $\pm 0''.25$ für einen einzelnen Abend und in dieser Zahl sind alle persönlichen und Instrumentalfehler eingeschlossen. Professor Winnecke fand für den Repsold'schen Meridiankreis als wahrscheinlichen Fehler einer Marsdeclination $0''.22$.

Professor Galle hat zur Berechnung der Parallaxe, die auf Seite 127 angegebene Methode benutzt unter

Zugrundelegung des Newcomb'schen Parallaxenwerthes $\pi_0 = 8''.848$ und erhält für die Correction χ unter Ausschluss von 15 stark abweichenden Beobachtungen: $\chi = 0''.02533$ und somit $\pi = 8''.873$ mit dem wahrscheinlichen Fehler $\pm$ 0.0420 und es liegen diesem Resultate 81 zwischen der nördlichen und südlichen Halbkugel correspondirende Beobachtungen zu Grunde.

Der zweite und letzte grosse Planet, der sich zu Parallaxenbestimmungen durch günstige Erdnähen eignet, ist Venus. Micrometrische Vergleichungen in oder nahe bei den untern Conjunctionen der Venus lassen sich indessen ausserhalb des Meridians nicht anstellen, da nur in den seltensten Fällen der Planet bei Tageslicht mit nahestehenden hellen Fixsternen wird verglichen werden können. Solche Sternvergleichungen können nur vor Sonnenaufgang oder Sonnenuntergang ausgeführt werden und die Vergleichung wird ausserordentlich erschwert durch den starken Glanz und die einseitige Beleuchtung der Venus. Am günstigsten werden Messungen angestellt werden können zur Zeit des Stillstandes des Planeten, in der die Entfernung der Venus von der Erde im Mittel 0.34 beträgt. Es ermöglicht alsdann die äusserst langsame scheinbare Bewegung der Venus eine Uebertragung der Meridianbeobachtungen vermittelst Interpolation, so dass die Gleichzeitigkeit der Beobachtungen nicht Haupterforderniss bleibt und unter der Voraussetzung, dass durch einen sorgfältig ausgearbeiteten Beobachtungsplan die zu einer micrometrischen Vergleichung geeigneten Fixsterne bekannt gemacht werden, könnten auch kleinere bewegliche Instrumente in verschiedenen günstigen Stationen zur Beobachtung zugezogen werden. Professor Gerling in

Marburg forderte zur Beobachtung des im April 1849 erfolgenden östlichen und im Juni erfolgendeu westlichen Stillstandes der Venus auf.[1])

Diese Aufforderung hatte die grosse amerikanische Expedition nach Chile in den Jahren 1849—1852 zur Folge,[2]) die indessen für die Sonnenparallaxe kein entscheidendes Resultat zu liefern vermochte. Aus der Beobachtung der gleichzeitigen Marsoppositionen konnte schon desshalb nicht die nothwendige Genauigkeit erreicht werden, weil jene Marsoppositionen wegen der grossen Entfernung des Planeten zu den ungünstigsten zählen. (Vergleiche Seite 134.) In Santiago begünstigten die Witterungsverhältnisse die Beobachtungen ausserordentlich, aber in den nördlichen Observatorien war das Gegentheil der Fall; auf 217 Beobachtungen in Santiago kommen nur 5 in Cambridge, 4 in Greenwich und 19 in Washington. Um die guten und zahlreichen Beobachtungen, die in Santiago angestellt worden, nutzbar zu machen, zieht Mr. Gould die in diesen Zeiten an Venus und Mars angestellten Beobachtungen am Cap der guten Hoffnung und der nördlichen europäischen Sternwarten Athen, Cracow, Kremsmünster und Altona zur Beobachtung herbei. Für diese Stationen war kein allgemein verbindlicher Beobachtungsplan gegeben und die Unsicherheit der Positionen der Vergleichssterne konnte desshalb nicht, wie das durch correspondirende Beobachtungen geschieht, elimirt werden und darum kann dem von Mr. Gould abgeleiteten Resultate keine grosse Sicherheit gewährt werden.

---

[1]) Astronomische Nachrichten Nr. 599, Seite 363, und Nr. 613, Seite 195.

[2]) Vergleiche: Astronomische Nachrichten, Band 50, Seite 14. U. S. Naval Exp. tom III. Von Seite LXII ab.

Mr. Gould nimmt als genäherten Werth der Sonnen-Parallaxe den von Encke aus den Venusexpeditionen abgeleiteten und findet für die verschiedenen Marsoppositionen und Venusstillstände folgende Correctionswerthe:

Für die erste Marsopposition 1849:

$d\pi = -0''.0762$ mittlere Fehler $0''.0621$

für die zweite Marsopposition 1851:

$d\pi = +0''.0427$ mittlere Fehler $0''.1334$

für den ersten Venusstillstand:

$d\pi = -0''.3780$ mittlere Fehler $0''.1272$

für den zweiten Venusstillstand:

$d\pi = -0''.1661$ mittlere Fehler $0''.1246$.

Die angegebenen mittlern Fehler sind nicht in üblicher Weise gegeben; sie müssen noch dividirt werden durch die Quadratwurzel aus der Zahl der Beobachtungen.

Für die erste Marsopposition sind die zahlreichsten und zuverlässigsten Beobachtungen auf nördlichen Stationen erhalten worden und darum glaubt Prof. Gould, den ersten Correctionswerth einem Werthe, der aus den stark abweichenden Correctionen der sämmtlichen Beobachtungsreihen abgeleitet werden könnte, vorziehen zu sollen, und er setzt darum endgültig:

$$d\pi = -0''.0762 \pm 0.0621$$

$$\pi = 8''.5712 - 0''.0762 = 8''.4950$$

woraus er abkürzend

$$\pi = 8''.500$$

als Resultat für die Constante der Sonnenparallaxe, abgeleitet aus den Beobachtungen von Mars und Venus in den Jahren 1849—1852, gibt. Dass dieser Zahl keine grosse Sicherheit beigemessen werden kann, ist nach den oben angeführten Correctionswerthen einleuchtend.

Wie schon im ersten Theil bemerkt wurde, sind die genauesten Werthe für die Sonnenparallaxe aus den Beobachtuugen der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe zu erwarten. Die langsame scheinbare Bewegung des Planeten gestattet für die Messung kleiner Winkel eine grössere Genauigkeit, als ein astronomisches Instrument durch directe Messung zu geben vermag. Natürlich können die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe nur in der Nähe des auf- und absteigenden Knotens sich ereignen, der Planet muss sich in ecliptischer Conjunction befinden und die geocentrische Breite der Venus muss kleiner sein als der Halbmesser der Sonne. Nun entsprechen annähernd 8 Umläufe der Erde 13 Umläufen der Venus und 235 Umläufe der Erde kommen 382 Umläufen der Venus gleich; ein Venusvorübergang wird sich darum in demselben Knoten nach 8 Jahren wiederholen und kann dann erst wieder in 235 Jahren stattfinden. Es lassen sich die Vorübergänge im ab- und aufsteigenden Knoten auch mittelst der Verbindung zweier Perioden von 243 Jahren und 8 Jahren ableiten,[1]) und am allgemeinsten durch die Zahlen 121. 5 und 105. 5, verbunden mit der Periode von 8 Jahren.

Ist nämlich T die Epoche eines bestimmten Vorüberganges (etwa im aufsteigenden Knoten), so wird

[1]) Vergleiche die darnach gerechneten Tabellen in Lalande, Astron. II., pag. 461; auch Delambre, Astr. théor. et pract., pag. 473.

im absteigenden Knoten ein Vorübergang stattfinden zur Zeit $T + 121.5$

und ferner in demselben Knoten zur Zeit:

$$T + 121.5 + 8.$$

Im aufsteigenden Knoten dagegen wird ein Vorübergang stattfinden zur Zeit:

$$T + 235 = T + 121.5 + 8 + 105.5$$

und es folgt der nächste zur Zeit:

$$T + 121.5 + 8 + 105.5 + 8$$

so dass wir uns also so ausdrücken können: die Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe finden statt in Zwischenzeiten von 105 und 121 Jahren, und alsdann je paarweise.

Für die Vorausberechnung der einzelnen Phasen eines Durchganges ist die eben angegebene allgemeine Bestimmung der Epoche des Durchganges natürlich mit einer strengen Rechnung zu verbinden; man bestimmt zunächst mit Hülfe der Venus- und Sonnentafeln, zu welcher Zeit die geocentrischen Längen von Venus und Sonne einander gleich werden und berechnet alsnn für diese Zeit die geocentrische Breite des Planeten.

Die Berechnung der Vorübergänge der Planeten Venus und Merkur kann nach den Methoden geschehen, welche für die Sonnenfinsternisse gebräuchlich sind, der Planet ersetzt den Mond; der Durchmesser desselben ist kleiner, die Parallaxe geringer und die Bewegung langsamer und wegen der Kleinheit der Parallaxe kann die Rechnung bedeutend abgekürzt werden.

Am gebräuchlichsten ist für die Berechnung die Lagrange'sche Methode, welche auf einfache Weise aus den Phasen der Erscheinung für den Mittelpunkt diejenigen für jeden Ort auf der Oberfläche der Erde zu finden lehrt.[1])

Sind α, δ; A, D die Rectascension und Declination der Venus und Sonne für eine der Conjunctionszeit nahe Zeit T eines ersten Meridians; sind ferner a, d die relative stündliche Bewegung der beiden Gestirne in Rectascension und Declination und r, R die Halbmesser von Venus und Sonne, so rechne man die Hülfsformeln:

$$\left.\begin{aligned} m \sin M &= (\alpha - A) \cos \tfrac{1}{2} (\delta + D) \\ m \cos M &= \delta - D \end{aligned}\right\} 1.$$

$$\left.\begin{aligned} n \sin N &= a \cos \tfrac{1}{2} (\delta + D) \\ n \cos N &= d \end{aligned}\right\} 2.$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{m \sin (M - N)}{R \pm r} &= \sin \psi \\ \tau &= - \frac{m}{n} \cos (M - N) - \frac{R \pm r}{n} \cos \psi \\ \tau' &= - \frac{m}{n} \cos (M - N) + \frac{R \pm r}{n} \cos \psi \end{aligned}\right\} 3.$$

Alsdann ist die Zeit des Eintritts für das Erdcentrum: $t = T + \tau$

und dem entspricht der Positionswinkel des Contactpunktes: $\odot = 180 + N - \psi$

und für die Zeit des Austritts wird:

$$t' = T + \tau' \qquad \odot = N + \psi$$

Für einen beliebigen Ort der Erdoberfläche, dessen östliche Länge l und dessen Polhöhe φ ist, kommt:

---

[1]) Lagrange: Mém. de Berlin 1766. Vergleiche auch: Encke, Astron. Jahrbuch, 1842- — Brunnow, Sphärische Astron., 403. — Hansen, Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge. — Puiseux: Sur le passage de Venus de 1882. — Edm. Dubois: Les passages de Venus, Paris 1873.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Mittlere Ortszeit d. Eintritts: } T = t + l - g \cos \zeta \\ \text{„ \quad „ \quad „ Austritts: } T' = t' + l + g \cdot \cos \zeta\end{array}\right\} \text{I.}$$

Dazu dienen die Hülfsformeln:

$$p \cos (R \pm r) - \pi = f \cdot \sin s$$
$$- p \sin (R \pm r) = f \cdot \cos s$$

wo π und p die Horizontalparallaxen für Sonne und Venus bedeuten.

$$\frac{f}{n \cdot \cos \psi} = g$$

$$\sin (\lambda - A) \cos \beta = \sin s \cdot \sin \odot$$
$$\cos (\lambda - A) \cos \beta = \cos s \cos D - \sin s \sin D \cdot \cos \odot$$
$$\sin \beta = \cos s \sin D + \sin s \cos D \cos \odot$$

wo für Ein- und Austritt der entsprechende Werth für $\odot$ zu nehmen ist.

$$\varDelta = \lambda - L$$

wo L die den Zeiten t oder t′ entsprechende Sternzeit ist.

$$\cos \zeta = \sin \beta \sin \varphi + \cos \beta \cos \varphi \cdot \cos (\varDelta - l).$$

Aus den Formeln I geht nun ohne weiteres die Bedeutung der Halley'schen Methode hervor, denn in $T-T'$ heben sich die zweiten Glieder weg und es genügt somit eine nur annähernd bekannte Länge, wenn die Gesammtdauer der Erscheinung hat beobachtet werden können. Bezeichnen wir die relative Zeitdauer für etwa die innern Berührungen, gesehen vom Beobachtungsorte 1 aus mit J und diejenige für die nämlichen Berührungen, gesehen von einem andern Punkte 2 aus, mit J′, so lässt sich J—J′ darstellen als Funktion der relativen Parallaxe $p-\pi$, d. h. $p-\pi$ wird aus dem Ausdrucke für J—J′ bestimmt. Ist nun für eine bestimmte Zeit $p-\pi$ gefunden, so lässt sich unter Benutzung der Sonnen-

Venustafeln eine Relation aufstellen zwischen den Parallaxen und den Rad.-vect. der Venus- und Erdbahn, entsprechend dieser Zeit, und aus der Kenntniss der Grössen $p - \pi$ und $\frac{p}{\pi}$ folgt die Bestimmung der gesuchten Parallaxe π und p. Aus dem Ausdruck, der sich für $p - \pi$ ergibt, folgt für einen Fehler di in der Messung des Intervalls $J - J = i$:

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{di}{i}$$

und es sind somit zu einer genauen Bestimmung des Sonnenparallaxenwerthes nach der Halley'schen Methode die beiden zu verbindenden Beobachtungsorte so zu wählen, dass i möglichst gross wird. Nehmen wir $i = 30^m$ und setzen wir den Fehler in der Beobachtung $di = 10$ Sekunden, so ist

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{1}{180}$$

und das gibt für den Parallaxenwerth $8''.85$, wie ihn Newcomb aus einer grössern Zahl neuerer Bestimmungen abgeleitet hat, einen Fehler von nahe $0''.05$.

Delisle erweiterte die Halley'sche Methode, indem er zeigte, dass sämmtliche guten Beobachtungen einer bestimmten Phase des Durchganges zur Ableitung des Parallaxenwerthes verbunden werden können.

Sind T' und T'' die mittleren Zeiten zweier Stationen für die Beobachtung derselben Phase und ist T die mittlere Zeit eines ersten Meridians für denselben Contact, gesehen vom Mittelpunkt der Erde aus, so ist nach I., wenn l und l' die Längen der Stationen bedeuten:

$$T' - T'' = l - l' + g\,(\cos \zeta' - \cos \zeta)$$

$$g = \frac{(T' - l) - (T'' - l')}{\cos \zeta' - \cos \zeta}$$

Nun ist nach den Formeln für f sin s und f cos s (Seite 154):

$$f^2 = \pi^2 + p^2 - 2\,\pi\,p \cos (R \pm r)$$

und da für den Moment des Contacts

$$\cos (R \pm r) \text{ sehr nahe } = 1:$$

$$f = p - \pi$$

und da $\dfrac{f}{n \cdot \cos \psi} = g$ kommt

$\dfrac{p - \pi}{n \cdot \cos \psi} = g$ und so erhalten wir nach der Delisle'schen Methode:

$$p - \pi = \frac{n \cdot \cos \psi \,[(T' - l) - (T'' - l')]}{\cos \zeta' - \cos \zeta}$$

Ist für die betrachtete Epoche y der Rad. vect. der Venusbahn, und z derjenige der Erdbahn, so ist

$$\frac{\pi}{p} = \frac{z}{z - y} \text{ somit}$$

$$\pi = \frac{(z - y)}{y} \cdot \frac{n \cos \psi \,[(T' - l) - (T'' - l')]}{\cos \zeta' - \cos \zeta}$$

Ist durch die Beobachtung $(T' - l) - (T'' - l') = k$ fehlerhaft gegeben und ist dieser Fehler $= d\,k$, so kommt für π ein Fehler von:

$$d\,\pi = \left(\frac{z}{y} - 1\right) \cdot \frac{n \cos \psi}{\cos \zeta' - \cos \zeta} \cdot d\,k$$

Die Bestimmung nach der Delisle'schen Methode wird also um so genauer werden, je grösser $\cos \zeta' - \cos \zeta$ wird und am genauesten, wenn $\cos \zeta$ und $\cos \zeta'$ ihre Maximalwerthe und verschiedene Vorzeichen haben.

Die allgemeinste Verbindung sämmtlicher Beobachtungen wird sich ergeben durch die Vergleichung der einzelnen Beobachtungen mit den entsprechenden Phasen, gesehen vom Mittelpunkt der Erde aus. Dadurch wird auch eine Bestimmung der Tafelfehler, so weit sie in die Differenz der Rectascensionen und Declinationen der beiden Gestirne Sonne und Venus eingehen, ermöglicht. Jede Beobachtung liefert eine Bedingungsgleichung von der Form:

$$(\mathfrak{R} - \mathfrak{B}) = a - d(\alpha - A) + b \cdot d(\delta - D) + c \cdot d\,\pi_0 + f.\ d(R \pm r)$$

wo $\mathfrak{R} - \mathfrak{B}$ die Differenz der Zeiten für den berechneten und beobachteten Contact bedeutet und zur Berechnung von a, b, c und f dienen die Hülfsformeln:

Gegeben sind: φ, A, δ und D; $\alpha_0 = \frac{1}{2}(\alpha + A)$; $\delta_0 = \frac{1}{2}(\delta + D)$. Θ ist die Sternzeit entsprechend der beobachteten mittleren Zeit.

$$\left.\begin{array}{l}\cos\varphi\cos(\alpha_0 - \Theta)\sin\delta_0 - \sin\varphi\cos\delta_0 = h\cos H \\ \cos\varphi\sin(\alpha_0 - \Theta) = h\sin H\end{array}\right\}$$ bestimmen H und h.

Mit einem angenommenen Werthe $p - \pi$ rechnet man B′ und C′ nach den Formeln:

$$B' = \alpha - A + (p - \pi)\, h \sec H \sec \delta_0$$
$$C' = \delta - D + (\pi - p)\, h \cdot \cos H$$

Die Formeln: $m \cos M = C'$

$m \sin M = B' \cos \delta_0$ geben M u. m

und aus

$$n \cdot \cos N = \frac{1}{3600} \cdot \frac{d(\delta - D)}{dt}$$
$$n \cdot \sin N = \frac{1}{3600} \cdot \frac{d(\alpha - A)}{dt}$$

wo $\frac{d(\delta - D)}{dt}$ und $\frac{d(\alpha - A)}{dt}$

als stündliche Aenderungen in den Ephemeriden schon enthalten sind, bestimmt sich N und n.

Endlich ist $(\mathfrak{R} - \mathfrak{B}) = \frac{m - (R \pm r)}{n \cos(M - N)}$

Alsdann ist:

$$a = -\frac{\sin M \cdot \cos \delta_0}{n \cos(M - N)}$$

$$b = -\frac{\cos M}{n \cos (M - N)}$$

$$c = -\frac{p - \pi}{p_0} \cdot \frac{h \cdot \cos (M - H)}{n \cdot \cos (M - N)}$$

$$f = \frac{1}{n \cdot \cos (M - N)}$$

Die Rechnung wird also im allgemeinen so durchgeführt werden, dass man mit einem vorläufigen Werth der Sonnenparallaxe in die Formeln eingeht, die Unterschiede berechnet, welche die Beobachtungen ergeben, die Differentialgleichungen zwischen diesen Unterschieden und den Verbesserungen der der Berechnung zu Grunde gelegten Elemente aufstellt und unter Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Verbesserungen dieser Elemente bestimmt. Die etwas beschwerliche Arbeit, welche die Auflösung der Bedingunggleichungen verursacht, kann erleichtert werden durch Tafeln, welche gewisse Grössen, die in diesen Gleichungen nothwendig werden, leicht zu bilden gestatten. Solche numerische Tafeln hat Puiseux gegeben, [1]) und zwar für den Venusvorübergang des 8. Dezember 1874.

Möge nun die Rechnung auf irgend eine Methode durchgeführt werden, immer ist erforderlich, dass die Beobachtungen des Contactes mit hinreichender Genauigkeit, für deren Grenze etwa 5 Sekunden angegeben werden kann, ausgeführt werden, und das wird erschwert durch unruhige Luft, durch Refraction und die verschiedenen Erscheinungen, welche von der Güte des Objektivs des Instruments abhangen. Die Irradiation

---

[1]) Vergleiche: Puiseux, Sur la formation des Equations de Condition etc. in Addition à la Connaissance des temps 1876.

verändert scheinbar die Grösse der Scheiben und so ist denn eine besondere Einübung nöthig, um den Beobachter in Stand setzen zu können, auf contante Weise die Contacterscheinungen zu beobachten.

Wie schon im ersten Theil erwähnt wurde, befassten sich bald nach den Vorübergängen verschiedene Rechner mit der Ableitung der Resultate und diese bedienten sich bald einer directen Methode, wie sie aus den allgemeinen Formeln ohne weiters sich ergibt, bald einer indirecten, indem durch vorläufige Annahme irgend eines Parallaxenwerthes die beobachtete Dauer auf die Dauer für das Erdcentrum reducirt und aus den so erhaltenen grössern oder kleinern Abweichungen dieser aus den Beobachtungen an verschiedenen Stationen erhaltenen Resultate unter sich auf die Richtigkeit der supponirten Parallaxe geschlossen wurde. Die erste Rechnung gab Short in Phil. trans. 1761, p. 611, in der er eine mittlere Sonnenparallaxe von 8″.65 ableitet. Ihm folgt in der Bearbeitung des ersten Venusüberganges Pingré (Mém. de l'Academie 1761, pag. 413), der zum Parallaxwerthe 10″ gelangt, auf eine Differenz zwischen seinen Beobachtungen auf Rodrigues und der Capbeobachtung aufmerksam macht und dadurch einem langen und heftigen Streite ruft.[1]) Hornsby kommt auf $9\frac{1}{2}''$—10″, Rumowsky gar auf 8″.33, Planmann, der beim Austritt die innern und äussern Berührungen

---

[1]) Siehe: Phil. trans. 1763, p. 100
Hornsby, Phil. trans. 1763, p. 467
Rumowsky, N. Act. Petrop. T. XI. p. 443
Pingré, Mèm. de l'Acad. 1764, p. 339
Planmann, Schw. Abh. 1763, p. 128
1764, p. 144
Audifredi, Investigatio Parallaxis Solaris, Rom 1765
„ de solis parallaxi, Rom 1766.

benutzt und am sorgfältigsten in der Auswahl der Beobachtungen und in der Bestimmung der Längendifferenzen vorgeht, findet mit Anschluss der Pingré-schen Beobachtung 8″.2 und Audifredi endlich 9″.25.

Ueber diese Arbeiten im Allgemeinen spricht sich Encke folgendermassen aus: „So mühsam und ver-„dienstlich für ihre Zeit die Rechnungen der verschie-„denen Astronomen waren, die Fortschritte der neuern „Astronomie verlangen eine andere Behandlung. Ein „Fehler der Methode, der alle frühern Beobachtungen „trifft, ist der zu grosse Werth, der auf einzelne Beob-„achtungen gelegt wird. Alle europäischen mit der „vom Cap zu vergleichen und das Mittel herauszu-„nehmen, heisst nichts anderes, als der letzteren eine „Genauigkeit beilegen, eben so gross als die aller euro-„päischen zusammengenommen. Von geringerm Ein-„fluss, aber immer fehlerhaft, ist die Vernachlässigung, „die ebenfalls alle frühern Rechner sich erlaubten, dass „sie nämlich die Elemente der scheinbaren Venusbahn „gleich anfangs festsetzen, und nicht die Aenderung „im Werthe der Parallaxe berücksichtigen, die durch „kleine Verschiedenheiten der Elemente bewirkt wer-„den könnte. Am allerwichtigsten ist die Berichtigung „der Mittagsunterschiede: lassen sich diese nicht ge-„nauer finden, als sie zu jener Zeit erhalten werden „konnten, so würde eine neue Bearbeitung vollkommen „überflüssig sein.“

In vielfacher Beziehung stand, was die zur Berechnung eines solchen Parallaxenwerthes nöthigen

---

[1]) J. F. Encke, Die Entfernung der Sonne von der Erde. Gotha. 1822, pag. 33.

Bedingungen betrifft, der erste Venusvorübergang (1761) vor dem zweiten (1769) zurück; so wurde 1769 ein Zeitunterschied zwischen zwei Verweilungen von über 23 Minuten beobachtet, während 1761 keine Verweilung gesehen werden konnte, die länger gewesen wäre, als die geocentrisehe Dauer und der vortheilhafteste Punkt, die südwestliche Spitze von Neu-Holland hätte verglichen mit der kürzesten Dauer, gesehen von Sajansk aus, einen Unterschied in der Verweilung von nur 9 Minuten ergeben. —

Ferner war der Eintritt 1761 für den grössern Theil Europa's nicht sichtbar, während 1769 der Pol des frühesten Eintritts mitten in Deutschland fiel und somit in den festen Observatorien Europa's mit Leichtigkeit sicher beobachtet werden konnte. Ausserdem litt die Sicherheit der meisten Beobachtungen 1761 an einer eigenthümlichen optischen Erscheinung, auf die man nicht vorbereitet war und die wesentlich dazu beitrug, den Moment der wirklichen Berührung, statt, wie Halley meinte, mit einer Sicherheit bis auf 2 und 3 Secunden, mit einer Unsicherheit bis auf 15 und mehr Secunden zu geben. So notirte z. B. auf der Wiener Sternwarte 1761

Hell für den Moment der äussern Berührung	$21^h\ 41^m\ 19^s{,}0$,
Cassini, ebenfalls in Wien,	$21^h\ 40^m\ 58^s{,}0$,
Steinkellner, auch an der Wiener Sternwarte	$21^h\ 40^m\ 23^s{,}0$.

Man dachte sich das Phänomen als einfache Berührung zweier scharf begrenzter Kreise, von denen der kleinere sich in den grössern hineinlegt und beim Ein- und Austritt je zwei Mal berührt. Nun wird aber durch die Irradiation die Erscheinung beträchtlich modificirt; die Sonnenscheibe scheint vergrössert, und die Planetenscheibe verringert und im Momente des wirklichen innern Contactes scheint der verengerte Planetenrand um eine gewisse Grösse von dem benachbarten Theil der vergrösserten Sonnenscheibe entfernt zu sein. So berichtet Encke nach Wargentin's Bericht in den schwedischen Abhandlungen:

„Eine Minute vor dem Zeitpunkt der ersten innern „Berührung schien es Wargentin, als befinde sich Venus „völlig in der Sonne. Er sah ihre ganze Rundung deut„lich, obwohl mit einem schwächern Scheine an der „äussern Seite, wo Venus zuletzt eintrat. Anfangs „glaubte er, dieser Schein sei nichts anderes als der „Glanz der Sonne, welche den Planeten von allen Seiten „umgebe, weil aber der Glanz nicht seinem Erwarten „gemäss schnell genug zunahm, sondern fast eine „ganze Minute lang gleich schwach blieb, so gab er „genau Achtung, bis er einen andern stärkern und „lebhaftern Glanz bemerkte, welcher den dunkeln „Planeten plötzlich umringte. Die spitzigen und gegen„einander gewandten Hörner der Sonne, die zuvor die „Sonne an der äussern Seite umfasst hatten, gingen „da völlig zusammen und schlossen sie plötzlich ein."

Aehnliche Erscheinungen finden bei der äussern Berührung statt, Venus verlängert sich in den scheinbaren Sonnenrand hinein und bildet ein schwarzes nach aussen gerichtetes Band, das plötzlich zerreisst und so gibt denn das Beobachten des Verschwindens und Erscheinens einer kleinen Lichtlinie die genauesten Beobachtungsmomente. Latande erklärt die Erscheinungen durch einen Irradiationsring, der die Sonne umgibt, dessen Breite zum Theil von der Güte des Fernrohres abhängt, im Ganzen aber etwa 3″ betragen würde. So lange Venus einen Theil des wirklichen Sonnenrandes uns verdeckt, hört auch die bei demselben stattfindende Irradiation auf. Der scheinbare Sonnendurchmesser wird folglich in der Gegend der Venus so lange durch einen dunklen schmalen Streifen verdeckt bleiben, bis diese den wahren Sonnenrand wieder zu sehen erlaubt; in diesem Augenblicke beginnt aber auch wieder die Irradiation sichtbar zu werden und Venus steht scheinbar einige Secunden innerhalb der Sonnenscheibe. —

Wie schon bemerkt, konnten 1761 gar keine Verweilungen beobachtet werden und darum sind zu einer fruchtbringenden Ausnutzung der damaligen Beobachtungen genaue Längenbestimmungen unbedingt erforderlich. Die damals fast ausschliesslich gebräuchliche Methode, die Länge durch Beobachtung der Verfinsterung der Jupitertrabanten zu bestimmen, gestattete keine hinreichende Genauigkeit. Viel günstiger gestalteten sich die Verhältnisse 1769; man hatte inzwischen gelernt, die Sternbedeckungen zu diesem Zwecke zu benutzen und eine kurz nach dem Venusdurchgang eingetretene Sonnenfinsterniss machte mit Hülfe der Euler'schen Methode eine sehr genaue Kenntniss der Längen der meisten nördlichen Beobachtungsstationen möglich. Ausserdem waren die äussersten Punkte, an denen Verweilungen beobachtet werden konnten, (in Wardhus und Otaheiti) für grosse parallactische Wirkungen sehr günstig. Denn ist T die Zeit der geocentrischen Dauer, π die Horizontalsonnenparallaxe, so war nach Encke die Dauer

für Wardhus $T + 78\,\pi$
für Otaheiti $T - 82\,\pi$

Leider waren die Beobachtungen auf diesen wichtigen Stationen nicht derart, dass ihnen das grosse Gewicht, das sie unter normalen Verhältnissen verdienten, ohne weiters hätte zugestanden werden können. In Wardhus beobachtete Pater Hell; ungünstig war die geringe Höhe der Sonne (6°), doch war die Luft klar und ruhig, so dass Hell die Witterung als „sehr günstig“ bezeichnen konnte. Zwischen den Beobachtungen in Wardhus und Cajaneborg stellte sich eine beträchtliche Differenz heraus und als nun Hell seine Beobachtung, entgegen allen andern Astronomen, neun volle Monate verheimlichte, obschon er wusste, dass ausser der seinigen keine vollständige Beobachtung im Norden gemacht war, gewann der zuerst von Lalande geäusserte Verdacht, Hell habe deshalb so lange mit der Veröffentlichung gezögert, um seine Beobachtungen nach den ihm bekannt gewordenen zu corrigiren, ziemlich Boden; Encke schliesst seine Auslassungen über Hell mit den Worten: „seiner Verstocktheit allein ist es zu„zuschreiben, wenn die Wardhuser Beobachtung immer „mit etwas kritischem Blicke angesehen wird, und man „sich des Wunsches nicht erwehren kann, sie, wenn „es möglich wäre, weglassen zn können.“ In neuerer Zeit hat Littrow in seiner Schrift: „Hell's Reise nach Wardœ und seine Beobachtung des Venusdurchganges im Jahre 1769, aus den aufgefundenen Tagebüchern“ Hell, wenn auch nicht einer gemeinen Fälschung, so doch ganz gewiss einer Correctur überwiesen. — In Otaheiti zeigten sich bei zwei Beobachtern bei den Eintritten eine Differenz von 20^s, bei den Austritten 10^s, wodurch der Willkür ein zu grosser Spielraum gelassen ist.

Wie schon erwähnt, lieferte Encke für beide Venusdurchgänge eine mustergültige Bearbeitung; die einzelnen Beobachtungen und Längenbestimmungen werden auf's sorgfältigste discutirt, und um die Wirkung des Zustandes der Atmosphäre, der Güte des Fernrohrs, der Aufmerksamkeit des Beobachters, der Sicherheit, mit welcher die Länge und Zeit bestimmt ist, in Rechnung bringen zu können, theilt Encke die Beobachtungen in verschiedene Classen ab. Aus den Bedingungsgleichungen, die nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt werden, ergibt sich für die Hor.-Aequator-Sonnenparallaxe

$$1761: \quad \pi = 8''.5309 \pm 0.0623$$
$$1769: \quad \pi = 8''.6030 \pm 0.0460$$

woraus $\pi = 8''.5776 \pm 0''.0370.$

Angeregt durch neuere Parallaxenrechnungen, die theils aus theoretischen Entwicklungen, theils aus Oppositionsbeobachtungen erheblich grössere Werthe ergaben als Encke in seiner Behandlung der Venusdurchgänge 1761 und 1769 gefunden, unternahm Carl Powalky 1864 eine Neuberechnung des Venusdurchganges 1769[1]). Als allgemeine Principien, nach denen die Untersuchung durchgeführt ist, gibt Powalky im Wesentlichen Folgendes an:

„Die Grundlagen des Urtheils bilden die Angaben „und Beschreibungen der Beobachter. Wenn hienach „einige Beobachtungen für einen bestimmten Beobach-

[1]) Powalky, Neue Untersuchung des Venusdurchganges 1769, Kiel 1864, in 4°.
Vergleiche auch: Astr. Nachrichten Nr. 1687 und 1811.
Monthly, Notices, Vol. 28, p. 255.
C. Bruhns, J. F. Encke, sein Leben und Wirken, Leipzig, 1869, 8°, S. 88.

„tungsmoment als gute erkannt sind, so ist es gerecht-
„fertigt, bedeutend abweichende, für welche nähere „Angaben des Verfassers entweder fehlen oder sie als „zweifelhaft erkennen lassen, auszuschliessen. Von „erstern wenig abweichende dienen dagegen, wenn der „Bericht des Beobachters sie nicht als zweifelhaft er-„kennen lässt, zur Verstärkung des Gewichts derselben. „Ein unerlässliches Kriterium namentlich für einzelne, „an weit entfernten Orten beobachtete Ein- und Aus-„tritte ist die Uebereinstimmung der aus den einzelnen „Momenten folgenden Längen mit den Längenbestim-„mungen, die auf anderm Wege erreicht sind."

Nach diesen Kriterien schliesst Powalky eine beträchtliche Anzahl von Beobachtungen, die Encke benutzt, aus, so z. B. sämmtliche europäischen mit Ausnahme einer Greenwicher und derjenigen von Pater Hell; die Längen verschiedener Beobachtungsorte werden, mitunter ganz beträchtlich, geändert und so folgt denn aus 45 Bedingungsgleichungen ein Resultat 8".83, das sich den neuern Bestimmungen sehr nähert.

In einer spätern Arbeit verbindet er die beiden Venusdurchgänge 1761 und 1769, führt die Knotenänderung der Venusbahn als Function der Sonnenparallaxe in die Gleichungen ein und findet aus 49 Bedingungsgleichungen für die Horizontal-Aequatoreal-Sonnenparallaxe $\pi = 8''.771 \pm 0''.012$[1].

Wie schon im I. Theil erwähnt wurde, hat Hansen in seiner ausgezeichneten Abhandlung „Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge etc." mit besonderem Nachdruck auf die Wichtigkeit von Distanzmessungen hingewiesen. Die Contactbeobach-

[1]) Astronomische Nachrichten Nr. 1908, S. 102 ff.

tungen können nicht wiederholt werdeu, dagegen gestattet die Vervielfältigung der Distanzmessungen während der Erscheinung die Störung, welche von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern herrühren, im Resultat bedeutend zu vermindern.

Für die Beobachtung der Ein- und Austritte, wie auch für die Messung von Ränder- oder Mittelpunktentfernungen erhält Hansen eine einfache Gleichung zweiten Grades, aus der die Sonnenparallaxe bestimmt werden kann. —

Seien H und K Höhe und parallactischer Winkel des Sonnencentrums, l die scheinbare geocentrische Länge der Venus, u der Radius des Schattenkegels in der durch den Beobachtungspunkt parallel zu der von Hansen gewählten x y Ebene gelegten Ebene. Dann lautet die für die Zeit der Ränderberührungen wie auch für den Moment einer Distanzmessung gültige Hansen'sche Gleichung:

$$m^2 \varrho_0^2 l^2 \cos^2 H - 2 m \varrho_0 l S \cos H \cos (W' - \Sigma) + S^2 - u^2 = 0$$

m ist eine mit der gewählten Längeneinheit verbundene Constante. Ferner ist:

$$W' = N' - L$$
$$l \sin L = \sin K$$
$$l \cos L = d \cos K$$
$$S \sin \Sigma = \gamma$$
$$S \cos \Sigma = \frac{t - \lambda - \mu}{15} n$$
$$d \sin D = \sin \delta'$$
$$d \cdot \cos D = (1 - c) \cos \delta'$$

t ist die in Graden ausgedrückte wahre Sonnenzeit des Beobachtungsortes,

λ ist die in Graden ausgedrückte östl. geogr. Länge des Beobachtungsortes in Bezug auf den ersten Meridian.

μ ist die in Graden ausgedrückte wahre Zeit des ersten Meridians, in welcher der kürzeste Abstand stattfindet,

n ist die gemeinschaftliche stündliche Bewegung der Sonne und Venus.

In der obigen quadratischen Gleichung ist nun ϱ_0 der Aequatorhalbmesser der Erde als Unbekannte zu bestimmen, dies ϱ_0 wird in Theilen der mittlern Entfernung der Sonne von der Erde erhalten und es ist demnach, wenn π die Aequator-Horizontalparallaxe der Sonne ist:

$$\varrho_0 = \sin \pi$$

Für eine Distanzmessung ist nun der Zeitpunkt der Beobachtung anzugeben und dieser Zeit entsprechend wird ein bestimmter Werth von u sich ergeben; ist (u) der Werth von u für Ränderberührungen, b′ die beobachtete Ränderentfernung, so erhält man aus der gemessenen Entfernung für u:

$$\pm u = (u) - [r_, r' - (r_, + r') \varrho_0 \sin H] \frac{m}{r} \operatorname{tg} b'$$

$r_,$ = Entfernung der Erde von der Venus,
r' = tabularischer Radius vector der Sonne.
r = tabularischer Radius vector der Venus.

Für Mittelpunktsentfernungen würde kommen:

$$u = [r_, r' - (r_, + r') \varrho_0 \sin H] \frac{m}{r} \operatorname{tg} b$$

wo b die gemessene Entfernung der Mittelpunkte bedeutet.

Schon aus der quadratischen Gleichung für ϱ_0 geht hervor, dass Beobachtungsorte, in denen die Sonne im Zenith ist, zur Bestimmung der Parallaxe nicht verwendet werden können, denn cos H ist alsdann Null oder nahe Null. Um die günstigsten Beobachtungsorte zu finden, benützt man am bequemsten die Differentialgleichung für ϱ_0 und untersucht den Coefficienten von d ϱ_0; so findet denn auch Hansen als allergünstigste Beobachtungen diejenigen, während welcher die Mittelpunkte der Venus und der Sonne sich in einem und demselben Verticalkreise befinden, wo also der Positionswinkel der Venus in Bezug auf den Sonnenmittelpunkt und den durch diesen gelegten Verticalkreis entweder 0° oder 180° ist. Für Orte, in denen dieser Winkel 90° oder 270° wird, sind Beobachtungen unbrauchbar.

Für die Berechnung der Parallaxe aus den Beobachtungen schlägt Hansen als einfachsten und bequemsten Weg, der vollständig strenge ist, vor, aus einem vorläufigen Werth der Parallaxe und der Beobachtungszeiten den Halbmesser u des Schattenkegels zu berechnen, denselben bei beobachteten Ränderberührungen mit dem theoretischen, und bei beobachteten Ränderentfernungen mit dem beobachteten Werthe desselben zu vergleichen und daraus die entsprechenden Differentialgleichungen aufzustellen.

Nach der Hansen'schen Methode, verbunden mit einem Verfahren, das Prof. Friesach in Graz angegeben hat, führte Bruno Peter, Observator an der Leipziger Sternwarte, eine Untersuchung der Verhältnisse des nächsten Venusvorüberganges 1882 aus. Siehe: Bruno Peter, Untersuchung der Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe im Jahre 1882; in Nova Acta der Leop.-Carol.-Deutschen Academie der Naturforscher. Band 39, Nr. 5. 1877.

Eine ähnliche Arbeit über dasselbe Thema veröffentlichte Fritz Deichmüller im 89. Band der Astron. Nachrichten (Nr. 2133 und 2134) unter dem Titel: „Ueber den Vorübergang der Venus im Jahre 1882.“

Zur Bestimmung der Sonnenparallaxe sind noch drei weitere Methoden verwendet worden, die im Folgenden kurz besprochen werden sollen.

Die erste besteht in der Benutzung der sogenannten parallactischen Ungleichheit des Mondes. Der Mond zeigt in seiner Bewegung um die Erde Abweichungen von der Bahn, die durch die Attration der Erde nach dem Keppler'schen Gesetze bestimmt ist und unter diesen Ungleichheiten ist eine, welche von der Entfernung der Sonne abhängt. Ist das Verhältniss der mittleren Entfernungen des Mondes und der Sonne bekannt, so lässt sich der Betrag der Ungleichheit bestimmen, ist aber umgekehrt der Betrag der Abweichung durch die Beobachtungen gegeben, so lässt sich jenes Verhältniss berechnen und aus demselben kann wegen der bekannten Entfernung des Mondes von der Erde auf die Grösse der Sonnenparallaxe geschlossen werden. Aus der Zusammenstellung der Werthe für den Coefficienten der parallactischen Ungleichheit nimmt Newcomb in seiner schon erwähnten Investigation als Werth dieses Coefficienten $P = 125''.49 \pm 0''.35$

Die Beobachtungen der Ungleichheit müssen zur Zeit des ersten und letzten Viertels angestellt werden, und so ergeben sich denn leicht verschiedene, abweichende Auffassungen der Mondscheibe von denjenigen Beobachtungen, die zur Bestimmung des Mondhalbmessers angestellt werden zur Zeit des Vollmondes.

Bedeutet π die Constante der Sonnenparallaxe,

ist ferner p die Constante der Mondparallaxe
μ die Masse des Mondes
m das Verhältniss der mittleren Bewegungen der Sonne und des Mondes, so lässt sich die parallactische Ungleichheit in Gliedern der Sonnenparallaxe darstellen wie folgt:

$$P = F \cdot \frac{1 - \mu}{1 + \mu} \cdot \frac{\sin \pi}{\sin p \left(1 - \frac{m^2}{6}\right)}$$

F findet sich entwickelt nach Potenzen von m in „Delaunay, theorie du mouvement de la lune, tome II.“ pag. 847; das Glied in m^7 giebt noch 0″ 0.0064 und der totale Werth von F kommt auf 0.24123.

Hansen, der für die Mondmasse $\frac{1}{80}$ annimmt, findet $\pi = 8''.916$[1])

Als parallactische Ungleichheit benutzt er nach seinen Tafeln: $P = 126''.46$.

Newcomb findet mit der Mondmanc $\frac{1}{81.5}$

$$\pi = 8''.838 \pm 0.025$$

Ein zweites Mittel, die Sonnenparallaxe zu bestimmen, liefert die sogenannte Mondgleichung (in der Erdbahn). Die Erde, in ihrer Bewegung um die Sonne, bleibt durch die Gravitation mit dem Mond verbunden, so zwar, dass der gemeinsame Massenschwerpunkt sich in der Ekliptik bewegt, um diesen Schwerpunkt drehen sich das Erdcentrum und Mondcentrum und von der Sonne aus gesehen scheint die Erde einer Ungleichheit

[1]) Monthly notices vol. 24, Calculation of the Sun's parallax from the lunar theory.

in ihrer Bewegung ausgesetzt zu sein, vermöge deren sie sich bald auf der einen, bald auf der andern Seite des gemeinsamen Schwerpunktes befindet. Sobald nun das Verhältniss zwischen den Massen der Sonne und des Mondes bekannt ist, kann aus dieser Ungleichheit auf die Sonnenparallaxe geschlossen werden. Die Grösse der Abweichung, die sogenannte Mondgleichung, gibt sich durch Beobachtungen nach Leverier im 4. Band der „Annales de l'observative" zu $6''.50 \pm 0''.03$. Hierbei sind Beobachtungen von Greenwich während 35 Jahren, von Paris während 42 Jahren und von Königsberg während 17 Jahren benutzt. Newcomb setzt die Ungleichheit auf $6''.520 \pm 0.023$, indem er die Greenwicher Beobachtungen vermehrt und Washingtoner Beobachtungen von den Jahren 1861—1865 hinzufügt.

Ist nun P der Coefficient der Mondgleichung
π die Horizontalparallaxe der Sonne
μ die Masse des Mondes (Erdmasse = 1)
so ist nach Leverrier:

$$\pi = 0.01661 \cdot P \left(1 + \frac{1}{\mu}\right.$$

μ, die Masse des Mondes, muss auf das genaueste bestimmt werden; zu dem Ende wird das Verhältniss der störenden Kräfte von Sonne und Mond bestimmt unter Benutzung der Constanten der Nutation und Präcession.[1]) Die Unsicherheit der Constanten der Nutation macht eine genaue Bestimmung nach dieser Methode unmöglich; Newcomb kommt mittelst derselben zu dem Werthe

$$\pi = 8''.809$$

[1]) Annales de l'observatoire imp. de Paris vol. V, pag. 323. Vergleiche auch die bezügliche Abhandlung von Powalky in Astron. Nachrichten Nr. 1903.

Unter Voraussetzung der Kenntniss der Geschwindigkeit des Lichtes und der Aberrationsconstante ergibt sich eine weitere Methode zur Bestimmung der Sonnenparallaxe. Ist c′ die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, c die Geschwindigkeit, mit der sich der Lichtstrahl fortpflanzt und α die halbe grosse Axe der Aberrationsellipse, so ist

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{c'}{c}$$

Nun ist α nach	Bradley	20″.3851
„	Peters	20″.4255
„	Struve	20″.463
„	Delambre	20″.255

Ist nun c′ gegeben, so lässt sich aus der obigen Relation c bestimmen und umgekehrt. Die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn ist aber eine Function der Parallaxe und es erhellt, dass diese Parallaxe bestimmt werden kann, wenn es möglich ist, auf directe Weise die Geschwindigkeit des Lichts zu messen. Diese Messung ist nun auch mit grosser Genauigkeit durchgeführt worden, erst von Fizeau [1]), dann von Cornu, [2]) und endlich von Foucault. [3])

Fizeau	erhält	c = 42219 Meilen
Cornu	„	c = 40299 „
Foucault auf anderem Wege	„	c = 40160 „

welches Resultat bis auf $\frac{1}{600}$ als richtig angegeben wird.

---

[1]) Fizeau, Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences 1849. Poggend. Ann. 79.

[2]) Cornu Comptes-Rendus, vol. 76, p. 338.

[3]) Foucault Comptes-Rendus, vol. 55, p. 501 und 792.

Die aus diesen Zahlen resultirenden Parallaxen schliessen sich den übrigen neuern Werthen gut an. Der Cornu'sche Werth, der genauer ist als der von Fizeau, gibt mit der Delambre'schen Lichtgleichung den Parallaxenwerth 8″.878.

Prof. Dr. Studer.

Neubestimmung einiger seltener Corallenarten.

Vorgetragen in der allgemeinen Sitzung vom 21 Dezember 1878.

Durch Herrn G. Schneider in Basel erhielt ich eine Reihe von Korallen und Echinodermen von der brasilianischen Küste und der Südsee, von welchen namentlich einige Korallen eine nähere Besprechung verdienen.

Es sind *Distichoposa nitida Verrill* und *D. coccinea Gray*, beide aus der Südsee.

Von Brasilien: *Mussa Hartii Verrill.*

Astraea radians Pall. Es bildet diese Koralle knollige Klumpen von ca. 10 Ctmtr. Durchmesser, welche alte Korallenstöcke überziehen. Die Kelche sind klein, dicht aneinander gelagert, bei einem mehr flach ausgebreiteten Stock, etwas verzogen. Die Koralle stimmt sehr gut mit der Abbildung der *Madrepora galaxea* von Ellis und Solander pl. 47, Fig. 7.

Die Art *Madrepora radians* wurde zuerst von Pallas in Elench. zooph. p. 322 1766 aufgestellt für eine amerikanische Korallenart und gut beschrieben. Die Abbildung und Beschreibung von *M. galaxea Ell. Sol.*, bei