

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1911)**

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$(A u, S S') = -1, (B v, S S'') = -1, (C w, S S''') = -1 \\ (A u', S'' S''') = -1, (B v', S''' S') = -1, (C w', S' S'') = -1 \quad 25.$$

und ferner

$$\left. \begin{array}{l} u A S S' \\ u u' B C \\ u v' w \\ u v w' \end{array} \right\} = -1, \left. \begin{array}{l} v B S S'' \\ v v' C A \\ v w' u \\ v w u' \end{array} \right\} = -1, \left. \begin{array}{l} w C S S''' \\ w w' A B \\ w u' v \\ w u v' \end{array} \right\} = -1, \\ \left. \begin{array}{l} u' A S'' S''' \\ u' u B C \\ u' v w \\ u' v' w' \end{array} \right\} = -1, \left. \begin{array}{l} v' B S''' S' \\ v' v C A \\ v' w u \\ v' w' u' \end{array} \right\} = -1, \left. \begin{array}{l} w' C S' S'' \\ w' w A B \\ w' u v \\ w' u' v' \end{array} \right\} = -1. \quad 26.$$

§ 5.

Betrachten wir jetzt das Viereck $n N n' N'$.

Aus 8 folgt $\left. \begin{array}{l} N N' \\ n n' \end{array} \right\} = A$, und aus 21 $\left. \begin{array}{l} n N \\ n' N' \end{array} \right\} = H$. Es sind also A und H zwei Diagonalpunkte des Vierecks. Gemäss 22 sind aber auf den durch H gehenden Gegenseiten je die Punkte S und S' zu H harmonisch; die zweite durch A gehende Diagonale ist somit die Gerade A S S', und der dritte Diagonalpunkt ist der zu A in Bezug auf S S' harmonische Punkt d. h. nach 25 der Punkt u, und wir finden somit $\left. \begin{array}{l} n N' \\ n' N \end{array} \right\} = u$.

Aus 8 folgt ferner, dass P auf A N und p auf A n liegt, und gemäss 14 liegen P und p auf H u; wir haben also $P = \left\{ \begin{array}{l} A N N' \\ u H \end{array} \right.$, $p = \left\{ \begin{array}{l} A n n' \\ u H \end{array} \right.$, und die harmonischen Eigenschaften des Vierecks $n N n' N'$ ergeben $(A P N N') = -1$ und $(A p, n n') = -1$.

Betrachten wir ebenso die Vierecke $n N n'' N''$, $n N n''' N'''$, und $n'' N'' n''' N'''$, $n''' N''' n' N'$, $n' N' n'' N''$, so erhalten wir:

$$\begin{array}{ll} \text{Viereck } n N n' N' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, A, u \\ \text{Viereck } n N n'' N'' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, B, v \\ \text{Viereck } n N n''' N''' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, C, w \\ \text{Viereck } n'' N'' n''' N''' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, A, u' \\ \text{Viereck } n''' N''' n' N' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, B, v' \\ \text{Viereck } n' N' n'' N'' & \dots \text{ Diagonalpunkte } H, C, w', \end{array} \quad 27.$$

indem

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} n N \\ n' N' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} N N' \\ n n' \end{array} \right\} &= A, & \left. \begin{array}{l} n N' \\ n' N \end{array} \right\} &= u, \\
 \left. \begin{array}{l} n N \\ n'' N'' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} N N'' \\ n n'' \end{array} \right\} &= B, & \left. \begin{array}{l} n N'' \\ n'' N \end{array} \right\} &= v, \\
 \left. \begin{array}{l} n N \\ n''' N''' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} N N''' \\ n n''' \end{array} \right\} &= C, & \left. \begin{array}{l} n N''' \\ n''' N \end{array} \right\} &= w, \\
 \left. \begin{array}{l} n'' N'' \\ n''' N''' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} n'' N''' \\ N'' n''' \end{array} \right\} &= A, & \left. \begin{array}{l} N'' N''' \\ n'' n''' \end{array} \right\} &= u', \\
 \left. \begin{array}{l} n''' N''' \\ n' N' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} n''' N' \\ N''' n' \end{array} \right\} &= B, & \left. \begin{array}{l} N''' N' \\ n''' n' \end{array} \right\} &= v', \\
 \left. \begin{array}{l} n' N' \\ n'' N'' \end{array} \right\} &= H, & \left. \begin{array}{l} n' N'' \\ N' n'' \end{array} \right\} &= C, & \left. \begin{array}{l} N' N'' \\ n' n'' \end{array} \right\} &= w'.
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Und wir haben die harmonischen Vierpunktsysteme:

$$\begin{aligned}
 (AP, NN') &= -1, & (BQ, NN'') &= -1, & (CR, NN''') &= -1, \\
 (Ap, nn') &= -1, & (Bq, nn'') &= -1, & (Cr, nn''') &= -1, \\
 (AP', n'' N''') &= -1, & (BQ', n''' N') &= -1, & (CR', n' N'') &= -1, \\
 (Ap', N'' n''') &= -1, & (Bq', N''' n') &= -1, & (Cr', N' n'') &= -1,
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

und die Systeme von vier harmonischen Strahlen: s. 22.

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} u ASS' \\ u HP p \\ u N n' \\ u n N' \end{array} \right\} &= -1, & \left. \begin{array}{l} v BSS'' \\ v HQ q \\ v N n'' \\ v n N'' \end{array} \right\} &= -1, & \left. \begin{array}{l} w CSS''' \\ w HR r \\ w N n''' \\ w n N''' \end{array} \right\} &= -1, \\
 \left. \begin{array}{l} u' AS'' S'' \\ u' HP' p' \\ u N'' N''' \\ u' n'' n''' \end{array} \right\} &= -1, & \left. \begin{array}{l} v' BS''' S' \\ v' HQ' q' \\ v' N''' N' \\ v' n''' n' \end{array} \right\} &= -1, & \left. \begin{array}{l} w' CS' S'' \\ w' HR' r' \\ w' N' N'' \\ w' n' n'' \end{array} \right\} &= -1,
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Wir hätten endlich noch die Punkte zu untersuchen, die auf den Strahlen uNn' und unN' harmonisch zu u , und auf den Strahlen $u'N''N'''$ und $u'n''n'''$ harmonisch zu u' liegen, oder die Schnittpunkte dieser vier Strahlen mit dem Höhenperpendikel AH , und analog für die entsprechenden von v und v' aus, oder von w und w' aus gehenden Strahlen. Diese Untersuchung wollen wir dem Leser überlassen.