

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **Mitteilungen der Naturforschenden Gesellschaft Bern**

Band (Jahr): - **(1911)**

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\left. \begin{array}{l} i k L \\ I K l \\ a b c \end{array} \right\} \dots \text{gemeins. perspektiv. Zentrum} = S'''. \quad 58.$$

Und die Punkte u, u', v, v', w, w' sind bestimmt durch:

$$\left. \begin{array}{l} A S S' \\ B C \end{array} \right\} = u, \quad \left. \begin{array}{l} B S S'' \\ C A \end{array} \right\} = v, \quad \left. \begin{array}{l} C S S''' \\ A B \end{array} \right\} = w, \quad 59.$$

$$\left. \begin{array}{l} A S'' S''' \\ B C \end{array} \right\} = u', \quad \left. \begin{array}{l} B S''' S' \\ C A \end{array} \right\} = v', \quad \left. \begin{array}{l} C S' S'' \\ A B \end{array} \right\} = w'.$$

Aus den Coordinaten der Punkte S, S', S'', S''' erhalten wir endlich für die Gleichungen der harmonischen Polaren dieser Punkte in Bezug auf das Dreieck $A B C$:

$$\begin{aligned} \text{Gerade } u' v' w' \dots & \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } u' v w \dots & -\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } u v' w \dots & \frac{x}{\alpha} - \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } u v w' \dots & \frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = 0. \end{aligned} \quad 60.$$

§ 10.

Laut den in 50 gegebenen Coordinaten der Punkte k und l wird die Gleichung der Geraden kl :

$$\left| \begin{array}{ccc} \frac{x}{\alpha}, & y, & z \\ \frac{1}{c \gamma'}, & \frac{1}{h - \beta}, & \frac{\gamma}{a \alpha} \\ \frac{1}{b \beta'}, & \frac{\beta}{a \alpha'}, & \frac{1}{h - \gamma} \end{array} \right| = 0,$$

d. h.: $\mathfrak{A} \frac{x}{\alpha} + \mathfrak{B} y + \mathfrak{C} z = 0$, wo

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{\left(\frac{h}{b} - \beta\right)\left(\frac{h}{c} - \gamma\right)} - \frac{\beta \gamma}{a^2 \alpha^2}, \quad \text{oder gemäss 47:}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{\left(\frac{h}{b} + \beta\right)\left(\frac{h}{c} + \gamma\right) - \beta\gamma}{a^2 \alpha^2} = \frac{2 \Delta (2 \Delta + b \beta + c \gamma)}{a^2 \alpha^2 b c} =$$

$$= \frac{2 \Delta + b \beta + c \gamma}{2 R a \alpha^2}.$$

Ferner:

$$\mathfrak{B} = \frac{\gamma}{a b \alpha \beta} - \frac{1}{c \gamma \left(\frac{h}{c} - \gamma\right)} = \frac{c \gamma^2 \frac{h}{c} - c \gamma^3 - a b \alpha \beta}{a b c \alpha \beta \gamma \left(\frac{h}{c} - \gamma\right)}.$$

In Folge von 49 ist der Zähler

$$= c \gamma^2 \frac{h}{c} - 2 \Delta \gamma \frac{h}{c} = 2 \Delta \gamma \left(\gamma - \frac{h}{c}\right). \text{ Also wird } \mathfrak{B} = -\frac{2 \Delta}{a b c \alpha \beta},$$

oder schliesslich $\mathfrak{B} = -\frac{1}{2 R \alpha \beta}$ und analog $\mathfrak{C} = -\frac{1}{2 R \gamma \alpha}$.

Wir finden so die erste der Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{Gerade } k l \dots & \frac{(2 \Delta + b \beta + c \gamma) x}{a \alpha^2} - \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } K L \dots & \frac{(2 \Delta - b \beta - c \gamma) x}{a \alpha^2} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } k L \dots & \frac{(2 \Delta + b \beta - c \gamma) x}{a \alpha^2} - \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 0 \\ \text{Gerade } K l \dots & \frac{(2 \Delta - b \beta + c \gamma) x}{a \alpha^2} + \frac{y}{\beta} - \frac{z}{\gamma} = 0, \end{aligned} \tag{61}$$

und mittelst des Buchstabenrades erhalten wir hieraus die Gleichungen der analogen Geraden li, LI, lI, Li und ik, IK, iK, Ik .

Aus den Gleichungen 61 geht unmittelbar hervor:

Die Geraden kl und KL schneiden sich und die Gerade BC im Punkte u' . Und die Geraden kL und Kl schneiden sich und die Gerade BC im Punkte u , d. h wir haben:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} kL \\ Kl \end{array} \right\} = u, & \quad \left. \begin{array}{l} lI \\ Li \end{array} \right\} = v, & \quad \left. \begin{array}{l} iK \\ Ik \end{array} \right\} = w, \\ \left. \begin{array}{l} kl \\ KL \end{array} \right\} = u', & \quad \left. \begin{array}{l} li \\ LI \end{array} \right\} = v', & \quad \left. \begin{array}{l} ik \\ IK \end{array} \right\} = w', \end{aligned} \tag{62}$$