Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 51 (1951)

Artikel: Betrachtungen zum Beharrungszustand einer Pensionskasse

Autor: Nolfi, Padrot

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-555065

Betrachtungen zum Beharrungszustand einer Pensionskasse

Von *Padrot Nolfi*, Zürich

In den letzten Jahren sind Abhandlungen über den Beharrungszustand von Pensionskassen seltener geworden, so dass es wohl angebracht sein dürfte, diese sehr wertvolle Betrachtungsart wieder einmal in Erinnerung zu rufen. Das dürfte um so eher gerechtfertigt sein, als es besonders Schweizer Mathematiker waren, die von jeher sich eingehend mit diesem Problemenkreis beschäftigten. So hat bereits Hermann Kinkelin auf die Bedeutung solcher Untersuchungen hingewiesen. Grundlegend waren sodann die Arbeiten von Prof. Moser. Wir verweisen auf seine Abhandlung «Beiträge zur Darstellung von Vorgängen und des Beharrungszustandes bei einer sich erneuenden Gesamtheit», die vor 25 Jahren in diesen Mitteilungen erschienen ist. Sie gab Anlass zu zahlreichen interessanten Beiträgen, von denen eine kleine Auswahl am Schlusse dieser Arbeit angeführt wurden.

Die verschiedenen Autoren haben immer wieder nachdrücklich darauf hingewiesen, wie wichtig es ist, dass der Versicherungsmathematiker die Verhältnisse einer Kasse im Beharrungszustand überprüft. Das ist vor allem deshalb wertvoll, weil man auf diesem Wege einen Einblick in den Entwicklungszustand einer bestehenden Versicherungsinstitution erhält und so Anhaltspunkte gewinnt über die künftige Ausgestaltung und Auswirkung der vorgesehenen Finanzierungsmassnahmen, und weil aus dem Beharrungszustand in klarer Weise hervorgeht, wie sich die Versicherungskosten auf die einzelnen Komponenten verteilen, insbesondere auch welcher Anteil durch den Zinsertrag beigesteuert wird.

Wir möchten im folgenden auf diese letzte Tatsache besonders Gewicht legen und nicht zuletzt auch die Bedeutung des *Zinsertrages* hervortreten lassen. Durch die Sterblichkeitsverbesserung ist die

Zinswirkung grösser geworden, so dass die Wahl des technischen Zinsfusses zweifellos die verantwortungsvollste Aufgabe des Fachmanns ist. Bekanntlich sind die verschiedenen Komponenten einer Versicherungskombination nicht in gleichem Masse *zinsintensiv*. Bei einer nach dem Kapitaldeckungsverfahren aufgebauten Pensionskasse beanspruchen vor allem die Alters- und Witwenpensionen einen erheblichen Anteil am Zinsertrag, während die Invaliditäts- und Waisenversicherung zum grössten Teil direkt aus den eingehenden Beitragsleistungen gedeckt werden. Um über diese wichtigen Verhältnisse eine klare Übersicht zu gewinnen, führen wir ein Mass für die Zinswirkung ein, das wir mit $\sigma(i)$ bezeichnen und das einfach den Anteil des Zinsertrages an der Finanzierung einer Versicherung angibt. Mit i wird der technische Zinsfuss angegeben. Bedeutet $P(0)$ die Prämie, die erforderlich wäre, um eine Versicherung ohne Zinsen, d. h. beim technischen Zinsfuss Null, zu finanzieren und $P(i)$ die entsprechende Prämie beim technischen Zinsfuss i, so sei definitionsgemäss:

$$\sigma(i) = 1 - \frac{P(i)}{P(0)}.$$

Für eine prämienpflichtige gemischte Versicherung gilt, wie man leicht beweist, die Formel:

$$\sigma_G(i) = 1 - e_{x:\overline{n}|} P_{x:\overline{n}|},$$

in welcher $e_{x:\overline{n}|}$ die abgekürzte Lebenserwartung und $P_{x:\overline{n}|}$ die Nettoprämie bedeuten.

Für den Zinsfuss $i = 0$ wird $\sigma_G(0) = 0$. Für $x = n = 30$ erhält man nach der Tafel MG 1948

$$\sigma_G(0{,}025) = 0{,}30,$$

d. h. bei einer gemischten Versicherung der angegebenen Art werden selbst bei einem Zinsfuss von nur $2\frac{1}{2}\,\%$ immer noch $30\,\%$ der Kosten durch die Zinsen finanziert. Das bedeutet für den Versicherten eine wesentliche Erleichterung, wenn anderseits auch nicht zu übersehen ist, dass mit der Kapitalbildung oft eine empfindliche Einbusse des Realwertes einhergeht.

Bei einer Pensionskasse lässt sich mit Hilfe des Wirkungsgrades des Zinses ein allgemeiner Überblick über die Versicherungskosten und deren Finanzierung erreichen. Eine solche Übersicht ist vor allem für die Gewinnanalyse versicherungstechnischer Bilanzen wertvoll.

Wohl mit Recht wird in der Bilanztheorie darauf hingewiesen, dass die gewöhnlichen, nach kaufmännischen Gesichtspunkten erfolgenden Aufmachungen versicherungstechnischer Bilanzen, insbesondere der Gewinn- und Verlustrechnung, nicht den eigentlichen Anforderungen der Versicherungstechnik genügen. Tatsächlich geht aus den üblichen Aufstellungen noch nicht hervor, aus welchen versicherungsmässig bedingten Quellen (Sterblichkeit, Invalidität, Zins usw.) ein Verlust oder ein Gewinn entstanden ist. Wie der gute Kaufmann wissen muss, durch welche Geschäftstransaktionen das Ergebnis seiner Jahresrechnung zustande gekommen ist, so muss sich auch der Mathematiker bei der Aufstellung versicherungstechnischer Bilanzen seiner Verantwortung entsprechend Rechenschaft ablegen über die Güte der verwendeten statistischen Unterlagen sowohl hinsichtlich der bisherigen als auch der künftig zu erwartenden Entwicklung. Denn erst dadurch wird er in die Lage versetzt, das Versicherungsrisiko richtig einzuschätzen. Eine solche Forderung ist jedoch bei ausgebauten Versicherungskombinationen oft nicht ohne zeitraubende Berechnungen zu erfüllen. Einen beliebten Notbehelf bilden die Vergleiche zwischen den tatsächlich eingetretenen und den erwarteten Versicherungsfällen. Solche Vergleiche müssen aber sehr vorsichtig bewertet werden. Namentlich in der Invaliditätsversicherung ist es leicht möglich, dass selbst eine wesentlich unter den Erwartungen liegende Zahl der eingetretenen Fälle einen erheblichen Verlust verursacht. Die finanzielle *Mehr*belastung, die durch eine *vorzeitige* Pensionierung verursacht wird, ist vor allem sehr stark abhängig vom Alter des Versicherten. Sie ist gering, wenn die vorzeitige Pensionierung unmittelbar vor dem Schlussalter und sehr erheblich, wenn sie schon in jungen Jahren erfolgen muss. Aber auch in der Alters- oder Hinterbliebenenversicherung sind Vergleiche auf Grund der Erwartungswerte vorsichtig zu beurteilen. Die meisten Versicherungsinstitutionen weisen verhältnismässig grosse Unterschiede in der Höhe der Versicherungsleistungen auf. Nicht selten sind Spitzenrisiken versichert, so dass unter Umständen trotz Bestehen einer Übersterblichkeit bei den Altersrentnern doch ein Sterblichkeitsverlust eintreten kann, was dann zutrifft, wenn zufällig mehr Bezüger von kleinen Renten sterben.

Aus allen diesen Hinweisen wird ersichtlich, wie ausserordentlich verwickelt die Verhältnisse im konkreten Falle sein können, so dass eine eingehende Prüfung unentbehrlich erscheint. Dazu vermag die Kenntnis der Verhältnisse im Beharrungszustand oft sehr wertvolle Anhaltspunkte zu liefern, so dass zeitraubende Untersuchungen entbehrlich werden.

Die nachfolgenden Ausführungen beschränken sich darauf, den Beharrungszustand einer schematischen Pensionskasse — einer Modellkasse — aufzuzeichnen. Unter dem Beharrungszustand verstehen wir nach der von Saxer gegebenen Definition folgendes: Eine Pensionskasse befindet sich im Beharrungszustand, wenn sowohl der Gesamtbestand als auch dessen Alterszusammensetzung (entsprechend den durch die Ausscheideordnung gegebenen Grundlagen) konstant bleibt. Die Darstellung ist so gestaltet, dass es im allgemeinen leicht möglich ist, von den Angaben über die Modellkasse auf die Verhältnisse bei einer bestimmten Kasse im Beharrungszustand zu schliessen.

Als Grundlagen wurden die Tafeln VZ 1950, die aus dem Beobachtungsmaterial der Versicherungskasse der Stadt Zürich gewonnen wurden, verwendet. Nach den letzten statistischen Erhebungen geben diese Tafeln die Sterblichkeit, wie sie *gegenwärtig besteht*, mit guter Annäherung wieder und zwar sowohl hinsichtlich der Aktiven als auch hinsichtlich der Rentenbezüger. In der Invaliditätsversicherung ergibt sich nach den Erfahrungen der letzten 4 Jahre eine Minderbeanspruchung von ca. 40 %. Trotzdem werden im folgenden die ungekürzten Werte in Rechnung gestellt, da die Tafelwerte ohnehin verhältnismässig klein sind, so dass, wie aus den Ergebnissen ersichtlich wird, der Anteil der Invaliditätsversicherung bescheiden ist.

Zweifellos hat auch die herrschende Arbeitskonjunktur einen Einfluss auf die Invalidierungshäufigkeiten, so dass es gewagt wäre, mit angespannten Grundlagen zu rechnen.

Um die Darstellung zu vereinfachen, bezeichnen wir der Reihe nach mit:

A: die Zahl der Altersrentenbezüger;
J: die Zahl der Invalidenrentenbezüger, wobei Invalidenrentner, welche das Rücktrittsalter überschritten haben, zu den Altersrentenbezügern gezählt werden;
W: die Zahl der Witwenrentnerinnen;
K: die Zahl der Waisen unter 20 Jahren;
N: die Zahl der Aktiven.

Es ist dann: $M = A + J + W + K$ die Gesamtzahl der Rentenbezüger und $G = M + N$ die Gesamtzahl der Mitglieder der Pensionskasse.

Es erweist sich als zweckmässig, folgende Abkürzungen einzuführen. Es sei A_i die Zahl der Altersrentenbezüger, die eine Rente in der Höhe R_i beziehen. Die Summe der von der Kasse auszurichtenden Altersrenten wird dann gegeben durch:

$$(AR_A) = A_1 R_1 + A_2 R_2 + \ldots + A_n R_n .$$

Der Klammerausdruck bedeutet das skalare Produkt aus den zwei Vektoren mit den Komponenten A_i bzw. R_i. Damit lassen sich die Gesamtausgaben der Kasse wie folgt angeben:

$$(MR) = (AR_A) + (JR_J) + (WR_W) + (KR_K) .$$

Für die durchschnittliche versicherte Altersrente hat man den Ausdruck

$$\bar{R}_A = \frac{(AR_A)}{A} .$$

Diese letzte Grösse ist unter Umständen für die Beurteilung des Risikos von Bedeutung. Namentlich bei kleineren Kassen wird man die Sterblichkeit bei hohen Durchschnittsrenten sehr vorsichtig einschätzen, da in solchen Fällen leicht erhebliche Abweichungen vom erwarteten Verlauf eintreten können, so dass Zuschläge von 10 und mehr Prozenten unerlässlich erscheinen.

Die eingeführte Symbolik gestattet nun in anschaulicher Weise, die verschiedenen Versicherungswerte formelmässig darzustellen. Wir beschränken uns auf folgende: Der dem technischen Zinsfuss entsprechende Zinsertrag wird gegeben durch:

$$(MR;\sigma) = (AR_A)\,\sigma_A(i) + (JR_J)\,\sigma_J(i) + (WR_W)\,\sigma_W(i) + (KR_K)\,\sigma_K(i) .$$

$(MR;\sigma)$ ist der Beitrag des Zinsertrages an die Finanzierung der Versicherungsleistungen der gesamten Versicherungskombination. Er ist unter der Voraussetzung des Beharrungszustandes konstant. Der Differenzbetrag $(MR) - (MR;\sigma)$ muss offenbar durch die Beitragsleistungen (Prämien) finanziert werden. Ist (NB) die versicherte Besoldungssumme der N aktiven Versicherten, so ergibt sich der erforderliche Beitrag pro Besoldungseinheit zu

$$b = \frac{(MR)\,\{1 - \sigma(i)\}}{(NB)} ,$$

wobei $\sigma(i) = \dfrac{(MR;\sigma)}{(MR)}$ den Zinswirkungsgrad der Versicherungskombination bedeutet. Der Beitrag $b = b_A + b_J + b_W + b_K$ zerfällt in die Anteile der einzelnen Komponenten. Es ist:

$$b_H = \frac{(HR_H)}{(NB)} \{1 - \sigma_H(i)\} \quad \text{mit } H = A; J; W; K.$$

Das Deckungskapital ist im Beharrungszustand gegeben durch:

$$V = \frac{(MR;\sigma)}{i} = \frac{\sigma(i)}{i} (MR),$$

wobei seine Aufteilung ebenfalls unmittelbar gegeben ist durch:

$$V_H = \frac{\sigma_H(i)}{i} (HR_H) \quad \text{mit } H = A; J; W; K$$

und

$$V = V_A + V_J + V_W + V_K.$$

Mit den angeführten Ausdrücken erhält man eine vollständige Zergliederung der Versicherungskosten, einerseits hinsichtlich ihrer Verteilung auf die Versicherungsleistungen und anderseits hinsichtlich ihrer Alimentierung durch Zinsen und Prämien.

Was uns nachstehend nun besonders interessiert, ist die *Grössenordnung* dieser Werte. Sie dürfte in mancher Hinsicht überraschen.

Es wird angenommen, die Modellkasse zähle *10 000 Aktive,* die sich jedes Jahr um die gleiche Zahl erneuert, so dass der Bestand entsprechend den Voraussetzungen des Beharrungszustandes konstant bleibt. Im allgemeinen verteilen sich die Neueintretenden einer Personalversicherung etwa über die Altersstufen 20 bis 40. Bei nach versicherungstechnischen Gesichtspunkten aufgebauten Kassen werden von den Neueintretenden, die ein gewisses Alter überschritten haben, z. B. das 25. oder 30. Altersjahr, die versicherungstechnisch erforderlichen Nachzahlungen verlangt, so dass es finanziell auf das gleiche hinauskommt, wie wenn sämtliche Versicherte im gleichen Alter beigetreten wären. Im Nachfolgenden wird angenommen, dass im Beharrungszustand jedes Jahr gleichviel 25jährige im ersten Beispiel, bzw. 30jährige im zweiten Beispiel beitreten, um damit den Einfluss des Beitrittsalters ersichtlich zu machen. Als Rücktrittsalter wird das 65. Altersjahr zugrunde gelegt.

Bei einem Eintrittsalter 25 beträgt die jährliche Erneuerungszahl 283; sie ist gleich gross wie die Zahl der Abgänge, die sich aus 116 Alterspensionierungen, 48 Todesfällen und 119 Invalidierungen zusammensetzt. Bei Zugrundelegung des 30. Altersjahres als Eintrittsalter beträgt die Erneuerungszahl 326 und die Zahl der Alterspensionierungen 136, der Todesfälle 53, der Invalidierungen 137, zusammen 326.

Die übrigen Daten sind aus der nachstehenden Zusammenstellung ersichtlich. Als Beispiel wurde angenommen, es seien eine Alters- und Invalidenrente von 50, eine Witwenrente von 30, zahlbar bis zur Wiederheirat der Witwe, und Waisenrenten von 10 Lohnprozenten, zahlbar bis zum 20. Altersjahr, versichert.

Aus den angeführten Anzahlen $H = A$; J; W; K und des Zinswirkungsgrades $\sigma(i)$ lassen sich die Versicherungswerte für jede andere Versicherungskombination berechnen, sobald die Rentenleistungen gegeben sind. Soweit nicht Einheitsrenten versichert sind und angenommen werden kann, die Rentenverteilung nach Rentenhöhe übe keinen ins Gewicht fallenden Einfluss auf die Sterblichkeit aus, kann mit der Durchschnittsrente pro Versicherten gerechnet werden, so dass die Verhältnisse im Beharrungszustand einer beliebigen Kasse mit wenigen Rechenoperationen aus der nachstehenden Tabelle festgestellt werden können.

Besonders augenfällig in dieser Zusammenstellung ist zunächst die hohe Zahl der Rentenbezüger, die sich mit der Zeit herausbildet. Das *Rentenverhältnis* (Zahl der Rentenbezüger zur Zahl der Aktiven) beträgt im ersten Beispiel (Eintrittsalter 25) 63 %, im zweiten Falle, der den wirklichen Verhältnissen eher näher kommen dürfte, sogar 75 %. Das zeigt, dass die Zahl der Pensionierten sich stark der Zahl der Arbeitstätigen nähert, was die starke Verteuerung der Pensionsversicherung erklärt. Interessant ist auch die Tatsache, dass die Zahl der Hinterlassenen fast genau gleich gross ist wie die Zahl der pensionierten ehemaligen Aktivmitglieder. Dabei nimmt die Zahl der Waisen und die Zahl der Invaliden einen sehr bescheidenen Platz ein. Nach den letzten Erfahrungen darf sogar angenommen werden, dass die Zahl der Invaliden auf 10 000 Aktive nicht über 400 hinausgeht und damit an Bedeutung stark zurücktritt.

Wohl unerwartet gross erscheint der Einfluss des Zinses. Die in der Zusammenstellung aufgeführten Zinswirkungsgrade zeigen, dass

Beharrungszustand einer Modellkasse mit N = 10 000 Aktiven

Rücktrittsalter 65

	Alterspensionen (A)	Invalide (J)	Witwen (W)	Waisen (K)	Total (M)
		I. Eintrittsalter 25			
H (Anzahl)	2689	662	2713	278	6342
$\sigma_H(0{,}035)$	0,6623	0,3897	0,6400	0,2086	—
$\sigma_H(0{,}025)$	0,5363	0,2946	0,5226	0,1511	—
$H\,\sigma_H(0{,}025)$	1442	195	1418	42	—
$H\,\{1-\sigma_H(0{,}025)\}$ . . .	1247	467	1295	236	—
V_H (für 1 Fr. Rente) .	57 680	7 800	56 720	1 680	—
Beispiel: $R_A = R_J = 50$; $R_W = 30$; $R_K = 10$; Besoldung Fr. 100.—					
(HR_H)	134 450	33 100	81 390	2 780	251 720
$(HR_H)\,\sigma_H(0{,}025)$ . . .	72 100	9 750	42 540	420	124 810
b_H	6,24	2,34	3,88	0,24	12,70
V_H (Fr. 100.— Besold.)	2 884 000	390 000	1 701 600	16 800	4 992 400
		II. Eintrittsalter 30			
H (Anzahl)	3112	715	3339	303	7469
$\sigma_H(0{,}035)$	0,6237	0,3483	0,6212	0,1485	—
$\sigma_H(0{,}025)$	0,5006	0,2601	0,5045	0,1089	—
$H\,\sigma_H(0{,}025)$	1558	186	1685	33	—
$H\,\{1-\sigma_H(0{,}025)\}$ . . .	1554	529	1654	270	—
V_H (für 1 Fr. Rente) .	62 320	7 440	67 400	1 320	—
Beispiel: $R_A = R_J = 50$; $R_W = 30$; $R_K = 10$; Besoldung Fr. 100.—					
(HR_H)	155 600	35 750	100 170	3 030	294 550
$(HR_H)\,\sigma_H(0{,}025)$ . . .	77 900	9 300	50 550	330	138 080
b_H	7,77	2,65	4,96	0,27	15,65
V_H (Fr. 100.— Besold.)	3 116 000	372 000	2 022 000	13 200	5 523 200

selbst bei einem technischen Zinsfuss von nur $2\frac{1}{2}\,\%$ immer noch mehr als die Hälfte der Alters- und Witwenrenten aus dem Zinsertrag aufgebracht werden muss; bei einem technischen Zinsfuss von $3\frac{1}{2}\,\%$ ist der Einfluss des Zinsertrages noch bedeutend höher, nämlich über 60 %. Zufolge der überwiegenden Belastung aus der Alters- und Witwenversicherung bleibt die Zinswirkung auch bei der ganzen Kombination noch sehr gross. Beim ersten Beispiel ist $\sigma(0{,}025) = 0{,}49$, beim zweiten $\sigma(0{,}025) = 0{,}47$. Der Unterschied ist gering, so dass man sagen kann, dass praktisch die Hälfte der Leistungen einer Pensionskasse mit einem Zinsfuss von 2,5 % durch den Zinsertrag finanziert werden und zwar gilt dieser Satz ziemlich allgemein, weil die Alters- und Witwenversicherung im Zins einen gleich starken Einfluss ausüben und anderseits in der Gesamtbelastung dominieren.

Die jährlichen Gesamtausgaben für Versicherungsleistungen bei den beiden Beispielen stellen sich auf 25, bzw. 30 Besoldungsprozente. Davon beansprucht die Invaliditätsversicherung nur rund den zehnten und die Waisenrentenversicherung sogar nur den hundertsten Teil.

Das *Deckungskapital* stellt sich auf den fünf- bzw. fünfeinhalbfachen Betrag der Besoldungssumme und ist damit ausserordentlich hoch. Es erlaubt anderseits, sofern sein Ertrag durch Schaffung von ertragsfähigen Produktionsgütern gesichert ist, eine auch volkswirtschaftlich betrachtet durchaus berechtigte und sehr wirkungsvolle Entlastung der Kosten. Seine Bedeutung erscheint besonders gross, wenn man bedenkt, dass es nicht immer möglich wird, die Bedingung des Kapitaldeckungsverfahrens zu erfüllen. Bei staatlichen Versicherungen liegen die bestellten Reserven weit hinter dem Sollbetrag, ebenso sind zahlreiche öffentliche Kassen und selbst Kassen privatwirtschaftlicher Unternehmungen weit davon entfernt, eine volle Deckung aufzuweisen. In solchen Fällen müssen die fehlenden Zinseinnahmen durch Erhöhung der Beitragsleistungen vereinnahmt werden. Diese Erhöhungen halten sich nun meistens keineswegs in tragbaren Grenzen, sondern können die Leistungsfähigkeit der Beteiligten leicht übersteigen. Unsere Beispiele zeigen, dass bereits bei einer 50 %igen Deckung der Beitrag um fast die Hälfte erhöht werden muss, im zweiten Beispiel von 15,6 auf 22,5 %. Das zeigt, dass die fehlende Deckung zu einer beängstigenden Belastung der künftigen Generation führt, eine Belastung, die zufolge ihres Umfanges die Grundlagen einer Fürsorgeinstitution leicht erschüttern kann. Man ist deshalb wohl gut beraten, womöglich für eine volle Deckung besorgt zu sein, was volkswirtschaftlich dank der durch die technische Entwicklung gegebenen Möglichkeiten der Schaffung von sogenannten wirtschaftlichen Gütern höherer Ordnung (wie Gebäude, Maschinen, Kraftwerke usw.), d. h. von Produktivkapital, geschehen kann und sollte.

Abschliessend sei noch bemerkt, dass die dargelegten Verhältnisse in der betrachteten Modellkasse sich auf das Sterblichkeitsniveau, wie es gegenwärtig besteht, beziehen. Zweifellos sind hier noch Änderungen zu erwarten, die allem Anschein nach zu einer weiteren Senkung der Sterblichkeit führen werden. Nach der gegenwärtigen Entwicklung zu beurteilen wird «der wahre» Beharrungszustand eine um etwa 10 bis 20 % höhere Zahl von Altersrentenbezügern und eine 3 bis 6 % höhere Zahl von Witwen aufweisen. Die Kosten erhöhen sich dadurch im gleichen Masse und können aus den mitgeteilten Angaben leicht ermittelt werden.

Literatur

1. Beiträge zur Darstellung von Vorgängen und des Beharrungszustandes bei einer sich erneuernden Gesamtheit (Moser). M. V. S. V., Heft 21.
2. Lage, Entwicklung und Beharrungszustand der eidgenössischen Versicherungskasse (Wyss). M. V. S. V., Heft 24.
3. Das Problem der Erneuerung (Zwinggi). Festgabe Moser, Bern 1931.
4. Die Elemente der Lebensversicherungsrechnung (Kinkelin). M. V. S. V., Heft 27.
5. Zur Frage des Beharrungszustandes (Saxer). M. V. S. V., Heft 27.
6. Über den natürlichen Beharrungszustand bei einer Rentenkasse (Friedli). M. V. S. V., Heft 29.
7. Stabilität einer sich jährlich erneuernden Gesamtheit (Kreis). M. V. S. V., Heft 32.
8. Natürliche Ausscheidefunktion für Gesamtheiten und die Lösung der Erneuerungsgleichung (Hadwiger). M. V. S. V., Heft 40.