

Notation actuarielle internationale

Autor(en): **Marchand, Émile**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer
Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaire
Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **55 (1955)**

PDF erstellt am: **22.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-551237>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Notation actuarielle internationale

La notation actuarielle internationale se fonde sur la deuxième partie du «Text-Book» de l'«Institute of Actuaries» par George King, intitulé «Key to the Notation», et sur le rapport approuvé à l'unanimité par le II^e Congrès international d'actuares tenu à Londres en 1898 et publié aux pages 618 à 640 des «Transactions of the Second International Actuarial Congress».

Un autre rapport a été présenté par Sprague au III^e Congrès international d'actuares en 1900 à Paris. A part deux petits compléments sans importance, les symboles ne furent pas modifiés, mais classés selon d'autres points de vue (cf. pages 622 à 651 des «Documents du Troisième Congrès International d'Actuares»).

Lors du XI^e Congrès international d'actuares en 1937 à Paris, une commission internationale fut formée pour étudier la question de la notation actuarielle internationale et soumettre des projets au congrès suivant. Le XII^e Congrès international d'actuares, prévu à Lucerne en 1940 et au cours duquel cette commission aurait présenté ses projets, ne put avoir lieu à cause de la guerre.

En juillet 1946, l'«Institute of Actuaries» et la «Faculty of Actuaries» publièrent un nouveau tableau de la notation actuarielle internationale, en se fondant sur les projets approuvés à l'unanimité ou à une forte majorité par cette commission internationale. Ce tableau parut dans le Bulletin du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuares n° 46 du 30 juin 1949.

En 1949, le Conseil de Direction du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuares décida de nommer une nouvelle commission internationale chargée de présenter la question de la notation actuarielle internationale à un prochain congrès.

Cette commission confirma les décisions prises en 1939 par la commission internationale nommée au XI^e Congrès international d'actuares. De plus, elle décida de porter la question de la notation actuarielle internationale au programme du XIV^e Congrès international d'actuares à Madrid en 1954. A sa séance de clôture, ce congrès approuva tacitement la notation actuarielle internationale telle qu'elle figure dans le Bulletin du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuares n° 46. Nous vous donnons ci-après le tableau complet de la nouvelle notation actuarielle internationale qui devra, conformément à une décision du Comité, être appliquée dorénavant dans le Bulletin de notre Association.

Émile Marchand, président

Voici quels sont les principes sur lesquels se fonde le système de notation:

Les lettres fondamentales sont pourvues d'indices qui ont une signification précise suivant leur disposition.

On désignera à gauche en bas, pour une opération déterminée, sa durée et l'époque à laquelle elle a lieu (différé).

On désignera à droite en bas l'âge et l'ordre dans lequel les événements considérés doivent se produire.

On désignera à droite en haut les intervalles auxquels doivent se succéder les événements considérés dans le cours de l'année (fractionnement de la prime ou des arrérages de rente).

L'espace à gauche en haut est libre; il peut être utilisé pour y inscrire d'autres indices qui seraient nécessaires.

Une lettre entre parenthèses, comme par exemple (x) , signifie «une personne d'âge x ». Une lettre ou un chiffre, surmonté d'un angle droit, comme par exemple $\overline{n}$ ou $\overline{15}$, indique une durée déterminée.

Désignations fondamentales

Intérêt

i désigne le taux effectif d'intérêt, c'est-à-dire le rendement total de l'unité de capital pendant une année, en supposant que l'intérêt réalisé, s'il est payable par fractions, est immédiatement capitalisé de nouveau aux mêmes conditions que le capital lui-même.

$v = (1 + i)^{-1}$ désigne la valeur actuelle de l'unité de capital exigible après un an.

$d = 1 - v$ désigne l'escompte de l'unité de capital exigible après un an.

$\delta = \log_e(1 + i) = -\log_e(1 - d)$ désigne l'intérêt ou l'escompte instantané.

Tables de mortalité

l désigne le nombre des vivants.

d » le nombre des décès.

p » la probabilité de vie.

q » la probabilité de décès.

μ » le taux instantané de mortalité.

m » le taux moyen de mortalité.

a	désigne la valeur actuelle de l'unité de rente.
s	» la valeur finale de l'unité de rente.
e	» l'espérance de vie.
A	» la valeur actuelle d'une assurance en cas de décès.
E	» la valeur actuelle d'une assurance de capital différé.
P	» la prime annuelle, P désigne en général la prime pure, π désigne une autre prime.
π	
V	» la réserve mathématique.
W	» le capital libéré du service des primes.

La manière dont ces désignations fondamentales doivent être appliquées et leur signification exacte selon les indices seront expliquées plus loin.

Intérêt

$$i^{(m)} = m \{ (1 + i)^{1/m} - 1 \}$$

désigne le taux nominal d'intérêt lorsque ce dernier est payable m fois par an par fractions égales.

$$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \dots + v^n$$

désigne la valeur actuelle de l'unité d'annuité certaine, payable à terme échu pendant n années.

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1}$$

désigne la valeur actuelle de l'unité d'annuité certaine, payable d'avance pendant n années.

$$s_{\overline{n}|} = 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-1}$$

désigne la valeur finale de l'unité d'annuité certaine, payable à terme échu pendant n années.

$$\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^n$$

désigne la valeur finale de l'unité d'annuité certaine, payable d'avance pendant n années.

Le tréma sur les lettres a et s indique le mode de paiement anticipé.

Tables de mortalité

L'âge des personnes considérées est indiqué par des lettres-indices, à droite en bas.

l_x désigne le nombre des personnes en vie qui, d'après la table de mortalité, atteignent l'âge x .

$d_x = l_x - l_{x+1}$
désigne le nombre des personnes qui, d'après la table de mortalité, meurent à un âge compris entre x et $x + 1$ ans.

p_x désigne la probabilité que (x) vive pendant un an.

q_x désigne la probabilité que (x) meure dans le cours de l'année.

$\mu_x = -\frac{1}{l_x} \frac{dl_x}{dx}$
désigne le taux instantané de la mortalité pour (x) .

$m_x = d_x / \int_0^1 l_{x+t} dt$
désigne le taux moyen de la mortalité de la classe d'âge comprise entre x et $x + 1$.

e_x désigne l'espérance de vie abrégée pour (x) .

Pour l'interprétation des symboles suivants, on admet, à moins que le contraire ne soit expressément indiqué, qu'il s'agit de valeurs actuelles et que la rente, le capital assuré en cas de décès et le capital différé sont égaux à l'unité.

a_x désigne la rente viagère immédiate, payable annuellement à terme échu, aussi longtemps que (x) est en vie.

$\ddot{a}_x = 1 + a_x$
désigne la rente viagère immédiate, payable annuellement d'avance, aussi longtemps que (x) est en vie.

A_x désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle (x) meurt.

Remarque: e_x est égal à a_x si le taux d'intérêt i est égal à zéro.

Une lettre ou un chiffre à gauche en bas de la lettre fondamentale désigne le nombre d'années pendant lesquelles la probabilité est applicable ou la garantie de l'assurance est accordée:

${}_np_x$ désigne la probabilité que (x) vive encore après n années.

${}_nq_x$ désigne la probabilité que (x) meure au cours des n prochaines années.

Remarque: Si n est égal à 1, le chiffre 1 n'est pas indiqué, pourvu qu'aucune confusion ne soit possible.

${}_nE_x = v^n {}_np_x$ désigne la valeur actuelle de l'unité de capital différé, payable si (x) est encore en vie après n années.

Une lettre ou un chiffre à gauche en bas, précédant un trait vertical, indique un différé.

Par exemple:

${}_n|q_x$ désigne la probabilité que (x) meure dans la $(n+1)^e$ année, c'est-à-dire à un âge compris entre $x+n$ et $x+n+1$ ans.

${}_n|a_x$ désigne la rente viagère sur la tête de (x) , différée de n années et payable à terme échu, les premiers arrérages étant exigibles à la fin de la $(n+1)^e$ année.

${}_n|_ta_x$ désigne la rente temporaire sur la tête de (x) , différée de n années et payable ensuite à terme échu pendant t années.

Une lettre ou un chiffre entre parenthèses à droite en haut de la lettre fondamentale indique le fractionnement de l'année.

Par exemple:

$a_x^{(m)}$ désigne la rente viagère immédiate sur la tête de (x) , payable à terme échu en m fractions par an de montant $1/m$.

$\ddot{a}_x^{(m)}$ désigne la rente viagère immédiate sur la tête de (x) , payable d'avance en m fractions par an de montant $1/m$, où $\ddot{a}_x^{(m)} = 1/m + a_x^{(m)}$.

$A_x^{(m)}$ désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de la période $1/m$ en cours au moment du décès.

Si m tend vers l'infini, on remplace le signe (∞) par un trait horizontal sur la lettre fondamentale.

Par exemple:

$\bar{a}$ désigne la rente viagère payable continuellement.

$\bar{A}$ désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est exigible immédiatement au décès.

Un petit cercle au-dessus de la lettre fondamentale signifie qu'il s'agit de valeurs complètes.

$\overset{\circ}{a}$ désigne la rente viagère complète (payable jusqu'au décès).

$\overset{\circ}{e}$ désigne l'espérance de vie complète.

Remarque: Pour $\overset{\circ}{e}$, on a aussi proposé $\bar{e}$ parce que $\bar{e}_x$ est égal à $\bar{a}_x$, comme e_x à a_x , si le taux d'intérêt i est égal à zéro.

Les règles suivantes sont applicables aux assurances sur plus d'une tête:

Quand plusieurs lettres ou chiffres figurent comme indices sans être distingués par des signes spéciaux, il s'agit alors d'assurances sur plusieurs têtes.

Par exemple:

$$l_{xy} = l_x \cdot l_y, \quad d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1:y+1}.$$

Remarque: Lorsqu'il convient de séparer les uns des autres les lettres ou chiffres figurant comme indices, il faut utiliser des doubles points. Ce signe est préférable au point ou à la virgule, car s'il s'agit de chiffres, toute confusion avec les décimales est exclue.

a_{xyz} désigne la rente viagère sur trois têtes, payable à terme échu, aussi longtemps que (x) , (y) et (z) sont en vie.

A_{xyz} désigne l'assurance sur trois têtes dont le capital est exigible à la fin de l'année dans laquelle survient le premier décès, qu'il s'agisse de (x) , de (y) ou de (z) .

On peut faire figurer comme indice au lieu d'un âge la désignation d'un intervalle de temps; cet indice doit alors être surmonté d'un angle droit.

$a_{x:\overline{n}|}$ désigne la rente sur la tête de (x) , payable annuellement à terme échu pendant n années au plus.

$A_{x:\overline{n}|}$ désigne l'assurance mixte sur la tête de (x) dont le capital est exigible soit à la fin de l'année du décès, si ce dernier se produit pendant les n premières années, soit à l'échéance, après n années, si l'assuré est en vie à cette date.

Si un trait vertical sépare les lettres d'un indice, à droite en bas, cela signifie que l'événement désigné par les lettres à droite du trait suit celui qui est désigné par les lettres à gauche.

Par exemple :

$a_{y|x}$ désigne la rente de survivant, payable à (x) après le décès de (y) .
 $A_{z|xy}$ désigne l'assurance en cas de décès sur plusieurs têtes dont le capital est payable au décès de (x) ou de (y) , à condition que (z) soit mort avant (x) et avant (y) .

Un trait horizontal sur les lettres d'un indice à droite en bas signifie que, dans une combinaison sur plusieurs têtes, des personnes doivent survivre. Le nombre de ces personnes est exprimé par une lettre ou par un chiffre au-dessus de l'extrémité droite du trait. Si la lettre — par exemple r — n'est distinguée par aucun signe, cela signifie qu'il faut *au moins* que r personnes survivent ; si elle est entre crochets, comme par exemple $[r]$, il faut *exactement* r survivants. L'absence de lettre ou de chiffre indique *qu'au moins une* personne doit survivre.

Par exemple :

$a_{\overline{xyz}}$ désigne une rente viagère, payable tant que la dernière des têtes (x) , (y) et (z) est en vie.
 $a_{\overline{xyz}}^2$ désigne une rente viagère, payable aussi longtemps que des trois têtes (x) , (y) et (z) , deux au moins sont en vie.
 $p_{xyz}^{[2]}$ désigne la probabilité que, sur trois têtes (x) , (y) et (z) , deux exactement soient en vie après un an.
 ${}_nq_{\overline{xy}}$ désigne la probabilité que (x) et (y) meurent tous les deux au cours des n prochaines années. Cette probabilité est égale à ${}_nq_x \cdot {}_nq_y$.
 ${}_nA_{\overline{xy}}$ désigne l'assurance temporaire en cas de décès sur deux têtes au dernier décès. Le capital est exigible à la fin de l'année dans laquelle ce dernier s'est produit, pourvu que (x) et (y) soient morts au cours des n premières années.

Si des chiffres sont placés au-dessus ou au-dessous des lettres d'un indice à droite en bas, ils indiquent l'ordre dans lequel les décès doivent se produire pour que le risque assuré se réalise. Le chiffre placé au-dessus d'une lettre désigne la tête dont le décès rendra exigible la prestation ; les chiffres placés au-dessous des autres lettres indiquent l'ordre ultérieur des décès.

A_{xy}^1 désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, à condition que (x) meure avant (y) .

A_{xyz}^2 désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, à condition que (x) soit la seconde des têtes (x) , (y) et (z) qui soit décédée.

A_{xyz}^2 ₁ désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, à condition que (y) soit mort le premier et (x) le deuxième.

$A_{xy:z}^{\overline{}}_3$ désigne l'assurance en cas de décès dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle le survivant des deux têtes (x) et (y) est décédé, pourvu qu'il soit mort avant (z) .

$A_{x:n}^1$ désigne l'assurance en cas de décès payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, pourvu que ce dernier meure dans le cours des n premières années.

$\left. \begin{array}{l} a_{yz|x}^{\overline{}}_1 \\ \text{ou} \\ a_{yz|x}^2 \end{array} \right\}$ désigne la rente payable à (x) après le décès du survivant des deux têtes (y) et (z) , pourvu que (z) soit mort avant (y) .

Remarque: Pour désigner une assurance reposant sur plusieurs têtes, on peut utiliser le signe $\overline{}$ au-dessus des lettres y relatives, ainsi: $A_{xy:n}^1$ désigne une assurance temporaire au premier décès dont le capital est payable si (x) ou (y) meurt au cours des n premières années.

S'il s'agit de rentes de survie, il y a souvent lieu de faire une distinction selon que le début de la rente dépend ou non de la période d'assurance en cours au moment du décès (dans le second cas, la lettre est surmontée d'un circonflexe).

$a_{y|x}$ désigne la rente de survie dont les arrérages sont payables à (x) après le décès de (y) , la première fois à la fin de l'année dans laquelle ce décès se produit. En moyenne, la rente est servie six mois après le décès.

$\hat{a}_{y|x}$ désigne la rente de survie, payable à (x) après le décès de (y) , la première fois un an après le décès de (y) .

$\hat{\hat{a}}_{y|x}$ désigne la rente complète de survie, payable à (x) après le décès de (y) , la première fois un an après le décès de (y) .

Prime annuelle

La lettre P avec les indices convenables désigne la prime annuelle dans les cas simples, lorsque tout malentendu est exclu.

Par exemple :

- P_x désigne la prime annuelle de l'assurance vie entière dont le capital est payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit.
- $P_{x:\overline{n}|}$ désigne la prime annuelle de l'assurance mixte dont le capital est payable soit à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, soit à l'échéance après n années.
- P_{xy}^1 désigne la prime annuelle assurant un capital payable à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, à condition que (x) soit mort avant (y) .

Dans les cas indiqués ci-dessus, on peut à volonté utiliser la lettre P avec le symbole correspondant à la valeur actuelle des prestations assurées. Pour $P_{x:\overline{n}|}$ nous pouvons donc écrire $P(A_{x:\overline{n}|})$. Pour les formes d'assurance moins simples, il est nécessaire de procéder de cette manière. Les indices qui se rapportent à la prestation assurée doivent être apposés à la lettre principale et ceux qui concernent le paiement des primes à la lettre P .

Par exemple :

- ${}_nP(\overline{A}_x)$ désigne la prime annuelle d'une assurance vie entière sur la tête de (x) ; la prime est payable pendant n années au plus, le capital est exigible immédiatement au décès de l'assuré.
- $P_{xy}(A_x)$ désigne la prime annuelle d'une assurance vie entière sur la tête de (x) , payable aussi longtemps que (x) et (y) sont en vie; le capital est exigible à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit.
- ${}_nP({}_na_x)$ désigne la prime annuelle assurant une rente viagère différée sur la tête de (x) ; la prime est payable pendant n années au plus. La rente sera servie annuellement à terme échu à partir de l'âge de $x + n$ ans.
- ${}_tP^{(m)}(A_{x:\overline{n}|})$ désigne la prime annuelle d'une assurance mixte; elle est payable en m fractions pendant t années au plus, le capital est exigible soit à la fin de l'année dans laquelle le décès de (x) s'est produit, soit à l'échéance après n années.

Remarques:

1^o En règle générale, la lettre P est utilisée sans la lettre principale indiquant la valeur actuelle de la prestation assurée lorsque cette dernière est exigible à la fin de l'année dans laquelle le décès s'est produit. Si tel n'est pas le cas, ou s'il s'agit d'une assurance de rente, le symbole qui désigne la nature de la prestation assurée doit être ajouté entre parenthèses;

2^o $P_x^{(m)}$. Il existe deux sortes de primes fractionnées; le fait n'a été considéré qu'après l'adoption de la notation actuarielle internationale. La première cesse d'être exigible au décès, la seconde doit être payée jusqu'à la fin de l'année d'assurance dans laquelle le décès s'est produit. Pour désigner cette dernière, on peut mettre m entre crochets, par exemple $P^{[m]}$.

Réserve mathématique et capitaux libérés du service des primes

${}_tV_x$ désigne la réserve mathématique d'une assurance vie entière sur la tête de (x) , calculée t années après la conclusion, la prime exigible à l'époque t étant considérée comme impayée.

${}_tW_x$ désigne le capital libéré du service des primes de l'assurance susmentionnée.

S'il s'agit de formes d'assurance simples, les symboles V et W peuvent être utilisés seuls; dans des cas plus compliqués, en revanche, il est nécessaire d'indiquer entre parenthèses les symboles caractérisant la nature de la prestation assurée.

Par exemple:

$${}_tV^{(m)}(\bar{A}_{x:\overline{n}}), \text{ correspondant à } P^{(m)}(\bar{A}_{x:\overline{n}}); \quad {}_tV_{(n)}(a_x).$$

Remarque: En règle générale, on peut admettre que les symboles V et W doivent être utilisés seuls si le capital est exigible à la fin de l'année dans laquelle le décès s'est produit et si la durée du service des primes coïncide avec la durée d'assurance. Quand la première est inférieure à la seconde, par exemple quand elle est limitée à n années, la réserve mathématique après t années peut s'écrire ${}_tV[P(A)]$ ou ${}_tV(A)$.

S'il y a différentes espèces de primes, elles peuvent être distinguées, comme les valeurs correspondantes V et W , par des accents. Si, par exemple, le calcul des réserves se fait non pas d'après la prime pure, mais d'après une autre prime, cette dernière peut être désignée par P' et la réserve mathématique correspondante par V' . De manière analogue, on peut désigner la prime du tarif par P'' et la valeur de réduction correspondante par W'' .

Symboles applicables aux prestations variables

(Ia) désigne la rente,

(IA) désigne l'assurance de capital en cas de décès dont le montant, égal à l'unité lors de la conclusion, augmente chaque année d'une unité.

Si l'assurance est de durée limitée, le symbole caractérisant la limitation est indiqué en dehors de la parenthèse.

Par exemple:

$(Ia)_{x:\overline{n}|}$ désigne la rente temporaire dont le montant, égal à l'unité lors de la conclusion, augmente chaque année d'une unité.

$(IA)_{x:\overline{n}|}^1$ désigne l'assurance temporaire en cas de décès dont le capital, égal à l'unité lors de la conclusion, augmente chaque année d'une unité.

Si, en revanche, les prestations augmentent seulement pendant une période déterminée, mais que la garantie de l'assurance soit viagère, le symbole indiquant la durée de l'augmentation est placé dans la parenthèse.

Par exemple:

$(I_{\overline{n}|}a)_x$ désigne la rente viagère,

$(I_{\overline{n}|}A)_x$ désigne l'assurance vie entière dont le montant, égal à l'unité lors de la conclusion, augmente d'une unité pendant $n-1$ années et demeure ensuite constant.

Les prestations décroissantes sont indiquées par la lettre D ; naturellement, elles ne peuvent être décroissantes que pendant une période limitée, car sans cela on obtiendrait des prestations négatives.

Par exemple :

$(D_{\overline{n}}A)_{x:\overline{n}}^1$ désigne une assurance temporaire en cas de décès dont le capital, égal à n lors de la conclusion, décroît chaque année d'une unité.

S'il s'agit de prestations qui varient dans un sens et dans l'autre, il faut l'indiquer par la lettre v . Par exemple : (va) désigne une rente variable.

Table des nombres de commutation

Assurance sur une tête

$$\begin{aligned} D_x &= v^x l_x, \\ N_x &= D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots, \\ S_x &= N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \dots, \\ C_x &= v^{x+1} d_x, \\ M_x &= C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots, \\ R_x &= M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \dots. \end{aligned}$$

Si les nombres de commutation doivent tenir compte du fait que le paiement du capital a lieu immédiatement au décès, il faut l'indiquer en surmontant le symbole d'un trait horizontal.

Par exemple :

$$\begin{aligned} \overline{C}_x &= v^{x+\frac{1}{2}} d_x \text{ comme approximation de } \int_0^1 v^{x+t} \mu_{x+t} l_{x+t} dt \\ \overline{M}_x &= \overline{C}_x + \overline{C}_{x+1} + \overline{C}_{x+2} + \dots, \\ \overline{R}_x &= \overline{M}_x + \overline{M}_{x+1} + \overline{M}_{x+2} + \dots. \end{aligned}$$

Assurance sur plusieurs têtes

$$\begin{aligned} D_{xy} &= v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}, \\ N_{xy} &= D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots, \\ C_{xy} &= v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy}, \\ M_{xy} &= C_{xy} + C_{x+1:y+1} + C_{x+2:y+2} + \dots, \\ C_{xy}^1 &= v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_x l_{y+\frac{1}{2}}, \\ M_{xy}^1 &= C_{xy}^1 + C_{x+1:y+1}^1 + C_{x+2:y+2}^1 + \dots. \end{aligned}$$

Sélection

Si la lettre caractéristique de l'âge dans un indice figure entre crochets, il faut entendre par là l'âge au moment de la sélection. On peut joindre à cette indication, en dehors des crochets, le nombre des années qui se sont écoulées depuis la sélection. La somme de ces deux valeurs donne alors l'âge atteint.

Par exemple :

$l_{[x]+t}$ désigne le nombre des vivants dans une table de mortalité tenant compte de la sélection lorsque cette dernière a eu lieu à l'âge de x ans et que l'âge atteint est $x+t$ ans.

$$d_{[x]+t} = l_{[x]+t} - l_{[x]+t+1}.$$

$a_{[x]}$ désigne la valeur actuelle d'une rente viagère sur la tête d'une personne d'âge x , lorsque la sélection a lieu au moment présent.

$a_{[x-n]+n}$ désigne la valeur actuelle d'une rente viagère sur la tête d'une personne âgée actuellement de x ans, la sélection ayant eu lieu n années auparavant.

$$N_{[x]} = D_{[x]} + D_{[x]+1} + D_{[x]+2} + \dots$$

$$\ddot{a}_{[x]} = N_{[x]} : D_{[x]} = 1 + a_{[x]}.$$

Lorsque *Sprague* présenta son rapport, il remarqua qu'on avait fait l'objection que, dans certains cas, il est possible de choisir entre deux symboles. Par exemple, on peut écrire la valeur actuelle de la rente temporaire sur la tête de $(x) {}_n a_x$ ou $a_{x:\overline{n}|}$. Cela, expliqua-t-il, est la conséquence nécessaire de la pensée fondamentale du système; aucune des deux formes ne pourrait être éliminée sous peine d'en détruire la symétrie.

* * *

La notation actuarielle a subi les modifications suivantes :

1^o *Intérêt*. — A la place de $j_{(m)}$ désignant le taux nominal d'intérêt, payable en m fractions, le taux d'intérêt effectif étant de i , on a introduit $i^{(m)}$. Les anciennes définitions de $i^{(m)}$, respectivement de $\bar{i}$ comme taux effectif d'intérêt lorsque ce dernier est payable en m fractions ou lorsqu'il s'agit de l'intérêt continu, ont été abandonnées.

2° *Annuité certaine payable d'avance*. — A la place du symbole a , qui désigne la valeur actuelle de l'annuité certaine payable d'avance, on a adopté la lettre $\ddot{a}$. L'introduction du tréma indiquant le paiement anticipé permet de désigner la valeur finale de l'annuité certaine payable d'avance par $\ddot{s}$, alors que, jusqu'ici, il n'y avait pas de symbole généralement reconnu pour l'exprimer.

3° *Mortalité*. — Le symbole Q pour désigner la probabilité de décès au cours de périodes plus longues que l'année n'est plus utilisé.

4° *Prestations décroissantes*. — Le signe D désignant les prestations décroissantes est nouveau.

5° *Nombres de commutation*. — On a renoncé à l'ancienne définition de

$$N_x = D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots$$

en faveur de

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots$$

Cela rend les symboles $\mathbb{N}_x$ et $\mathbf{N}_x$ superflus.

Malgré la suppression du symbole international $j_{(m)}$, désignant le taux nominal d'intérêt, en faveur de $i^{(m)}$, le Comité international est d'avis qu'on peut continuer à utiliser ce symbole dans la mesure où il est conforme à l'usage local et pourvu qu'aucune confusion ne soit possible.

La suggestion d'introduire la lettre U dans la notation internationale comme symbole de la valeur de rachat n'a pas été approuvée par le Comité international, quoi qu'il fût d'avis d'utiliser cette lettre s'il devenait nécessaire d'introduire un nouveau symbole.